

## Entrevista a Alberto Enciso, Premio José Luis Rubio de Francia 2011

por

Marco Castrillón López

*A principios del verano de este año, la Junta de Gobierno de la RSME ratificó la propuesta del jurado de la edición de 2011 del Premio José Luis Rubio de Francia de conceder dicho galardón a Alberto Enciso Carrasco. En la argumentación del jurado se destacaban las aportaciones de Alberto en distintos aspectos de la Matemática-Física y, en concreto, los relacionados con una conjetura sobre la complejidad de las trayectorias de partículas de un fluido popularizada por Arnold y Moffatt. En esta entrevista, Alberto nos bosquejará algunas líneas en relación con este problema y su solución. Al mismo tiempo nos dará su punto de vista sobre la investigación en el fecundo campo que nace de la interacción de las ciencias físicas y matemáticas.*

Conocí a Alberto Enciso Carrasco cuando él era estudiante de licenciatura en Física y yo profesor novato de Topología General en Matemáticas, ambos en la Universidad Complutense de Madrid. Alberto se acercó a mí interesado en algunas de las cuestiones que estaba enseñando. Tengo que decir que me llamó positivamente la atención el interés de un estudiante de fuera de mi facultad sobre una disciplina tan precisa como la Topología. Ese primer encuentro se ha ido posteriormente continuando a lo largo de los años, coincidiendo en más y más foros, congresos y seminarios, e incluso coorganizando alguno de estos eventos. Alberto nació en Guadalajara en 1980. Terminó sus estudios de licenciatura en 2003 y completó su doctorado en Física Matemática en la Universidad Complutense de Madrid en 2007 bajo la dirección de los profesores Federico Finkel, Artemio González López y Miguel Ángel Rodríguez. La producción científica de Alberto es notablemente rica. Frecuentemente con un sabor físico, ha abordado problemas matemáticos de naturaleza muy diversa: autovalores y funciones de Green del laplaciano (escalar y de Hodge), ecuaciones de ondas y de Schrödinger en variedades riemannianas, el teorema de Bertrand en variedades, nudos y enlaces de trayectorias en mecánica de fluidos, etc. El último tema, que ha estudiado en colaboración con Daniel Peralta (véase [2]), fue destacado especialmente por los miembros del jurado del premio Rubio de Francia.

En esta entrevista le pido a Alberto que nos describa de forma somera algunas de estas aportaciones. También he querido que nos dé su punto de vista de la apasionante área científica en donde trabaja. Espero que el lector pueda disfrutar tanto como yo de estas líneas. En mi caso, me han traído recuerdos de clases de Topología de hace unos cuantos años, pero también me ha aportado la estimulante vista de un excelente matemático con un, estoy convencido, brillante futuro.



**Marco Castrillón López:** Alberto, antes de nada querría felicitarte por el premio José Luis Rubio de Francia 2011. Sé que es una pregunta muy manida pero, ¿cómo recibiste dicha noticia?

**Alberto Enciso Carrasco:** Muchas gracias, Marco. La verdad es que me hizo mucha ilusión. Cuando recibí la noticia avisé rápidamente a mi mujer, y no tuve tiempo de mucho más porque poco después empecé a recibir un aluvión de llamadas y correos.

**MCL:** Dentro del informe del Jurado del premio se menciona explícitamente tu trabajo en relación con la conjetura sobre las trayectorias anudadas en fluidos. ¿Nos podrías explicar de una forma sencilla lo que se expone en la misma?

**AEC:** El problema que abordamos se refiere a la existencia de nudos y enlaces en fluidos estacionarios. Con más precisión, había una conjetura, popularizada en artículos y seminarios de Vladimir Arnold y Keith Moffatt (véase, por ejemplo, [1] y [4]) pero anterior a ellos, que afirmaba la existencia de soluciones estacionarias a la ecuación de Euler en tres dimensiones con un conjunto de líneas de corriente o vorticidad difeomorfas a cualquier nudo o enlace dado. Estas líneas son simplemente las trayectorias del campo de velocidades del fluido o de su rotacional, respectivamente. Tras muchos años de colaboración, Daniel Peralta Salas y yo conseguimos probar este resultado para fluidos en  $\mathbb{R}^3$ .

**MCL: Sobre la solución que aportáis Daniel y tú, ¿qué técnicas e ideas habéis desarrollado?**

**AEC:** La dificultad de este tipo de cuestiones es que no hay una forma estándar de abordarlas. Intentos previos de atacar el problema habían empleado o bien técnicas exclusivamente analíticas (principalmente de cálculo de variaciones), que no están bien adaptadas al estudio de trayectorias, o bien técnicas de topología y sistemas dinámicos, que tienen el problema de ser demasiado «blandas» para capturar lo que sucede dentro de la ecuación en derivadas parciales (hasta cierto punto, una excepción sería el teorema de estructura de Arnold). Nuestra idea fue diseñar una estrategia que nos permitiera emplear técnicas analíticas para construir soluciones a la ecuación y, al mismo tiempo, ideas topológicas para mantener el control sobre las trayectorias de las soluciones. Para llevar a cabo esta estrategia utilizamos campos de Beltrami, como sugería un comentario de Arnold. Hace unos meses Daniel y yo presentamos una exposición sencilla de estas ideas en un artículo de *La Gaceta* [3].

En relación a las técnicas que hemos introducido, lo que me gustaría resaltar es que tienen un rango de aplicaciones muy amplio: estrategias similares (convenientemente complementadas con nuevas técnicas) resultan de utilidad para estudiar numerosos problemas analítico-geométricos que surgen en contextos muy variados.

**MCL: Un vistazo sobre tus trabajos científicos nos muestra una variedad de cuestiones y problemas matemáticos de gran interés. Me gustaría saber si los temas los has ido buscando y seleccionando o son ellos los que, como muchas veces pasa, te han «encontrado» a ti a lo largo de tu carrera profesional.**

**AEC:** Muchos problemas surgen de manera relativamente natural en el transcurso de otros proyectos, incluso cuando aparentemente son temas bastante diferentes. Por ejemplo, nuestro artículo sobre nudos en fluidos se originó a partir de estudios sobre problemas espectrales para el laplaciano de Hodge en variedades riemannianas cerradas, que en principio no es un tema especialmente cercano a la mecánica de fluidos. Otras cuestiones sí provienen de una búsqueda, hasta cierto punto. Básicamente, entiendo que la investigación en Matemáticas ha de tener una parte importante de hobby, por lo que si un tema me atrae, es probable que intente sacar tiempo para aprender cosas sobre él. Como una forma estupenda de aprender algo es pensar problemas, con el paso de los años no es difícil acabar trabajando en alguna pregunta relacionada. El obstáculo, claro está, es que los días solo tienen veinticuatro horas, por lo que no siempre se puede trabajar en todos los temas que a uno le gustaría.

**MCL: Y de todas tus líneas de trabajo, ¿cuál es la que mejor recuerdo te trae y en cuáles te gustaría seguir profundizando? O incluso, ¿has iniciado recientemente alguna línea novedosa de investigación? ¡Prometemos no robar ninguna idea!**

**AEC:** Mis preguntas favoritas suelen ser aquellas en las que surgen conexiones inesperadas entre objetos analíticos (ecuaciones diferenciales, funcionales) y geométricos o topológicos (variedades, conjuntos de nivel, puntos críticos). ¡Afortunadamente, hay muchas de estas preguntas!

En el último año y pico me he dedicado principalmente a estudiar, en proyecto conjunto con Daniel Peralta, cómo surgen en la ecuación de Euler otras estructuras más complicadas que los nudos: los toros invariantes enlazados, que en mecánica de fluidos se llaman tubos de vorticidad y se llevan estudiando desde Lord Kelvin. Ha costado, pero considero que éste es nuestro mejor resultado hasta la fecha. Actualmente estoy con varios otros proyectos, que tienen que ver con mecánica de fluidos, problemas espectrales y variedades de Einstein.

**MCL: Quizás has sido llamado alguna vez físico entre los matemáticos o tildado de matemático entre los físicos. El campo que habita entre ambas ciencias es fascinante, pero puede ser a veces complicado de ubicar institucionalmente. ¿Has tenido algún problema al respecto?**

**AEC:** En muchas áreas de la Física y las Matemáticas, es verdad que los objetos con que se trabaja son típicamente los mismos: simplemente, donde un físico ve partículas, ondas o el universo, un matemático ve sistemas dinámicos, ecuaciones en derivadas parciales y variedades. De hecho, Shing-Tung Yau hace hincapié en que las ecuaciones que se consideran son esencialmente las mismas en ambos campos, pues piensa que es la causa de que la geometría riemanniana sea, hasta cierto punto, tan «real» como la física. La diferencia estriba en si estamos dispuestos a bajar el nivel de rigor para explorar estas ecuaciones o no.

En mi trabajo, uso el mismo nivel de rigor independientemente de que esté pensando un problema de geometría, análisis o física matemática, por lo que mi sitio necesariamente está en el área de Matemáticas. Fuera de España no he tenido problemas nunca: se sigue el principio de que, si lees y escribes artículos de Matemáticas y ocupas un puesto de investigador en Matemáticas, no cabe duda de a qué te dedicas. En España, puede haber alguno que salga con eso del hábito y el monje, pero normalmente las cosas tampoco pasan de una broma (habitualmente divertida).

**MCL: Siguiendo con la Matemática-Física, hay voces que dicen que, después de los espectaculares avances matemáticos impulsados por la relatividad o la física cuántica en los dos primeros tercios del siglo XX, se ha perdido fuelle a final del siglo pasado y principios de éste. ¿Qué opinas al respecto? ¿Proporcionan los matemáticos las herramientas suficientes que necesita la Física de hoy? Y la Física, ¿sigue siendo la misma fuente de motivación de antaño para los matemáticos?**

**AEC:** Bueno, es un hecho que la situación de las Matemáticas y la Física en torno al comienzo del siglo XX era totalmente excepcional. Sin embargo, considero que las aportaciones de las Matemáticas en Física siguen siendo impresionantes. Sin salirnos de los dos ejemplos que mencionas (aunque hay muchos más), diría que muchos de los mejores resultados en relatividad general matemática se han obtenido después de los dos primeros tercios del siglo XX, como el teorema de la masa positiva de Schoen y Yau, el de estabilidad del espacio-tiempo de Minkowski de Christodoulou y Klainerman, los resultados sobre singularidades desnudas, y los recientes resultados sobre formación de superficies atrapadas. Los problemas de estabilidad y formación de agujeros negros y la conjetura del censor cósmico son problemas fundamentales

que aún esperan ser resueltos. En mecánica cuántica, la situación es menos espectacular debido al temprano desarrollo de la teoría de operadores de Schrödinger pero, con todo, el problema de la estabilidad de la materia no se comprendió hasta el último tercio del siglo XX. Nuestra comprensión actual de la dispersión también es cualitativamente distinta a la que se tenía en los dos primeros tercios del siglo XX, y la relación entre mecánica cuántica, condensación de Bose-Einstein y la ecuación de Schrödinger no lineal sigue siendo un tema de gran actualidad.

Más allá de ejemplos concretos, creo que sigue siendo un principio válido que cualquier avance serio en Física obtenido mediante argumentos rigurosos conlleva un avance serio en Matemáticas. De hecho, el Instituto Clay debe de creerlo también, porque sigue ofreciendo dos millones de dólares por preguntas cuya motivación directa es la Física: demostrar si un fluido viscoso puede desarrollar singularidades o no, y proporcionar un marco amplio y matemáticamente satisfactorio para el estudio de teorías de Yang-Mills cuánticas, que deben presentar un salto de masa. En relación al primer problema, es creencia generalizada que para resolver el problema de la existencia de singularidades para la ecuación de Navier-Stokes se necesitaría ir significativamente más allá de las técnicas actuales en ecuaciones en derivadas parciales, especialmente si resulta que las ecuaciones no desarrollan singularidades. En relación al segundo, parece claro que una definición rigurosa y versátil de la integral de camino en teoría cuántica de campos sería una herramienta radicalmente nueva para «contar» multitud de objetos que surgen en diversas áreas de la geometría.

**MCL: Sé que la siguiente pregunta puede ser aún más difícil, pero ¿cómo ves el panorama matemático español de los próximos años? En especial para los jóvenes investigadores.**

**AEC:** Desde un punto de vista estrictamente matemático, hay un número considerable de investigadores jóvenes (y no tan jóvenes) que están haciendo un trabajo muy serio, obteniendo resultados muy notables y alcanzando mucha visibilidad internacional. Desde este punto de vista, hay motivos para tener confianza. Sin embargo, no hay apenas ofertas de estabilización o promoción, por lo que no es difícil que buena parte de estos investigadores acabe trabajando en otro país con un sistema mejor diseñado. Esto es una pobreza enorme: por los recursos económicos que se han dedicado a formar a estos investigadores para que finalmente pasen a dar réditos en otros países a coste cero, por la pérdida de capital humano que supone dejar escapar a muchos de los mejores, y por los problemas personales que este trato supone para los investigadores. Solo cabe esperar que se vayan corrigiendo éste y otros despropósitos del sistema.

**MCL: Alberto, ahora estás en un centro de investigación. ¿Te ves en el futuro también como docente o prefieres dejar la pizarra y la tiza para un segundo plano?**

**AEC:** ¡Con la que está cayendo, no es fácil decir ni en qué país se ve uno! En todo caso, es un hecho que para un investigador es también natural contribuir en la formación de nuevas generaciones de matemáticos.

**MCL:** Alberto, de nuevo muchas felicidades por el Premio Rubio de Francia y muchas gracias por esta entrevista.

**AEC:** Muchas gracias a ti. Ha sido un placer hablar contigo y responder a tus preguntas.

## REFERENCIAS

- [1] V. I. ARNOLD, Sur la géométrie différentielle des groupes de Lie de dimension infinie et ses applications à l'hydrodynamique des fluides parfaits, *Ann. Inst. Fourier* **16** (1966), 319–361.
- [2] A. ENCISO Y D. PERALTA-SALAS, Knots and links in steady solutions of the Euler equation, *Ann. of Math. (2)* **175** (2012), no. 1, 345–367.
- [3] A. ENCISO Y D. PERALTA-SALAS, Nudos y enlaces en mecánica de fluidos, *Gac. R. Soc. Mat. Esp.* **15** (2012), núm. 2, 277–292.
- [4] H. K. MOFFATT, The degree of knottedness of tangled vortex lines, *J. Fluid Mech.* **35** (1969), 117–129.

MARCO CASTRILLÓN LÓPEZ, ICMAT (CSIC-UAM-UC3M-UCM), DPTO. DE GEOMETRÍA Y TOPOLOGÍA, FACULTAD DE CC. MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID, 28040 MADRID  
Correo electrónico: [mcastri@mat.ucm.es](mailto:mcastri@mat.ucm.es)