David Mumford: diálogo y semblanza

por

Sebastià Xambó

Tal como se ha dado cuenta en el número anterior de esta revista [38], Ingrid Daubechies y David Mumford han sido galardonados conjuntamente con el Premio Fronteras del Conocimiento 2012, modalidad de Ciencias Básicas, otorgado por la Fundación BBVA.

David Mumford en el discurso de aceptación del Premio Fundación BBVA Fronteras del Conocimiento 2012.

Por primera vez en estos premios, la ciencia básica fue Matemáticas. Dada la significación del momento, particularmente para la comunidad matemática española, la RSME me encargó entrevistar a ambos laureados, con la idea de publicar los textos resultantes en La Gaceta. Acepté gustosamente el honor y procedí a acordar un método iterativo para formular preguntas y recibir respuestas. Por el momento, el sistema funcionó bien con David Mumford, ya que contestó disciplinadamente las preguntas que le formulé por correo electrónico durante los meses de julio y agosto de 2013. En el caso de Ingrid Daubechies, lamento que mis tres intentos de arrancar la conversación no dieran los frutos esperados, pues sus sucesivas y sinceras promesas de que contestaría pronto, no llegaron a cumplirse a causa de estar «inundada» por otras obligaciones, por lo demás fácilmente comprensibles. A la espera de que quizás no esté todo perdido para elaborar un artículo más extenso sobre su vida y obra, basado en su testimonio directo para afinar el relato de sus episodios más relevantes (para una breve aproximación, muy esquemática, véase [41]), el foco primordial de este trabajo es David Mumford, de quien, como se ha dicho, se pueden realzar las valiosas informaciones de primera mano contenidas en las respuestas (**R**) que ha proporcionado a mis preguntas (**P**).

Educación primaria y secundaria

David Mumford nació el 11 de junio de 1937 en Worth (West Sussex, Inglaterra). A los tres años de edad, su familia se trasladó a los EE.UU.

P. En su educación básica, ¿qué influencia tuvieron sus padres? ¿Podría decirnos si dicha educación fue fundamentalmente la del sistema norteamericano?

R. Mi padre era británico y trabajaba en proyectos de desarrollo internacional. Tuvo una gran influencia en mí, induciéndome a pensar desde un punto de vista internacional y no meramente desde la óptica americana o británica.

P. Antes de ir a la universidad, ¿a qué escuelas fue? ¿Qué influencia tuvieron en el desarrollo de sus talentos y de su personalidad?

R. Cursé primaria en una escuela privada de Fairfield (Connecticut) llamada Unquowa. Allí aprendí las cosas usuales de esta etapa. Fue en la Academia Phillips Exeter, en New Hampshire, que por aquel entonces aún no era mixta, donde cursé los estudios de secundaria. Allí descubrí cuán apasionante puede ser la ciencia. Las matemáticas de este nivel siempre me parecieron tan simples como para no tener que pensarlas dos veces. Pero en mi último año estudié temas algo más complicados: las matemáticas de la teoría especial de la relatividad, lógica matemática y una introducción al álgebra abstracta. Exeter fue muy estimulante para mí. Me gustaba la ciencia, especialmente la electrónica y la astronomía. Construí un pequeño computador con cien relés electro-mecánicos y con ello gané un premio.[1] El enfoque era muy práctico.

Estudios de Matemáticas en Harvard

A los 16 años de edad, David Mumford ingresó en la Universidad de Harvard para estudiar Matemáticas (cuatro cursos). Como alumno de una institución de educación superior de los Estados Unidos o Canadá, y con sus credenciales, era natural que participara en el célebre concurso anual Putnam.[2]

P. ¿En cuántas ocasiones participó en el concurso Putnam? ¿Cuál fue su experiencia en relación a esta competición y qué significación tuvo para su carrera en Harvard?

R. Participé en las cuatro ediciones celebradas mientras fui estudiante. Me clasifiqué en el primer grupo de cinco en los cursos segundo y tercero. En primero y cuarto me clasifiqué en el grupo 6–10. Mi mayor triunfo fue cuando resolví un problema

[1] El Premio Westinghouse para jóvenes talentos, edición de 1953.

[2] Desde 1938, el concurso matemático William Lowell Putnam se ha celebrado cada año, con excepción de los años 1943 a 1945. El año 1958 también fue especial, de transición, ya que hubo la edición de primavera y otra adicional a finales de otoño, época en que el concurso se ha celebrado desde entonces. Administrado por la Mathematical Association of America (MAA, `http://www.maa.org/`), el propósito del Concurso Putnam es «estimular una rivalidad saludable entre los estudiantes de Matemáticas de los centros universitarios de Estados Unidos y Canadá». Para más información, v. `http://math.scu.edu/putnam/`.

que se le resistió a Gleason (él siempre realizaba la prueba para divertirse).[3] Aunque el concurso resultó interesante para mí (era un poco como practicar halterofilia), lo fueron mucho más las asignaturas que cursé.

P. ¿Podría delinear a grandes trazos su vida de estudiante en Harvard? Por ejemplo, ¿qué profesores fueron especiales para usted y por qué? ¿Qué materias fueron sus preferidas? ¿Quiénes fueron sus amistades más próximas? ¿Cuáles fueron sus ambiciones intelectuales favoritas?

R. Zariski, Mackey, Tate, Ahlfors y Gleason tuvieron un gran impacto en mí a través de sus cursos. Gleason era un matemático universal. Pensaba que un matemático es un viajero que, con su caja de herramientas como equipaje, debe estar dispuesto a aplicarlas en cualquier ocasión que se presente. En un cierto momento, mientras explicaba teoría de la medida, nos dijo: Carathéodory[4] escribió una tesis verdaderamente magnífica. Esta afirmación hinchó mis aspiraciones. Una idea muy del agrado de Mackey[5] era que las matemáticas forman parte de una gran estructura (puentes construidos sobre torres. . .), y esto me produjo una gran impresión. De él aprendí, por medio de sus viejas notas manuscritas para sus cursos, teoría de representaciones y mecánica cuántica. Su punto de vista tenía bastantes coincidencias con el de Bourbaki, pero era mucho más divertido. Ahlfors,[6] un profundo pensador en el dominio del análisis complejo, con una sorprendente intuición, podía perseguir una pista con una tenacidad ilimitada. Recuerdo su precioso curso sobre aplicaciones cuasi-conformes (aunque la teoría básica de variable compleja la aprendí leyendo el Titchmarsh[7]). De Tate[8] aprendí que a veces conviene distanciarse de los problemas

[3]Andrew M. Gleason (1921–2008). Hasta su jubilación en 1992, toda su carrera académica se desarrolló en Harvard. Una de sus contribuciones más importantes fue una solución al quinto problema de Hilbert (caracterización de los grupos de Lie). Para una semblanza escrita por el mismo Mumford, v. [29]. Para un extenso perfil biográfico, v. [5]. En relación al concurso Putnam, tienen gran interés los siguientes datos, consignados en [11], relativos a las veinticinco primeras ediciones: en cada una se incluyen los nombres de los cinco primeros clasificados por orden alfabético, siendo Andrew Gleason uno de los cinco nombres que aparecen tres veces. Entre los quince nombres que aparecen dos veces están, además de Mumford, Maxwell Rosentlicht, John Milnor (Medalla Fields en el ICM-1962, celebrado en Estocolmo) y Joseph Lipman. Según la misma fuente, las pruebas en las que tomó parte Mumford se celebraron los días 6, 5, 3 y 2 de marzo de los años 1954 a 1957, respectivamente, y en todas ellas se proponía resolver siete problemas por la mañana y siete por la tarde.

[4]Constantinos Carathéodory (1873–1950). Especialista en teoría de funciones de una variable real, cálculo de variaciones y teoría de la medida. Fue pionero en formular la termodinámica de modo axiomático.

[5]George W. Mackey (1916–2006). Profesor en Harvard hasta su jubilación en 1985. Especialista en tería de representaciones de grupos, teoría ergódica y análisis funcional. Su libro *Mathematical Foundations of Quantum Mechanics* es todavía un texto magnífico para iniciarse en la estructura matemática de la teoría cuántica. Entre las contribuciones recogidas en [9], es oportuno destacar aquí la del mismo Mumford (página 836): *To George, My Friend and Teacher*. V. también [27].

[6]Lars Ahlfors (1907–1996). Especialista en análisis complejo y superficies de Riemann. Uno de los dos primeros galardonados con la Medalla Fields (1936). Para un análisis de su obra, v. [10].

[7]*The theory of functions*, de Edward C. Titchmarsh (1899–1963), publicado por Oxford University Press en 1932 y 1939 (segunda edición) y con numerosas reimpresiones desde entonces, siendo la de 1968 la última en la que se incorporaron correcciones.

[8]John T. Tate, Jr. (n. 1925). Especialista en teoría de números y geometría aritmética. Premio Abel 2010.

corrientes y considerarlos desde una perspectiva más amplia que permita analizarlos y reducirlos a sus ingredientes esenciales. Impartió un magnífico curso sobre curvas algebraicas. Zariski[9] me sedujo con su aprecio y fascinación por los maravillosos objetos de la geometría algebraica y sus llamativas interrelaciones. Fue, desde luego, mi profesor principal tanto de álgebra conmutativa como de geometría algebraica.

Entre mis amistades estaban el pintor catalán Fernando Texidor[10] y el iraní Mahmoud Mossadegh (nieto del mandatario[11]). Por lo que se refiere a las matemáticas, solía ir al MIT [Massachusetts Institute of Technology] y charlar con Howard Resnikoff[12] y Emma Duchane.[13] También con un grupo de personas pioneras en temas de inteligencia artificial y redes neuronales (especialmente Jerry Lettvin[14]). Posteriormente conocí a Barry Mazur,[15] Michael Artin[16] y muchos otros matemáticos.

Solía hojear el catálogo de cursos al principio de cada semestre y seleccionar algo fuera de las matemáticas que me divirtiera. Fue así como aprendí anglosajón y arte chino. Aunque mi avidez para aprenderlo todo era muy grande, no tuve ningún éxito cuando traté de entender la teoría cuántica de campos.[17] Tampoco obtuve buenas notas en Historia del Arte, ya que a menudo malentendía las explicaciones del profesor (puede que en esto contribuyera el hecho de ser daltónico).

Doctorado

P. Escogió a Oscar Zariski como director de tesis. ¿Podría compartir con nosotros cómo ocurrió? ¿Cómo era su relación con él? ¿Cuáles fueron los momentos álgidos en sus estudios de doctorado?

[9] Oscar Zariski (1899–1986). Impulsó la fundamentación de la geometria algebraica italiana mediante el uso sistemático del álgebra abstracta. En 1981 fue galardonado con el Premio Leroy L. Steele y el Premio Wolf de Matemáticas. Para una excelente aproximación a la trayectoria de Zariski, véase [18].

[10] Nacido en Barcelona (1936), se graduó en ciencias arquitectónicas en la Universidad de Harvard, donde fue discípulo de Josep Lluís Sert López (1902–1983) y después se dedicó a la pintura. Al parecer era hijo del diseñador gráfico Ferran Texidor, a quien la guerra civil le llevó a exiliarse en Nueva York.

[11] Mohammad Mossadegh (1882–1967), primer ministro de Irán de 1951 a 1953. Nacionalizó la industria petrolífera iraní, de propiedad británica, y fue depuesto por un golpe de la CIA instigado por el MI6.

[12] Nacido en 1937, inventor y emprendedor en ingeniería matemática, en círculos matemáticos es conocido por su libro *Wavelet analysis: the scalable structure of information* (escrito conjuntamente con Raymond O. Wells, Jr., y publicado por Springer en 1998).

[13] David Mumford conoció a Emma Duchane y Howard Resnikoff en Washington, D.C., con ocasión de presentar su «computador», del cual hemos hablado anteriormente (nota 1) al concurso de la Westinghouse. De este encuentro surgió una amistad duradera. En el caso de Emma, Mumford ha colaborado estrechamente, como se verá más adelante, con el que después fue su esposo, Jayant Shah, en temas de visión.

[14] Jerome Y. Lettvin (1920–2011), científico cognitivo. Su artículo *What the frog's eye tells the frog's brain*, de 1959, es uno de los más citados de toda la literatura científica.

[15] Barry C. Mazur (n. 1937), especialista en teoría de números, es profesor en Harvard desde 1961.

[16] Nacido en 1934, Michael Artin es especialista en geometría algebraica. Actualmente es profesor emérito del MIT. Premio Wolf de Matemáticas 2013. Premio Steele 2002 por su destacada trayectoria.

[17] Cf. el ensayo de Mumford en [9].

R. Zariski era un profesor muy admirado y yo estaba deslumbrado, pero era muy exigente. En una ocasión, organizó un seminario con un grupo de sus estudiantes sobre el *teorema de Bertini* y quedó claro que cada uno de los participantes tendría que exponer en algún momento. El problema es que no reveló a quién escogería para cada sesión. Como consecuencia, ¡todos teníamos que estar preparados por si llegaba el caso de resultar llamados! El día en que me tocó a mí, cometí la torpeza de empezar diciendo que supondría que la característica del cuerpo base era 0, lo cual era manifiestamente una decisión equivocada. Posteriormente llegamos a ser buenos amigos y compartimos muchas veladas entrañables en su casa con él y su esposa Yole. □

En este punto parece obligado enriquecer estas reminiscencias con un párrafo de la autobiografía de Mumford [21] que ha sido bastante citado:

> En Harvard un compañero me dijo: «Vente conmigo a escuchar la primera clase del profesor Zariski, aunque quizás no entendamos ni una palabra». Pero el profesor Zariski me fascinó. Cuando pronunciaba las palabras «variedad algebraica», había una cierta resonancia en su voz que nítidamente indicaba que estaba contemplando un jardín secreto. Inmediatamente sentí el impulso de poderlo percibir también y esto me llevó a 25 años de esfuerzos para intentar hacerlo visible y palpable. Me obsesioné sobre todo con una suerte de flor de la pasión en dicho jardín: los espacios de moduli de Riemann. Sin descanso intentaba encontrar nuevos ángulos desde los cuales pudiese verlos mejor.

En *Sinergia entre matemática pura y aplicada, y entre lo abstracto y lo concreto*, que es el título de su reciente prólogo al libro [35] (páginas ix–xvi), Mumford incluye una sugestiva precisión sobre los jardines secretos:

> Como ves, la matemática pura se manifiesta mediante la creación de variaciones sobre el álgebra y la geometría que aprendiste en secundaria. En ocasiones he descrito el mundo que se abre a quienes persisten como un jardín secreto cuya llave no se puede obtener sin un duro trabajo previo.

Geometría algebraica

Mumford defendió su tesis doctoral, titulada *Existence of the Moduli Scheme for Curves of Any Genus*, en 1961, pero la publicación por la Universidad de Harvard no apareció hasta el año siguiente [16]. Empieza con ello una fértil etapa de más de veinte años como profesor en Harvard, y en los que la geometría algebraica es el terreno en el cual desarrolla su actividad científica. Hay tres perspectivas especialmente relevantes para tener una idea de la cantidad y calidad de sus logros. Una es que dirigió 29 tesis doctorales:

1966, John Fogarty; 1967, Tadao Oda; 1968, Leslie Roberts; 1969, Birger Iverson, Steve Gewirth y Joel Roberts; 1971, Jonathan Wahl y Finn Knudsen; 1972, David Harris, Stacy Langton y Mary Schaps; 1973, Bernard Saint-Donat, Stephen Crick y Jerome Myers; 1974, Henry Pinkham; 1975, Robert Fisher, Ulf Persson, Linda Ness, Avner Ash, Larry Griffith y Yung-sheng Tai; 1978, Ian Morrison, Henri Gillet y William Lang; 1983, Amnon Neeman, Emma Previato y Michael Stillman; 1984, Ching-Li Chai; 1986, Akihiko Yukie.

Otra perspectiva es la relación de los libros que ha publicado. Contienen una parte importante de su producción[18] y han inspirado a generaciones de geómetras algebraicos desde su publicación:

- 1965: *Geometric Invariant Theory*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete (Neue Folge), volumen 34, Springer-Verlag, vi+145 pp.

  Es una de sus obras maestras, sin duda uno de los hitos sobresalientes de la segunda mitad del siglo XX, no ya en el terreno de la geometría algebraica, sino de las matemáticas en general. Es una versión extendida de su tesis doctoral y fue escrita durante su estancia en el Instituto de Estudios Avanzados (IAS en sus siglas inglesas) en el curso 1962–63. «El lector encontrará una ingeniosa combinación de métodos generales y profundos con ilustraciones muy concretas. Sorprende el contraste entre la calidad de las matemáticas y el eficaz estilo de la presentación» (Frans Oort, MR0214602 (35 #5451)).

  1982: Segunda edición ampliada (xii+220 pp.), con la colaboración de John Fogarty. Incorpora siete apéndices (unas 60 páginas en total), uno para cada capítulo del texto original, destinados a describir los desarrollos ocurridos desde la primera versión. «... sigue siendo el trabajo más importante, profundo y de un mayor alcance sobre la teoría geométrica de invariantes y la teoría de moduli [...] útil tanto para geómetras algebraicos como para especialistas en áreas relacionadas e incluso, en años recientes, para los físicos matemáticos [teoría de cuerdas, por ejemplo]» (Werner Kleinert, MR719371 (86a:14006)).

  1994: Tercerca edición ampliada (xiv+292 pp.), con la colaboración de Frances Kirwan y John Fogarty. «A finales de los años setenta o primeros ochenta, Mumford observó que la aplicación momento proporciona una conexión notable entre la teoría geométrica de invariantes (GIT) y la geometría simpléctica [...] Con la incorporación del capítulo 8 [a cargo de Frances Kirwan, autora de [14]], este libro fundamental es también una buena referencia para quienes quieran leerlo desde un punto de vista diferencial (simpléctico), así como para los geómetras algebraicos que no descartan usar técnicas no algebro-geométricas» (Yi Hu, MR1304906 (95m:14012)).

  La bibliografía de esta tercera edición contiene 926 entradas, de las cuales 324 corresponden a la segunda edición y no más de 40 a la primera. Un detalle para nuestra pequeña historia es que, si en la bibliografía de la segunda edición no encontramos ningún nombre afiliado a centros españoles, en la de la tercera aparecen los siguientes: Rafael Hernández (un artículo), Rosa M. Miró-Roig (cuatro), José M. Muñoz-Porras (dos), José Messeguer e Ignacio Sols (uno conjunto), Montserrat Teixidor (cuatro) y Gerald Welters (tres).

- 1966: *Lectures on curves on an algebraic surface*, con una sección debida a George Bergman. Mathematical Notes 59, Princeton University Press (xi+198 pp.).

[18]En palabras de János Kollár en [15]: «Por contraste con la mayoría de matemáticos, Mumford publicó varios de sus trabajos más emblemáticos solamente en forma de libro».

En la introducción leemos: «El propósito de estas notas es llegar a una clarificación completa de uno de los "teoremas" sobre superficies algebraicas F: la completitud del sistema lineal característico de un (buen) sistema algebraico completo de curvas de F. [...] Hasta 1960, no se conocía ninguna demostración algebraica de este teorema puramente algebraico, aunque una inacabable y deprimente controversia oscureció este hecho [la última frase está como nota al pie de la página]». Es muy recomendable la recensión que Teruishi Matsusaka escribió para los *Mathematical Reviews*: MR0209285 (35 #187). Digamos finalmente que antes de que aparecieran los libros de Igor R. Shafarevich (*Basic algebraic geometry*, 1972, 1994) y de Robin Hartshorne (*Algebraic geometry*, 1977, 1993), el libro que estamos comentando y el que sigue en esta lista fueron textos de cabecera insustituibles para todos quienes deseaban profundizar en la geometría algebraica (y para muchos todavía lo siguen siendo).

- 1967: *The Red Book of Varieties and Schemes*. Notas publicadas por el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Harvard.

  1988: Reimpreso como Lecture Notes in Mathematics 1348 por Springer.

  «... ampliamente usadas por [...] los geómetras algebraicos, estas notas son una reimpresión de las famosas notas que Mumford escribió para sus cursos en Harvard. [...] Cuando se publicaron, eran pocos los que conocían y entendían las ideas de Grothendieck[19] y el "libro rojo" fue la primera aproximación a los imponentes EGA (*Élements de Géometrie Algebrique*). [...] Es un texto excelente por su estilo informal y la multiplicidad de ejemplos» (Peter Nielsen, MR971985 (89k:14001)).

  1999: Aparece una versión ampliada, con la colaboración de Enrico Arbarello, que incluye el libro 1975a (v. infra). «La última de las cuatro conferencias [de 1975a], que trata el problema de Schottky, es seguida de un breve estudio a cargo de Arbarello sobre las contribuciones a este problema desde el momento en que se escribieron las notas hasta 1996 y de una muy completa bibliografía» (Arnaud Beauville, MR1748380 (2001b:14001)).

- 1970: *Abelian Varieties*, en colaboración con C. P. Ramanujam. Oxford University Press India. Basado en la serie de conferencias que impartió en el Tata Institute en el curso 1967–68.

  «Proporciona un tratamiento moderno, en lenguaje de esquemas, [...] de las variedades abelianas. [...] Comparado con su inmediato predecesor (el libro *Abelian varieties* de Serge Lang (Interscience, 1959)), la omisión más obvia y seria es la de las variedades jacobiana y de Albanese. [...] Pero el libro de Mumford contiene muchos resultados que no eran conocidos, o no estaban demostrados, cuando Lang escribió su libro (el teorema de Riemann-Roch, el teorema de dualidad, la teoría de los subgrupos esquemáticos finitos en característica p, etc.), y trata además la teoría analítica [...] que es usada

[19] Alexander Grothendieck (n. 1928). Un gigante de las matemáticas de segunda mitad del siglo XX (v. [39]). Fue galardonado con la Medalla Fields en 1966, junto con Michael Atiyah (n. 1929), Stephen Smale (n. 1930) y Paul Cohen (1934–2007).

para motivar e ilustrar la teoría algebraica [...]» (J. S. Milne, MR0282985 (44 #219)).

1974: Segunda edición. Reimpresión revisada en 2008, tipografiada en LaTeX y con apéndices de C. P. Ramanujam[20] y de Yuri Manin.[21] La tercera edición, de 2010, reproduce el mismo material, pero la encuadernación es distinta y la distribuye la American Mathematical Society.

- 1973: *Toroidal Embeddings I*, en colaboración con George Kempf, Finn Knudsen y Bernard Saint-Donat. Lecture Notes in Mathematics 339, Springer-Verlag.

  «En estas notas se estudian las singularidades que aparecen en las inmersiones equivariantes de toros» (G. Harer, MR0335518 (49 #299)).

  Este libro marca el inicio del fértil estudio de las variedades tóricas, un tema al cual han contribuido muchos autores y que ha sido relevante en diversos campos de las matemáticas y la física.

- 1975a: *Curves and their Jacobians*. University of Michigan Press. Actualmente está incorporado en la versión ampliada del libro de 1967.

  «Este bello libro es una exposición, empezando desde cero, de la teoría de curvas algebraicas (sobre $\mathbf{C}$) y sus jacobianas, poniendo énfasis en ejemplos concretos de curvas y de espacios de moduli [...] destinado a lectores con conocimientos básicos de topología, análisis complejo y álgebra. No se precisa ningún conocimiento especial de álgebra conmutativa o de los fundamentos de la geometría algebraica» (Henry C. Pinkham, MR0419430 (54#7451)).

- 1975b: *Smooth Compactifications of Locally Symmetric Varieties*, en colaboración con Avner Ash, Michael Rapoport y Yung-Shen Tai. Vol. 4 de la colección *Lie Groups: History, Frontiers and Applications*, publicado por Mathematical Sciences Press. En 2010 fue reimpreso por Cambridge University Press. Este texto es una continuación del libro de 1973 y los dos «en esencia son extensos artículos de investigación disimulados bajo un disfraz de libros» (János Kollár, [15]). Para una excelente visión del inicio de estas investigaciones, nada mejor que el artículo [17].

- 1976: *Algebraic Geometry I: Complex Projective Varieties*. Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften 221, Springer-Verlag. Reimpreso en 1995 en la colección Classics in Mathematics de la misma editorial.

  «[...] una introducción a la geometría proyectiva clásica desde el punto de vista de la geometría algebraica moderna [...] ilumina las ideas geométricas clásicas, como por ejemplo las 27 rectas sobre una superficie cúbica» (Gerhard Pfister, MR0453732 (56 #11992)).

[20] Chakravarthi Padmanabhan Ramanujam (1938–1974). Trabajó en teoría de números y en geometría algebraica. Fue *fellow* de la Academia de Ciencias de la India.

[21] Yuri I. Manin (n. 1937). Es especialista en geometría algebraica y geometría aritmética, pero ha publicado muchos trabajos sobre una gran variedad de temas (física, lógica, computación, lingüística,...). Premio Nemmer (1994), Premio Schock (1999), Medalla Cantor (2002), Premio Bolyai (2010).

- 1982, 1983, 1991: *Tata Lectures on Theta, I, II, III.* Basados en un curso impartido en el Tata Institute en 1978–79.

  I: Introducción y motivación: funciones theta de una variable y resultados básicos sobre funciones theta en varias variables. «[...] primer volumen [...] sobre funciones theta y sus aplicaciones a la teoría de números, a la geometría algebraica y a ciertas ecuaciones diferenciales no lineales» (M. Kh. Gizatullin, MR688651 (85h:14026)).

  II: Funciones theta jacobianas y ecuaciones diferenciales (en colaboración con C. Musili, Madhav Nori, Peter Norman, Emma Previato y Michael Stillman).

  «El autor formula su propia presentación del segundo capítulo del libro de J. Fay *Theta functions on Riemann surfaces* (Lecture Notes in Mathematics, 352, Springer, Berlin, 1973) y obtiene soluciones de las ecuaciones de Kadomtsev-Petviashvili, sine-Gordon y KdV a partir de casos límite de la fórmula trisecante de Fay» (M. Kh. Gizatullin, MR742776 (86b:14017)).

  III: Tratamiento explícito de la definición algebraica de las funciones theta.

  «Los tres volúmenes estudian desde cero, pero con gran profundidad, la presencia de las funciones theta en geometría algebraica, en teoría de números y en teoría de representaciones [...] y muestran, con los problemas abiertos al final de cada capítulo, "lo poco que conocemos más allá de los fundamentos". La introducción al volumen I es una guía de los tres volúmenes y contiene referencias a tratamientos alternativos» (Emma Previato, MR1116553 (93d:14065)).

Y la tercera perspectiva la proporcionan sus publicaciones en revistas, cuyos títulos y demás detalles no precisamos reproducir aquí por dos afortunadas circunstancias. Una es que se puede acceder al contenido de las mismas en la página web del autor,[22] clasificadas en varios temas y con comentarios introductorios. Y la otra es que se han recopilado en dos volúmenes: [25, 30]. Para una primera aproximación a su contenido y significación, son muy recomendables las recensiones [15, 33, 34]. Hay que resaltar que el segundo volumen contiene, además de los artículos sobre geometría algebraica que no figuran en el primero, incluyendo cuatro no publicados previamente, 130 páginas de correspondencia con Grothendieck: la mayoría, cartas de Grothendieck a Mumford; algunas, de respuesta de Mumford a Grothendieck; y varias de Grothendieck a otros, como Zariski, Tate, Hartshorne,[23]...

P. En su obituario de Zariski para la National Academy of Sciences, [18], usted afirma que después de publicar «la monumental revisión de los resultados centrales de la escuela italiana» (la monografía [42]), su propósito fue «restaurar apropiadamente la salud del grueso de la geometría algebraica». Análogamente, el trabajo de usted en geometría algebraica parece una contribución de primer orden en la dirección de trascender el «jardín secreto» de Zariski en varias direcciones. ¿Nos podría esbozar los ingredientes principales de este cambio de paradigma y el papel que usted jugó en el mismo?

[22] `http://www.dam.brown.edu/people/mumford/`

[23] Robin Hartshorne (n. 1938). Geómetra algebraico, autor el libro *Algebraic Geometry* (Springer, 1977, 1993). Premio Steele 1979 (American Mathematical Society).

R. Pienso que la geometría algebraica expandió sus horizontes como lo hicieron todos los campos de las matemáticas en la segunda mitad del siglo XX. Algunos de los primeros efectos fueron consecuencia del uso de los haces coherentes, lo cual permitió a los investigadores extender enormemente los resultados de la escuela italiana e incorporar el caso de característica positiva p para conseguir una unificación de la geometría algebraica con la teoría de números. Esta mirada de todo desde un punto de vista más abstracto y general afectó a las ecuaciones en derivadas parciales y el análisis, todas las variantes del álgebra, y todas las áreas de la geometría. El cambio era la esencia de la gran remodelación de la especialidad debida a Grothendieck. Otra tendencia fue la de reconocer conexiones entre distintas áreas de las matemáticas. Los problemas de moduli ofrecían la posibilidad de combinar ideas de topología, análisis, recuentos en característica p (funciones zeta) o de formas modulares con ideas más puramente algebro-geométricas. Me encantan los problemas que llevan a estas interconexiones, y esta fue una de las principales motivaciones para volver la mirada a problemas de visión por computador, en los cuales las ideas computacionales, estadísticas, psicológicas y neuro-fisiológicas se entretejen con las ideas matemáticas.

P. En la Newsletter de la Sociedad Matemática Europea de junio de 2013, Alexei N. Parshin cuenta la historia de cómo usted se las ingenió para visitar la comunidad matemática de Moscú y, en referencia a la escuela de Shafarevich,[24] el hecho de que «Mumford conocía todos nuestros artículos». ¿Qué investigadores de la entonces Unión Soviética estaban más cerca de sus intereses álgebro-geométricos? ¿Qué efecto tuvo en ellos su trabajo?

R. Había una gran diferencia entre la aproximación de los rusos a las matemáticas y la de los franceses. Me atraía más la forma rusa de hacer las cosas que los modos más abstractos de los franceses. Descubrí, por ejemplo, que el trabajo de Gelfand[25] y Piatetski-Shapiro[26] sobre representaciones de grupos de Lie era mucho más accesible que cualquiera otra cosa en Occidente. A cambio, quizás ellos conectaron con mi enfoque basado en ejemplos. Conocí a Shafarevich y a Manin en el ICM de 1962 (Estocolmo), donde ingerimos grandes cucharadas de caviar regadas con frecuentes tragos de vodka. De una visita posterior, pero todavía antes de Gorbachov, recuerdo que bajo el cristal de la mesa de Manin en su apartamento había una docena de invitaciones a congresos a los que no pudo asistir por denegación del visado. En una buena parte de los matemáticos moscovitas se percibía un estimulante sentido de comunidad. Con Manin hemos sido buenos amigos y mi admiración por su trabajo es enorme, pero lamentablemente las intersecciones de nuestros caminos nunca han sido duraderas.

[24] Igor R. Shafarevich (n. 1923), matemático ruso especialista en teoría algebraica de números, geometría algebraica y geometría algebraica aritmética.

[25] Israil M. Gelfand (1913–2009) cultivó muchas ramas de las matemáticas, como teoría de grupos, teoría de representaciones y análisis funcional. Premio Wolf de Matemáticas (1978), Premio Steele de la AMS (2005, por su trayectoria), y Orden de Lenin (en tres ocasiones).

[26] Ilya Piatetski-Shapiro (1929–2009). Al principio cultivó tanto la matemática aplicada como la pura, pero luego sólo la matemática pura (teoría analítica de números, teoría de representaciones, geometría algebraica,. . .). Premio Wolf de Matemáticas (1990).

P. En el segundo volumen de artículos de geometría algebraica, usted incluyó correspondencia con Grothendieck, pero infiero de algunas reseñas que las cartas que usted le escribió fueron destruidas. ¿Sería tan amable de darnos su opinión de lo que ocurrió? Además, cualquier apreciación adicional sobre Grothendick será bienvenida.

R. Por lo que parece, Grothendieck no conservó mis cartas (o por lo menos nadie las ha encontrado). En relación a mi apreciación, puedo decir que visitó Harvard dos veces y que impartió tanto cursos como seminarios que resultaron inmensamente estimulantes. Mi libro *Lectures on curves on algebraic surfaces* fue un intento de reelaborar algunas de sus ideas de la manera más concreta posible (haciendo, por ejemplo, que las cotas fuesen explícitas). Nada más oír la definición de esquema, me di cuenta de que él había encontrado la fundamentación correcta de la geometría algebraica, el ingrediente que Weil,[27] Zariski y Serre[28] habían estado buscando.

P. Usted fue galardonado con la Medalla Fields en 1974. Según la mención, por contribuciones a «problemas sobre la existencia y estructura de variedades de moduli, variedades que parametrizan clases de isomorfismo de algún tipo de objeto geométrico», y también «por importantes contribuciones a la teoría de las superficies algebraicas». ¿Podría recordarnos las investigaciones y resultados que culminaron en esta distinción? ¿Qué efectos tuvo en su vida profesional? ¿Y para la geometría algebraica, o incluso fuera de ella?

R. Pienso que todas las medallas y premios son, en un grado considerable, arbitrarios. Creo que hay quizás cinco veces más personas que podrían merecerlos, pero al final el reparto queda como queda por una diversidad de contingencias. Y un premio facilita que cualquier comité posterior decida añadir otro a la lista. Por lo que se refiere a moduli, siempre me han fascinado los mapas (mapas del mundo, mapas topográficos, cartas náuticas) y los espacios de moduli no son más que mapas de una parte del paisaje matemático. Más recientemente, la investigación sobre imágenes médicas me ha llevado al estudio de mapas geométricos diferenciables en dimensión infinita, como, por ejemplo, el de todas las curvas planas cerradas simples. □

Dos citas, que en cierto modo son un contrapunto a la última respuesta, nos parecen muy indicadas. Una es de János Kollár [15]: «*Geometric Invariant Theory* es el trabajo que estableció la reputación de Mumford y que en gran medida le dio la Medalla Fields». La otra es de John Tate [40]: «Mumford ha llevado adelante, después de Zariski, el proyecto de algebraizar y dotar de rigor el trabajo de la escuela italiana [...] Su interés principal es la teoría de variedades de moduli. Es este un tema central de la geometría algebraica cuyos orígenes están en la teoría de las integrales elípticas. El desarrollo en años recientes de los aspectos algebraicos y globales de este campo se debe principalmente a Mumford, que lo atacó con una

[27] André Weil (1906–1998), conocido por sus trabajos de fundamentación de la teoría de números y de la geometría algebraica. Fue miembro fundador de Bourbaki. Premio Wolf de Matemáticas (1979).

[28] Jean-Pierre Serre (n. 1926). Ha realizado aportaciones fundamentales a la topología algebraica, la geometría algebraica y la teoría algebraica de números. Medalla Fields (1954), Premio Wolf de Matemáticas (2000), Premio Abel (2003).

brillante combinación de métodos clásicos, casi computacionales, y técnicas de la teoría de esquemas de Grothendieck».

Finalmente, para quienes deseen una presentación sintética de las ideas más importantes introducidas por Mumford en el dominio de la geometría algebraica, es oportuno citar el artículo [1]: teoría de invariantes geométricos y moduli de curvas (sección 2), moduli de variedades abelianas (sección 3), clasificación de superficies e idiosincrasias de la característica positiva (sección 4) y otros trabajos en geometría algebraica (sección 5).

Visión y temas relacionados

Tal como hemos afirmado en [41], David Mumford es, en la década de los setenta y primeros ochenta, el investigador que todo geómetra algebraico quería emular, el autor por excelencia de diversos libros especializados de obligado estudio, el profesor en sus primeros cuarenta del cual se espera aún mucho más de lo que ha dado a su especialidad. Vista su trayectoria desde fuera, nada podía hacer prever una inflexión tan radical en su trayectoria científica como la que se produjo a principios de los años ochenta. Es el momento en que su principal interés científico se centra en la búsqueda de un enfoque matemático que permita entender el funcionamiento del cerebro (y del pensamiento).

P. Puesto que una inflexión de esta índole en una carrera científica no es lo más usual, y menos en alguien con los laureles de una Medalla Fields, pienso que se apreciaría mucho que usted resumiera cómo ocurrió y que comentara su percepción de la dicotomía entre matemática pura y matemática aplicada.

R. No soy el único que se ha movido a nuevas áreas. Mike Artin se pasó de la geometría algebraica al estudio del álgebra no conmutativa. Otro ejemplo es Langlands,[29] que se ha dedicado al estudio de la percolación. Por lo que a mí se refiere, en mis años de estudiante [en Harvard] había realizado extensas lecturas sobre el cerebro y sobre modelos matemáticos de su funcionamiento. En una conversación con Jayant Shah,[30] con ocasión de una conferencia en Ravello, descubrí el trabajo de David Marr,[31] que nos inspiró a iniciarnos en la investigación de la visión.

La matemática pura y la aplicada son, en mi opinión, tan inseparables como dos hermanas siamesas. Es fantástico poder ir de una a la otra y volver. Acabamos de celebrar la reunión anual de un grupo de personas, formado hace una década,

[29] Robert P. Langlands (n. 1936), es conocido sobre todo por ser el fundador del *programa de Langlands*, un entramado de conjeturas y resultados que interrelacionan las representaciones de grupos, las formas automorfas y los grupos de Galois de los cuerpos de números. Premio Wolf de Matemáticas (1995/6), Premio Steele por contribuciones seminales a la investigación (2005) y Premio Shaw de Matemáticas (2007).

[30] `http://www.northeastern.edu/shah/`

[31] David C. Marr (1945–1980). Neurólogo y psicólogo, aplicó ideas de inteligencia artificial al estudio de la visión. Sus principales resultados están recogidos en el libro *Vision: A computational investigation into the human representation and processing of visual information* (Freeman and Co., 1982), publicado en 2010 por MIT Press con un prefacio de Shimon Ullman y un epílogo de Tomaso Poggio.

interesadas en el estudio de la «forma»: Peter Michor[32] está en el lado puro y un grupo de Johns Hopkins (Center for Image Science[33]) aplica nuestras ideas al análisis de escáneres cerebrales. Ha sido una gran colaboración. □

En este punto es importante señalar que hubo otras circunstancias, de índole más personal, que influyeron en su decisión. Las ha relatado el mismo Mumford en el tercer párrafo de su autobiografía [21], del cual nos limitamos a ofrecer una traducción:

> En Radcliffe[34] conocí a Erika Jentsch,[35] quien me rescató de lo que podría haber sido una existencia demasiado aislada [contrajeron matrimonio en 1959]. Tuvimos tres hijos y una hija: Stephen, Peter, Jeremy y Suchitra. Pasábamos los veranos en Maine, en los bosques o navegando por la costa. Se dedicó a la poesía, ganó muchos premios y aprendí a ir a lugares como «el esposo». Mi vida cambió en los años ochenta. Erika murió [en 1988, después de una larga enfermedad] y me aconteció que desvié la atención de la geometría algebraica a una antigua pasión: ¿existe una aproximación matemática que permita entender el pensamiento y el cerebro? Esto es matemática aplicada y he de decir que no creo que aquí lo primordial sean los teoremas. Conocí personas extraordinarias, como Ulf Grenander,[36] Stuart Geman[37] y Persi Diaconis,[38] que me mostraron el papel crucial de la estadística. Mi madre siempre decía que al envejecer tus horizontes se expanden. Con mi segunda esposa, Jenifer Gordon, compartimos siete hijos, ahora ya mayores, con sus propias familias e ilusiones, y yo acepté trasladarme a Brown[39] [a partir de 1996], que es el centro mundial para el estudio de la inteligencia con este enfoque.

Con la retrospectiva que dan los años transcurridos desde que Mumford se dedicó a la investigación de la visión (incluyendo biología y psicología de la visión y, desde 2001, geometría de los espacios de formas), no hay duda de que su preeminencia en este campo tiene un signo parecido, tanto en calidad como en cantidad, al de su anterior época como geómetra algebraico. En primer lugar, ha dirigido 19 tesis doctorales: 1989, Yang Wang; 1991, Gaile Gordon, Mark Nitzberg; 1993, Peter Belhumeur, Tai Sing Lee, David Fry; 1995, Peter Hallinan; 1996, Song-Chun Zhu; 1998, Ralph Teixeira; 2000, Artur Fridman, Jinggang Huang; 2002, Ann Lee, Conglin Lu; 2003, Yan Cao; 2004, Kathryn Leonard, Wei Wu; 2008, Mario Micheli, Matt Feizsli; 2010, Sergey Kushnarev.

En segundo lugar, muchos de los artículos que ha publicado (más de mil páginas en total) se pueden encontrar en su página web[40] (la lista completa está en su C.V.), clasificados en cinco líneas: teoría de patrones, segmentación y análisis de imágenes, estadísticas de las imágenes, teoría de la forma, y biología y psicología de la visión.

[32] `http://www.mat.univie.ac.at/~michor/`
[33] `http://cis.jhu.edu/`
[34] `http://www.radcliffe.harvard.edu/`
[35] `http://erikamumford.net/biography/`
[36] `http://www.dam.brown.edu/people/facultypage.ulf.html`
[37] `http://www.dam.brown.edu/people/facultypage.geman.html`
[38] `http://www-stat.stanford.edu/~cgates/PERSI/`
[39] `http://www.dam.brown.edu/people/`
[40] `http://www.dam.brown.edu/people/mumford/`

Finalmente, los libros que ha publicado sobre visión son más bien, como ya ha quedado dicho que ocurría con los de geometría algebraica, extensas monografías de investigación:

- 1993: *Filtering, segmentation and depth* (en colaboración con Mark Nitzberg y Takahiro Shiota). Lecture Notes in Computer Science, 662. Springer-Verlag, Berlin, 1993. viii+143 pp.

  «La visión por computador [...] empieza con una imagen digital ambigua y con ruido [...] y termina con una descripción de alto nivel de objetos ubicados en el espacio tridimensional y su identificación según una clasificación humana. En este libro estudiamos este problema a distintos niveles. Primero tratamos procesos de bajo nivel para supresión del ruido y suavizado que no destruyen las líneas y singularidades importantes de la imagen. A un nivel un poco más alto, describimos un algoritmo robusto para la delineación de contornos que suministra un dibujo de las líneas importantes de la imagen. Finalmente, introducimos la tarea de alto nivel cuyo objeto es la reconstrucción de la geometría de los objetos en la escena» (del prólogo).

- 1999: *Two and Three dimensional Patterns of the Face* (en colaboración con Peter Giblin, Gaile Gordon, Peter Hallinan y Alan Yuille), A K Peters, 1999, viii+262 pp.

  «En diez lúcidos capítulos [...] se cubre tanto la modelización teórica de imágenes de caras humanas como la experimentación con simulaciones de las mismas» (Allen Klinger, MR1695242 (2000m:68144)).

- 2007: *A stochastic grammar of images* (en colaboración con Song-Chun Zhu), Foundations and Trends in Computer Graphics and Vision, 2:4 (2006), pp. 259–362. Publicado como monografía por «Now–the essence of knowledge» en 2007, x+108 pp.

  «[...] el propósito es una gramática estocástica de las imágenes sensible al contexto [...] un marco unificado para la representación, el aprendizaje y el reconocimiento de una gran número de categorías de objetos» (del resumen).

- 2010: *Pattern theory. The stochastic analysis of real-world signals* (en colaboración con Agnès Desolneux). A K Peters, 2010. xii+407 pp.

  El origen de esta obra maestra está en las notas tomadas por Agnès Desolneux en el curso sobre teoría de patrones que Mumford impartió en el Instituto Henri Poincaré de París en 1998. En el largo proceso de elaboración del texto, se tuvieron en cuenta ideas posteriores y se incluyeron ejercicios y problemas al final de cada capítulo. Multidisciplinar por naturaleza, estudia seis modelos de señales: lenguaje natural (escrito), música, reconocimiento de caracteres, texturas y segmentación de imágenes, reconocimiento de caras, e imágenes de escenas naturales y su análisis multiescala. Las matemáticas utilizadas se introducen cuando son necesarias, cubren aspectos de una variedad de temas (teoría de la información, procesos estocásticos, análisis funcional, física estadística o geometría diferencial de dimensión infinita) y se ubican en catorce cortas secciones (alrededor de 60 páginas en total).

La filosofía que vertebra el texto nos parece innovadora y relevante: «Este libro es una introducción a las ideas de Ulf Grenander y el grupo que ha abanderado en la Universidad de Brown para analizar *cualquier* tipo de señal que la realidad nos presente. Pero no es un texto introductorio básico para graduados que desarrolle sistemáticamente un área de las matemáticas, al estilo de un curso de máster o doctorado para matemáticos. Nuestro propósito tampoco es explicar cómo desarrollar todas las herramientas básicas para analizar voz o imágenes, como se haría en un curso sobre procesamiento de señales o de visión por ordenador. A nuestro parecer, lo distintivo de la matemática aplicada es que se empieza con una colección de problemas planteados en algún área científica y luego se indaga sobre cuáles son las matemáticas más apropiadas para clarificar los datos experimentales y entender los procesos subyacentes que generan tales datos. Se necesitan herramientas matemáticas y, casi siempre, también herramientas computacionales. El investigador queda así implicado en un diálogo sin fin: busca de un modelo, contraste con los datos, identificación de posibles carencias, refinamiento del modelo,... A veces, el reto es encontrar las herramientas matemáticas idóneas, y otras, calcular eficientemente las consecuencias del modelo o determinar el valor correcto de sus parámetros. La pretensión de este libro no es otra que intentar llevar al lector activamente al centro de este diálogo» (primer párrafo del prefacio).

«[...] este excelente libro va destinado a un amplio espectro de lectores. Aportará materiales preciosos e interesantes a quienquiera que esté interesado en descubrir la teoría de patrones y sus estrechas relaciones con la geometría, la probabilidad y la teoría de señales» (Laurent Younes, MR2723182 (2011m:94045)).

Finalmente, parece oportuno invocar aquí la rotunda valoración que Mumford realiza del potencial epistemológico de la teoría de patrones (último párrafo de la sección 6 de [20]):

> Pienso que la teoría de patrones contiene el germen de una teoría universal del pensamiento, una teoría opuesta al habitual análisis en términos de lógica. La extraordinaria similitud de la estructura de todas las partes del córtex del cerebro humano, y del córtex humano con el de los mamíferos más primitivos, sugiere que su funcionamiento se rige por un principio universal relativamente simple, incluso en procesos complejos como el lenguaje: la teoría de patrones es una propuesta sobre cuáles pueden ser estos principios.

P. En esta cita usted afirma que la teoría de patrones «contiene el germen de una teoría universal del pensamiento». Dos décadas después, ¿cuál es su valoración de esta afirmación?

R. En 1992 no apreciaba plenamente la importancia de las estructuras gráficas subyacentes al pensamiento.[41] Considero que la identificación de la retroalimentación

[41] Para ilustraciones del uso de estos «modelos gráficos», véase el capítulo 4 de *Pattern Theory* (nos hemos ocupado de este texto en la página 656). Como referencias básicas sobre modelos gráficos, citemos [4] (especialmente el capítulo 8) y [12].

en el neocórtex con la distribución a priori de la fórmula de Bayes es correcta, pero desde entonces he tratado de destacar la relevancia de los grafos gramaticales, como por ejemplo en mi monografía con Song-Chun Zhu (v. pág. 656). Quiero señalar también que sigo argumentando fuertemente que los modelos basados en [deducción] lógica son inadecuados.

P. En relación a la segunda frase, ¿qué adelantos han ocurrido desde entonces? ¿Hay evidencias de este «principio universal» también al nivel de los algoritmos ejecutados por cada módulo básico de la estructura cortical?

R. Los «algoritmos» corticales básicos siguen siendo un misterio. Ir más allá parece requerir el registro de algo así como un millón de neuronas simultáneamente, o un experimento inspirado. Ninguno de los dos avances se ha producido todavía y la cuestión de si existen «módulos neuronales», o cuál es su naturaleza, siguen siendo conjeturas.

P. ¿Podemos esperar una continuación del libro *Pattern Theory* en el cual dicha gramática universal de patrones se exponga de un modo más explícito, incluyendo quizás una nueva ronda de ejemplos que ilustre todo el potencial del paradigma síntesis/análisis?

R. ¡No si lo he escribir yo!

Otros escritos

Hemos mencionado en varias ocasiones que la web de David Mumford[42] es una fuente de información primordial sobre su obra. La filosofía que la anima está expresada en la página de presentación, donde en particular encontramos la siguiente declaración:

> También creo que el éxito de la empresa investigadora depende de la libre difusión de materiales y no creo que haya ninguna editorial comercial que esté «de nuestro lado», puesto que no tienen ninguna obligación de rendir cuentas a la comunidad académica. Es por esto que pongo aquí todos mis trabajos en el dominio público, incluidos los derechos digitales de todos los materiales que nunca concedí explícitamente a ningún editor. Estudiosos y lectores interesados pueden, pues, disponer del material contenido en este sitio para un «uso justo».

El cuarto apartado de su sitio web se titula «Más allá de la investigación». Algunos de los artículos que se pueden encontrar aquí ya han sido citados en esta semblanza, como por ejemplo [22], al comentar sus reflexiones al final de su mandato como Presidente de la IMU; [27], en su semblanza de George Mackey; [28, 26], en relación al Premio Wolf de Matemáticas; su contribución al artículo [5], al referirnos a Andrew Gleason; o su prólogo a [35], al hablar de su noción del «jardín secreto».

Entre las dos decenas de artículos restantes, escogemos tres títulos dispares para fijarnos brevemente en algunas de las sugestivas reflexiones que contienen sobre temas radicalmente distintos y de las cuales podemos también colegir otros trazos inconfundibles del pensamiento y carácter de Mumford:

[42] `http://www.dam.brown.edu/people/mumford/`

- *The Dawning of the Age of Stochasticity* [23];
- *Henri's Crystall Ball* [7]; y
- *My introduction to functors and schemes* [32].

Sobre el primero, nos limitamos a destacar su propósito mediante una frase de su introducción: «Este artículo pretende polemizar sobre un punto fundamental: los modelos estocásticos y el razonamiento estadístico son más relevantes que los modelos exactos y el razonamiento lógico para: i) el mundo, ii) para la ciencia y muchas áreas de las matemáticas, y iii) sobre todo para entender las computaciones que tienen lugar en nuestras mentes». El contraste con su pensamiento anterior de geómetra algebraico nos hace sospechar que estas contundentes afirmaciones emanan de una ampliación de horizontes que no parece diferir demasiado de una conversión. Y si es así, ¿cuándo se produjo? Encontramos una pista, muy escueta, en su página web (autocomentario al artículo): «Habiendo llegado a las probabilidades y la estadística en el ecuador de mi carrera, me he estado preguntado si estas áreas llegarían a dominar las matemáticas». Como telón de fondo de estas declaraciones hay que poner su concepción de la teoría de patrones que ya hemos glosado anteriormente, y especialmente su relevancia para el punto iii).

La bola de cristal mencionada en el segundo de los tres títulos hace referencia a las predicciones sobre el futuro de las matemáticas que Henri Poincaré (1854–1912) formuló un siglo antes, en 1908, con ocasión del 4.º Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en Roma, y que aparecieron publicadas el mismo año [37].[43] El propósito del artículo de Davis y Mumford no es sólo valorar qué predicciones de Poincaré fueron acertadas y cuáles no lo fueron, o resultaron algo tímidas, sino también pasar revista a los desarrollos capitales que han tenido lugar en los últimos cien años y que difícilmente alguien podía haber imaginado antes de que se produjeran. Pero, en esta semblanza, el foco principal de la atención no ha de ser la «presuntuosa tabla» incluida al final como balance de sus deliberaciones, y que sin duda es muy interesante, sino la acción de una mente con capacidad para percibir y apreciar las ideas de un amplísimo espectro de las matemáticas contemporáneas, sus múltiples y profundas conexiones, y sus raíces históricas.

Del breve manuscrito *My Introduction to Schemes and Functors*, Mumford declara que aparecerá en un volumen editado por Leila Schneps[44] titulado *Grothendieck's Mathematics in the Making*.[45] Su objetivo es mostrar la potencia de los métodos de Grothendieck (teoría de esquemas, posiblemente con elementos nilpotentes, y álgebra homológica, en particular la cohomología de haces coherentes) ilustrando su funcionamiento en un caso arquetípico: el problema de la completitud del sistema

[43]De hecho, Poincaré no pudo asistir a dicho congreso y fue Gaston Darboux (1842–1917) el encargado de leer su conferencia. Digamos también que una versión reducida de la conferencia fue incluida como capítulo II de [36].

[44]`http://www.math.jussieu.fr/~leila/`

[45]La profesora Schneps me comunicó, en un mensaje recibido el 6 de septiembre, que el volumen debería aparecer en 2014, publicado por International Press, pero que su título podría ser algo distinto, y el 6 de noviembre me informó de que el título será *Alexander Grothendieck, A Mathematical Portrait.*

lineal característico al que ya hemos aludido al comentar *Lectures on curves on an algebraic surface* (página 648). El artículo traza los orígenes del problema en la escuela italiana de geometría algebraica, con mención especial de Enriques y Severi.[46] También valora el alcance, frente a dicho problema, de los intentos de fundamentación de la geometría algebraica de André Weil y Oscar Zariski, y destaca la relevancia del lenguaje de Jean-Pierre Serre (haces coherentes y su cohomología) para formular con precisión los conceptos de la geometría algebraica. Finalmente muestra cuán efectivas resultaron las ideas de Grothendieck para resolver este problema, no sólo en el caso de característica cero, que es el ámbito en el cual trabajaban los italianos, sino también en característica positiva, caso en el cual la completitud se da si y sólo si son nulos ciertos operadores de Bockstein de $H^1(\mathcal{O}_F)$ en $H^2(\mathcal{O}_F)$. Sobre esta inspiradora interacción entre el lenguaje de Serre-Grothendieck y la geometría algebraica, no se puede dejar de retener, medio siglo después de la publicación de *Faisceaux algébriques cohérents*, esta sorprendente afirmación: «Un estudio interesante, que nunca se ha hecho, sería examinar cuidadosamente el trabajo de los italianos, línea a línea, y realizar los cálculos cohomológicos equivalentes». De hecho, recientemente el mismo Mumford ha realizado este estudio en el caso de un extraordinario artículo de Enriques de 1936 (v. [31]). Enriques intuye acertadamente el papel de los objetos infinitesimales y Mumford muestra que se pueden justificar de manera natural mediante el lenguaje de esquemas.

En «Más allá de la investigación» encontramos también una obra singular: el libro *Indra's pearls. The vision of Felix Klein*, escrito en colaboración con Caroline Series y David Wright (Cambridge University Press, 2002, xx+396 páginas). En la introducción, los autores declaran que «este es un libro sobre matemáticas serias, pero lo hemos escrito primariamente para personas no matemáticas». Por otra parte, en la recensión del libro en los *Mathematical Reviews* leemos: «Felix Klein [1849–1925], uno de los grandes geómetras del siglo XIX, descubrió en matemáticas una idea prefigurada en la mitología budista: el cielo de Indra contenía una red de perlas y cada perla se reflejaba en sus vecinas, con lo cual el Universo entero se reflejaba en cada perla. Klein estudió reflexiones repetidas infinitamente y así fue como encontró formas con múltiples simetrías, cada una simple en sí misma, pero cuyas interacciones producían fractales en el borde del caos. Durante un siglo, estas imágenes, que prácticamente era imposible dibujar a mano, no existían más que en la imaginación de los matemáticos. Pero en los años ochenta los autores emprendieron la primera exploración por ordenador de la visión de Klein y de esta manera encontraron muchas más imágenes extraordinarias. El libro está escrito como una guía para programar los algoritmos usados para generar las delicadas filigranas fractales [...] Los principiantes pueden llegar a entender el significado de las imágenes y seguir las instrucciones paso a paso para escribir programas que las generen. Los expertos en la geometría de los grupos discretos pueden ver como las imágenes están relacionadas con ideas que les llevan a la vanguardia de la investigación» (Vasily A. Chernecky, MR1913879 (2003f:00005)).

[46] Federigo Enriques (1871–1946) y Francesco Severi (1879–1961). Para más información sobre la escuela italiana en relación al tema que nos ocupa, es muy recomendable el artículo [3].

P. Su reciente artículo [31] sobre Enriques, ¿se puede ver como una reivindicación de sus resultados? ¿Le ha llevado esto a reconsiderar la crítica sobre la validez de los métodos de la geometría italiana?

R. No creo que «reivindicación» sea la palabra correcta. Me parece que dejé claro en qué sentido el enfoque de la demostración de Enriques era correcto, pero también que carecía de medios para definir los términos que necesitaba para expresar sus intuiciones de una manera precisa, como por ejemplo la noción de «deformación infinitesimal de orden superior de una curva sobre una superficie». En general, los trabajos de la primera época de la escuela italiana eran usualmente correctos, pero algunos trabajos posteriores eran sin duda erróneos. En todo caso, las generalizaciones demasiado radicales no me parecen convenientes.

P. Antes he recordado su afirmación de que sería interesante examinar cuidadosamente la obra de los italianos, línea a línea, y realizar los cálculos cohomológicos equivalentes. Creo que el trabajo sobre Enriques mencionado en la pregunta anterior es una magnífica ilustración de lo que se puede hacer si su sugerencia es tomada en serio. ¿Está analizando otros artículos con un propósito similar? ¿A qué trabajos asignaría prioridad alta en un plan sistemático dedicado a esta iniciativa?

R. No, no puedo realmente hacer tal cosa, pues mi lectura del italiano es lenta y necesito un diccionario. Otro ejemplo que me fascina de cálculos cohomológicos equivalentes es el dado por el teorema clásico de Cayley-Bacharach (según el cual una curva de grado $a+b-3$ necesariamente contiene todos los puntos de intersección de dos curvas de grados a y b si sabemos que los contiene todos menos uno) y la proposición que $h^2(\mathcal{O}_{\mathbf{P}^2}(-3)) = 1$. Por último, siempre he creído que el libro de Semple y Roth[47] está repleto de joyas y me he preguntado si alguien lo ha leído entero (yo no lo he hecho).

P. En su página web, el libro *Indra's pearls* está incluido en la carpeta «Beyond Research», pero su escritura llevó mucho tiempo y tuvo un carácter netamente investigador. De hecho, la recensión de Vasily A. Chernecky termina con la afirmación de que «Los expertos en geometría de los grupos discretos pueden ver cómo las imágenes se relacionan con ideas que les llevan a la vanguardia de la investigación». Pienso por tanto que sería interesante conocer cómo ve la relación del material de este libro con la investigación actual, y también si el proyecto ha sido continuado, de un modo u otro, en la última década.

R. *Indra's pearls* fue escrito pensando en estudiantes y personas no expertas, aunque hacia el final incorporamos una buena parte de la investigación basada en experimentos, y especialmente la de mi colaborador Dave Wright.[48] Algunas conjeturas sobre los grupos de Klein se inspiraron en nuestro trabajo y en el de otros (especialmente los de Curt McMullen[49]). La teoría de los grupos de Klein parece haber

[47] J. G. Semple and L. Roth, *Introduction to Algebraic Geometry*, Clarendon Press Oxford, 1985 (reproduce la primera versión, de 1949, con correcciones y un índice).

[48] `https://www.math.okstate.edu/~wrightd/`

[49] `http://www.math.harvard.edu/~ctm/`

avanzado maravillosamente desde entonces y creo que casi todos los grandes problemas abiertos han sido resueltos.

Cargos, Distinciones, Premios

En una semblanza de David Mumford, en la cual han aparecido tantos nombres ilustres, pensamos que es una obligación dejar constancia de su larga lista de cargos, distinciones y premios. En algunos casos hemos añadido un comentario con la intención de aportar alguna información relevante que no se puede suponer conocida más que por una minoría de personas. La lista se puede ver también como una sinopsis de su trayectoria profesional desde su entrada en Harvard hasta hoy.

53–57 Grado de Matemáticas, Universidad de Harvard.

1954 y 55: Putnam Fellow.

58–61 Junior Fellow, Society of Fellows, Universidad de Harvard.

1961: Doctor en Matemáticas, Universidad de Harvard.

61–62 Encargado de Curso e Investigador, Universidad de Harvard.

62–63 Profesor Ayudante, Universidad de Harvard y miembro del Instituto de Estudios Avanzados de Princeton. Profesor Visitante, Universidad de Tokyo.

63–67 Profesor Agregado, Universidad de Harvard.

67–77 Catedrático, Universidad de Harvard.

67–68: Profesor Visitante, Tata Institute of Fundamental Research.

70–71: Nuffield Professor, Universidad de Warwick (Reino Unido).

1974: Medalla Fields, ICM-1974 (Vancouver).[50]

1975: Elegido miembro de la National Academy of Sciences.

76–77: Profesor Visitante, Institute des Hautes Études Scientifiques (París).

77–97 Higgins Professor de Matemáticas, Universidad de Harvard.

78–79: Profesor Visitante, Tata Institute of Fundamental Research (India). *Fellow* honorario del mismo centro desde 1978.

81–84: Director del Departamento de Matemáticas, Univesidad de Harvard.

1983: Doctor Honoris Causa, Universidad de Warwick.

85–96: Miembro de la División de Ciencia Aplicada, Universidad de Harvard.

87–92: Fellow, MacArthur Foundation.

1991: Elegido miembro extranjero de la Accademia Nazionale dei Lincei (Roma).

91–94: Vicepresidente, Unión Matemática Internacional.

1992: Conferencia plenaria en el Primer Congreso Europeo de Matemáticas (París) (V. [19, 20]).

[50] En esta ocasión se otorgaron dos medallas. El otro galardonado fue Enrico Bombieri, quien ha recibido también el Premio Balzan (Matemáticas), 1980, y el Premio Internacional Rey Faisal (Matemáticas), 2010.

1993: Rothschild Professor, Instituto I. Newton, Universidad de Cambridge.

1995: Elegido miembro honorario de la London Mathematical Society.

95–98: Presidente, Unión Matemática Internacional. Al final de su mandato, dejó escritas unas certeras y muy recomendables reflexiones [22] sobre los aspectos más relevantes de la profesión matemática, con significativas pinceladas sobre algunos episodios de su propia trayectoria.

1997: Elegido miembro de la American Philosophical Society.

97–07 Miembro de la División de Matemática Aplicada, Universidad de Brown.

2000: Doctor Honoris Causa, Universidad de Ciencia y Tecnología de Trondheim (Noruega).

2001: Doctor Honoris Causa, Rockefeller University.

2002: Conferencia plenaria en el ICM-2002 (v. [24]).

2003: Conferencia Josiah Willard Gibbs, American Mathematical Society, Baltimore, Maryland: *The shape of objects in two and three dimensions: Mathematics meets computer vision.*

2004: Elegido miembro extranjero de la Academia de Ciencias y Letras de Noruega.

2005: Profesor Visitante, Mathematical Sciences Research Institute, Berkeley.

Premio IEEE Longuet-Higgins, compartido con Jayant Shah.

2006: Premio Shaw (Matemáticas), compartido con Wu Wentsun.

2007: Premio Steele (exposición matemática), American Mathematical Society.

2007 Emérito, Universidad de Brown.

2008: Premio Wolf de Matemáticas, compartido con Pierre Deligne[51] y Phillip Griffiths.[52] En la recepción del Premio Wolf, entregado por Shimon Peres, Mumford anunció que había decidido dar la mitad de su importe a la Universidad de Birzeit, en los territorios palestinos ocupados, y la otra mitad a Gisha, una organización israelí que promueve el derecho a la educación y a la libertad de movimientos de los palestinos (V. [28]; el artículo [26] tiene también mucho interés para hacerse cargo de algunos antecedentes y su trasfondo).

2010: Se le concede la National Medal of Science 2009 (el más alto galardón concedido a científicos de Estados Unidos) en reconocimiento de sus trabajos de matemática aplicada («neurociencias, visión por computador, ciencia cognitiva, biología y psicología de la visión,. . . »). El rector de la Universidad de Brown comentó, para la ocasión, que Mumford «sigue inspirando a

[51]Pierre R. Deligne (n. 1944). Conocido por haber resuelto las conjeturas de Weil en 1973, fue galardonado con la Medalla Fields (1978). Ha obtenido los premios Crafoord (1988), Balzan (2004), Wolf (2008) y Abel (2013). Es coautor con Mumford del importante artículo [8], que en particular contiene una descripción muy explícita del espacio de moduli de curvas algebraicas.

[52]Phillip A. Griffiths (n. 1938). En sus trabajos emplea métodos de geometría analítica compleja para el estudio de las variedades algebraicas, como por ejemplo en el tratado *Principles of Algebraic Geometry* (1978) escrito en colaboración con Joseph Harris (n. 1951).

colaboradores en varios campos de investigación, a sus antiguos alumnos y a colegas profesionales tanto de Estados Unidos como del resto del mundo». La medalla le fue entregada por el Presidente Obama. Su maestro, Oscar Zariski, la había recibido en 1965, entregada por Lyndon B. Johnson.

2011: Doctor Honoris Causa, Universidad de Brown.

2012: Nombrado Fellow de la American Mathematical Society.

Doctor Honoris Causa, Universidad de Hyderabad (India).

Doctor Honoris Causa, Universidad de Torino (Italia).

Elegido miembro extranjero de la Royal Society (UK).

2013: Recibe el Premio Fonteras del Conocimiento 2012 (Ciencias básicas), Fundación BBVA. Compartido con Ingrid Daubechies.

Premio Fronteras del Conocimiento (Ciencias Básicas)

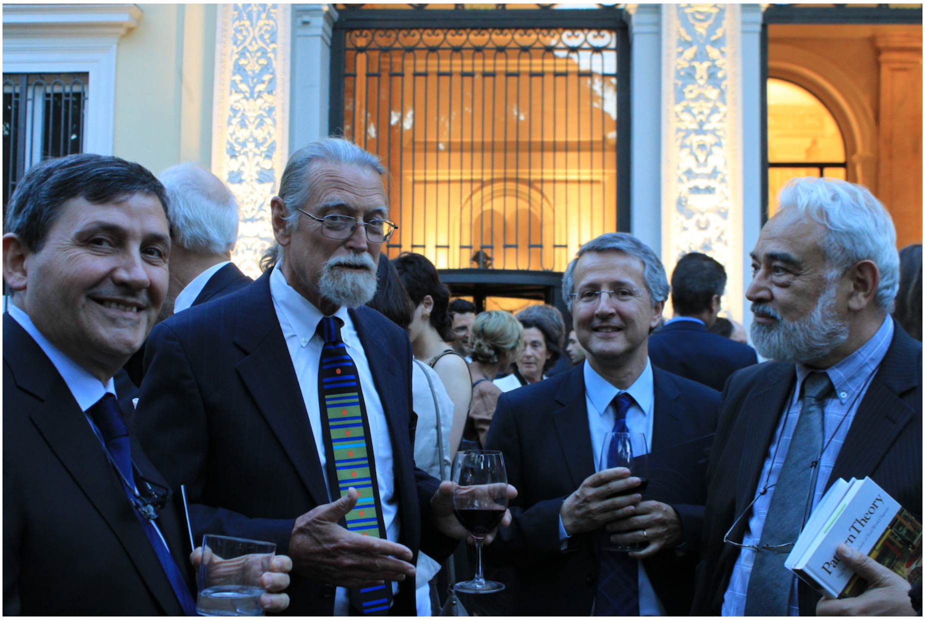
La mención del Premio Fronteras del Conocimiento de la Fundación del BBVA, en la modalidad de ciencias básicas, indicaba que los méritos eran «trabajos de matemática pura que han tenido una fuerte influencia en diversos campos de aplicación, desde la compresión de datos hasta el reconocimiento de patrones».

Dado que en el famoso libro que Daubechies publicó en 1992, [6], que podemos tomar como una referencia de sus contribuciones, ni siquiera aparece el concepto de patrón, se podría sospechar que la relación entre sus trabajos y los de Mumford es más bien débil. Pero una consideración algo más detenida muestra que esta conclusión es inexacta. En efecto, el mayor impacto de las contribuciones de Daubechies ha sido en el campo del análisis de señales y ya hemos dicho que la teoría de patrones aspira a poder tratar todo tipo de señales. Es claro, pues, que el nexo proviene del hecho que son miradas sobre las señales desde dos puntos de vista. Es más, el uso de ondículas (*wavelets*) en teoría de patrones es intuitivamente atractivo si uno mira las ondículas como una especie de patrones elementales con los cuales se pueden elaborar patrones más complicados, como una sinfonía a partir de las notas musicales. De hecho, este punto de vista queda incorporado en los trabajos de Mumford, como se puede comprobar en *Pattern Theory* (capítulo 6) o en el artículo [20].

P. Entre los patrones generales que usted considera, ¿cuáles se pueden resolver en ondículas? O en otras palabras, ¿en qué clases de patrones son las ondículas un ingrediente importante?

R. Las ondículas son una herramienta central en cualquier contexto en el cual los modelos se puedan explicar por superposición lineal. Esto no es del todo cierto para las imágenes, por ejemplo, pero sí suficientemente exacto como para que las ondículas hayan tenido un papel principal en la comprensión de sus estadísticas.

P. En su trabajo, la «teoría de patrones» es claramente mucho más amplia que lo que ordinariamente se denomina «reconocimiento de patrones». ¿Cuál es su punto de vista actual sobre esta distinción?



Fotografía de la velada de entrega de premios. De izquierda a derecha: Antonio Campillo, David Mumford, Luis Narváez y el autor de este artículo.

R. Sí, ciertamente: Ulf Grenander acuño el término «teoría de patrones» precisamente para distinguirlo del «reconocimiento de patrones». Su idea era crear modelos estocásticos para los distintos tipos de patrones encontrados en la realidad, ajustar estos modelos por medio de la generación de instancias de los mismos y, finalmente, utilizar estadística bayesiana para reconocer y analizar nuevos ejemplos. También dejó muy claro que para muchos patrones era indispensable usar modelos gráficos y no meramente distribuciones de probabilidad a priori para vectores de características en $\mathbb{R}^n$. Pienso que acertó plenamente y que fue realmente un pionero con esta visión.

P. ¿Qué experiencias recordará más intensamente sobre su visita a España con ocasión del premio?

R. Posiblemente el recuerdo más vívido es el de la visita a la Sagrada Familia. Su estructura es profundamente conmovedora por su contenido espiritual y mi admiración por el genio tan singular de Gaudí es enorme. Pero también nos gustó la gente que conocimos, la comida que probamos, los museos que visitamos, la música que escuchamos,... ¡toda la experiencia!

Apreciaciones finales

En las informaciones y consideraciones precedentes nos hemos esforzado en subrayar el carácter de líder científico que David Mumford ha ejercido durante más de medio siglo al más alto nivel. En la mitad de su trayectoria investigadora, adornada por rotundos éxitos, decidió proseguir con la misma pasión otro de sus sueños de juventud (¿existe un enfoque matemático que nos permita entender el pensamiento?), y en su búsqueda nos ha legado un patrimonio de ideas y resultados comparable al obtenido anteriormente en el «jardín secreto» de Zariski. Actualmente profesor emérito de la Universidad de Brown y de la Universidad de Harvard, sigue dedicándose muy activamente a la investigación de una variedad de temáticas. Además de su profunda y extensa obra, a la altura de las mejores de todos los tiempos, no ha rehusado importantes compromisos con la comunidad matemática, como por ejemplo la dirección del Departamento de Matemáticas de la Universidad de Harvard o la presidencia de la Unión Matemática Internacional. Es por todo ello que muchos lo percibimos como un símbolo de las virtudes que nos gustaría ver más desarrolladas en los científicos en general y en los matemáticos en particular, y nos congratulamos de que el jurado de los Premios BBVA así lo reconociera. Además de la gran satisfacción experimentada por la comunidad matemática, especialmente la española, creemos que contribuye al prestigio de dichos premios que el nombre de David Mumford figure en la lista de laureados.

Para terminar, quiero expresar mi agradecimiento a David Mumford, por la paciencia y generosidad con que ha atendido mis preguntas, y a La Gaceta de la RSME, por haberme confiado el encargo.

Referencias

[1] L. Alonso y A. Jeremías, *La visión de David Mumford*, La Gaceta de la RSME **15** (2012), no. 1, 205–216.

[2] A. Atiyah y D. Iagolnitzer (editores), *Fields Medallists' Lectures*, Series in 20th Century Mathematics, vol. 5, World Scientific, 1997.

[3] D. Babbitt y J. Goodstein, *Federigo Enriques's Quest to Prove the "Completeness Theorem"*, Notices of the AMS **58** (2011), no. 2, 240–249.

[4] C. M. Bishop, *Pattern recognition and machine learning*, Information Science and Statistics, Springer, 2006.

[5] E. D. Bolker (editor coordinador), *Andrew M. Gleason (1921–2008)*, Notices of the AMS **56** (2009), no. 10, 1236–1267.

[6] I. Daubechies, *Ten lectures on wavelets*, CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, vol. 61, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1992.

[7] P. J. Davis y D. Mumford, *Henri's Crystal Ball*, Notices of the AMS **55** (2008), no. 4, 458–466.

[8] P. Deligne y D. Mumford, *The irreducibility of the space of curves of given genus*, Publications Mathématiques de l'I.H.E.S. **36** (1969), 75–109.

[9] R. S. Doran y A. Ramsay, *George Mackey (1916–2006)*, Notices of the AMS **54** (2007), no. 7, 824–850.

[10] J. L. Fernández, *Ahlfors: La primera Medalla Fields*, La Gaceta de la RSME **5** (2002), no. 2, 431–442.

[11] A. M. Gleason, R. E. Greenwood y L. M. Kelly, *The William Lowell Putnam Mathematical Competition. Problems and Solutions: 1938–1964*, The Mathematical Association of America, 1980.

[12] U. Grenander and M. Miller, *Pattern theory: From representation to inference*, Oxford University Press, 2007.

[13] R. D. James (editor), *Proceedings of the ICM-1974 (Vancouver)*, vol. 1, Canadian Mathematical Congress, 1975.

[14] F. C. Kirwan, *The cohomology of quotients in symplectic and algebraic geometry*, Mathematical notes, vol. 31, Princeton University Press, 1984, esencialmente su tesis doctoral (dirigida por Michael Atiyah).

[15] J. Kollár, *Recensión de [25]*, Bulletin of the AMS **43** (2005), no. 1, 111–114.

[16] D. Mumford, *Existence of the moduli scheme for curves of any genus*, Harvard University, 1962.

[17] ______, *A new approach to compactifying locally symmetric varieties*, Discrete subgroups of Lie groups *(Proceedings of the International Colloquium Bombay 1973)* (W. L. Baily jr., ed.), Oxford University Press, 1975, pp. 211–224.

[18] ______, *Oscar Zariski: 1899–1986*, Notices of the AMS **33** (1986), 891–894, Este obituario fue ampliado, en colaboración con M. Artin, para la National Academy of Science. Se puede acceder al pdf de esta versión en `http://www.dam.brown.edu/people/mumford/alg_geom/introAG.php`.

[19] ______, *Pattern theory: A unifying perspective*, Proceedings of the First European Congress of Mathematics (Paris, 1992) (A. Joseph, F. Mignot, F. Murat, B. Prüm y R. Rentschler, eds.), Cambridge University Press, 1994, pp. 187–224.

[20] ______, *Pattern theory: A unifying perspective* (versión revisada de [19]; reproducido en [2], páginas 226–261), Perception as Bayesian inference (D. C. Knill y W. Richards, ed.), Cambridge University Press, 1996, pp. 25–62.

[21] ______, *Autobiography*, 1997, en [2], página 225.

[22] ______, *Trends in the Profession of Mathematics*, Mitteilungen der Deutsche Mathematiker Vereinigung (DMV) **2/98** (1998), 25–29.

[23] ______, *The Dawning of the Age of Stochasticity*, Mathematics: Frontiers and Perspectives (V. Arnold, M. Atiyah, P. Lax y B. Mazur, eds.), American Mathematical Society, 2000, pp. 197–218.

[24] ______, *Pattern Theory: The Mathematics of Perception*, Proceedings of the Internations Congress of Mathematicians (Beijing-2002), Vol. 1 (L. Tatsien, ed.), Higher Education Press (China), 2002, pp. 401–422.

[25] ______, *Selected papers. On the classification of varieties and moduli spaces*, Springer, 2004, con tres comentarios a cargo de David Gieseker, Georg Kempf y Herbert Lange, y Eckart Vieweg.

[26] ______, *Mathematics in the Near East: Some Personal Observations*, Notices of the AMS **52** (2005), no. 5, 526–530.

[27] ———, *George Mackey*, Proceedings of the American Philosophical Society **152** (2008), 559–563.

[28] ———, *The Wolf Prize and Supporting Palestinian Education*, Notices of the AMS **55** (2008), no. 8, 919.

[29] ———, *Andrew Gleason*, Proceedings of the American Philosophical Society **154** (2010), 471–476.

[30] ———, *Selected Papers, Volume II: On Algebraic Geometry, including Correspondence with Grothendieck*, Springer, 2010, edición a cargo de Amnon Neeman y Takahiro Shiota.

[31] ———, *Intuition and Rigor and Enriques's Quest*, Notices of the AMS **58** (2011), no. 2, 250–260.

[32] ———, *My introduction to functors and schemes*, Alexander Grothendieck, A Mathematical Portrait (Leila Schneps, ed.), International Press, pendiente de publicación.

[33] F. OORT, Recensión de [25], Nieuw Archief voor Wiskunde **5/8** (2007), no. 3, 225–227.

[34] ———, Recensión de [30], Notices of the AMS **60** (2013), no. 2, 214–217.

[35] M. PITICI (EDITOR), *The best writing on mathematics – 2012*, Princeton University Press, 2012.

[36] H. POINCARÉ, *Science et méthode*, Flammarion, 1908, traducción al castellano publicada en 1963 por Espasa-Calpe (Colección Austral, 409) con el título *Ciencia y Método.*

[37] ———, *L'avenir des mathématiques*, Revue générale des sciences pures et appliquées **19** (2008), 934–943.

[38] A. QUIRÓS, *Una jornada particular. Entrega de los Premios Fundación BBVA Fronteras del Conocimiento*, LA GACETA DE LA RSME **16** (2013), no. 3, 417–428.

[39] W. SCHARLAU, *Who Is Alexander Grothendieck?*, Notices of the AMS **55** (2008), no. 8, 930–941.

[40] J. TATE, *The Work of David Mumford*, 1975, en [13], páginas 11–15, y también en [2], páginas 219–223.

[41] S. XAMBÓ, *Ingrid y David. O un extraordinario encuentro de dos personalidades singulares*, LA GACETA de la RSME **16** (2013), no. 3, 413–416.

[42] O. ZARISKI, *Algebraic surfaces*, Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, vol. Band III, Heft 5, Springer-Verlag, 1935, publicado en 1971 como el volumen 61 de la nueva serie Ergebnisse, con apéndices de J. Lipman (al capítulo II), D. Mumford (III–VIII, y al apéndice A), S. S. Abhyankar (VIII), reproducido en 1995 en la colección Classics in Mathematics.

SEBASTIÀ XAMBÓ, DEPARTAMENT DE MATEMÀTICA APLICADA II, UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Correo electrónico: `sebastia.xambo@upc.edu`

Página web: `http://www-ma2.upc.edu/sxd/`