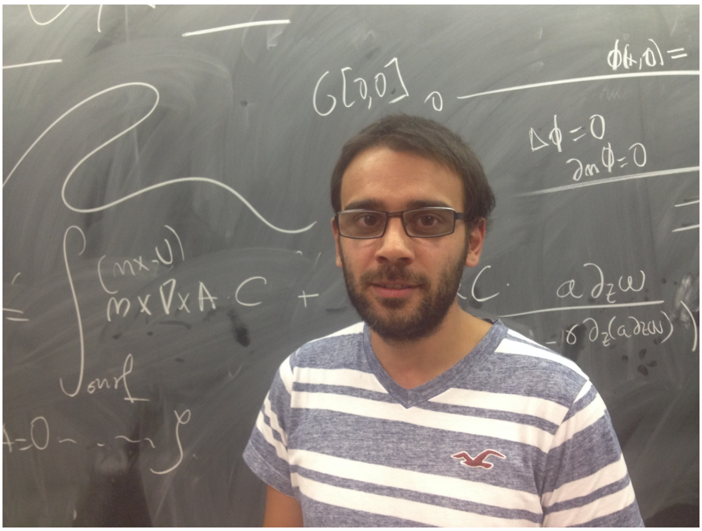
Entrevista a Ángel Castro, Premio José Luis Rubio de Francia 2013

por

Juan Antonio Barceló, Daniel Faraco y Alberto Ruiz

El investigador Ángel Castro ha sido distinguido por la Real Sociedad Matemática Española con el Premio José Luis Rubio de Francia en su 10.ª edición, convocada en 2013. Ángel Castro Martínez y sus colaboradores «han estudiado el problema de la aparición de singularidades, que es uno de los pasos necesarios para entender la formación de turbulencias en fluidos incompresibles. No se sabía prácticamente nada sobre su solución hasta hace dos años, cuando Á. Castro, D. Córdoba, C. Fefferman, F. Gancedo y J. Gómez-Serrano demostraron rigurosamente que una solución de la ecuación de Muskat (que rige, por ejemplo, el comportamiento del agua y el aceite en la arena) puede empezar siendo suave y después romperse», señala en su acta el jurado del Premio.

Ángel Castro Martínez nace en 1982 en Madrid. Obtiene la licenciatura en Ciencias Físicas por la Universidad Complutense de Madrid en 2005 y el doctorado en Ciencias Matemáticas por la Universidad Autónoma de Madrid en 2010 bajo la dirección de Diego Córdoba. Ha estado como postdoc en el ICMAT, en la École Normale Supérieure de París y en la Universidad Autónoma de Madrid con el proyecto del European Research Council que dirige Daniel Faraco. En la última convocatoria



realizada por el Ministerio de Economía y Competitividad ha obtenido un contrato Ramón y Cajal en el área de matemáticas.

J. A. Barceló, D. Faraco y A. Ruiz: En primer lugar queremos felicitarte por el cada vez más prestigioso premio José Luis Rubio de Francia. ¿Cómo te sentiste al recibir la noticia?

Ángel Castro: Muchas gracias. Muy contento, claro, es un reconocimiento muy bonito a tu trabajo y al de tus colaboradores.

BFR: El jurado, formado por investigadores de primera línea internacional, ha reconocido tus contribuciones en el problema de la aparición de singularidades en fluidos incompresibles. ¿Podrías explicarnos de una manera sencilla en qué consiste este problema y qué es lo que has aportado?

AC: Sí, en realidad no es difícil de explicar. Si queremos estudiar el movimiento de un fluido, una manera natural de hacerlo es mirar la velocidad que tiene en cada punto del espacio que ocupa e intentar obtener una ecuación para esta velocidad a partir de leyes físicas. De esta manera se obtienen las ecuaciones de Euler o las de Navier-Stokes, que son los ejemplos más importantes en el área y que modelan el movimiento de un fluido en el vacío con y sin viscosidad. Estas ecuaciones nos dicen cómo va a ser la velocidad en el futuro dado que conocemos cómo es en cierto instante de tiempo. Que existe una singularidad quiere decir que, empezando con un flujo (campo de velocidades) suave, diferenciable, se llega, después de cierto tiempo finito, a un flujo que no lo es. La cuestión de si en un fluido incompresible, cuando su movimiento satisface Euler o Navier-Stokes, pueden aparecer singularidades es el gran problema abierto en mecánica de fluidos. Para los compresibles ya se sabe que estas singularidades existen. Pero, además, en la dinámica de un fluido pueden ser relevantes otras magnitudes aparte de la velocidad, por ejemplo la densidad, la temperatura, la frontera del espacio que ocupa el fluido. . . , y en estos casos también se entiende que aparece una singularidad si es una de estas magnitudes la que pierde regularidad.

En esta dirección hemos trabajado en las ecuaciones de *water waves*, que modelan la dinámica en el vacío de un fluido ideal, incompresible y potencial, con una frontera libre y en presencia de la gravedad. El movimiento del mar sería un ejemplo del tipo de fenómenos que intentan describir estas ecuaciones y de ahí su nombre. Después de un poco de trabajo se puede reducir el problema al estudio de la frontera entre el fluido y el vacío. Lo que hemos podido demostrar es que, partiendo de una frontera suave y sin autointersecciones y una velocidad también suave, se puede llegar a una frontera que se toca a sí misma en un punto. Que las olas pueden romper o, quizás mejor, que las ecuaciones que utilizamos para describir el movimiento de las olas capturan el fenómeno de la ruptura.

Y también hemos trabajado en el problema de Muskat, que pregunta sobre el movimiento de dos fluidos inmiscibles, incompresibles y con distintas densidades en un medio poroso. Como ya no trabajamos en el vacío, las ecuaciones de Euler ya no son válidas y en su lugar aparece la ley de Darcy, convirtiendo el problema en algo muy diferente. Aún así, este problema se puede reducir a una ecuación para la interfase que separa a ambos fluidos. Mirando esta ecuación es bastante natural distinguir dos regímenes: el estable, cuando el fluido más denso está debajo del otro, y el inestable, cuando hay una parte de la interfase en la que el más pesado está encima. Lo que hemos podido probar es que, partiendo de una interfase suave en el régimen estable, se puede llegar a una interfase en el inestable que no es suave. Este resultado ha sido muy sorprendente para nosotros.

BFR: Por curiosidad, Ángel, nos podrías comentar quién era Muskat.

AC: Tampoco sé mucho. Era un ingeniero americano especializado en la extracción de petróleo. Escribió un par de libros sobre el tema que son muy valorados por los ingenieros. En el primero de ellos aparece el problema que hoy lleva su nombre. Parece que llegó a él pensando en cómo extraer el crudo de la tierra utilizando agua.

BFR: Si como dices no se esperaba esta formación de singularidades, después del resultado teórico, ¿has hecho con tus colaboradores algún experimento o simulación numérica donde se haya visto la formación de ese comportamineto anómalo?

AC: Después y antes. Cometimos el error de pensar que no se podía ir del régimen estable al inestable y no nos dimos cuenta de él hasta que vimos en una simulación númerica un indicio de que sí se podía. Hasta entonces malinterpretamos uno de los términos que aparecen en la ecuación. La simulación de la pérdida de regularidad una vez que estás en el régimen inestable es mucho más complicada y no tenemos ninguna satisfactoria.

BFR: ¿Qué importancia ha tenido el análisis numérico en tu investigación?

AC: Mucha. Utilizo el ordenador con bastante frecuencia para simular las ecuaciones que estudio desde que empecé la tesis. Es una fuente de información muy útil aunque no sea cien por cien fiable y haya que ser muy crítico con ella.

BFR: ¿Qué opinas de las pruebas asistidas por ordenador?

AC: Creo que el ordenador es una herramienta muy potente para probar teoremas. Nosotros lo estamos utilizando junto a una técnica que se conoce como aritmética de intervalos. La idea es muy sencilla: dados dos números no podemos asegurar que un ordenador dé el resultado exacto de una operación entre ellos, pero si en lugar de trabajar con números le decimos que trabaje con intervalos de números, dada cualquier operación entre dos intervalos el ordenador sí puede asegurar que el resultado está dentro de cierto intervalo. La potencia de cálculo de un ordenador actual hace que podamos utilizar esta idea para intentar dar rigor a las simulaciones numéricas, en el sentido de que podemos estimar cómo de lejos está una simulación de ser una solución real. En realidad, se trata de demostraciones analíticas que podría escribir o chequear una persona si tuviera tiempo (y ganas) suficiente: bastaría con ser inmortal. Pero, como habitualmente no disponemos de tanto tiempo, sustituimos la confianza en el ser humano por la confianza en el ordenador, que es más rápido. Creemos que estos métodos son útiles para obtener información de las ecuaciones de *water waves* y estamos trabajando con ellos.

BFR: Sin embargo, tu trabajo es fundamentalmente teórico y usa resultados profundos de análisis. Si te dejaran llevarte solo tres teoremas a una isla desierta, ¿cuáles serían?

AC: Menos mal que me permitís llevar tres teoremas a la isla. Antes, dejadme precisar que el ordenador no evita el análisis teórico clásico. Aun utilizando ordenadores, este análisis sigue siendo indispensable. En cuanto a los teoremas: la fórmula de inversión de Fourier, el teorema de la divergencia de Gauss y el de no numerabilidad de los irracionales de Cantor.

BFR: Veamos si fuiste astuto, ¿en qué los has utilizado en tu investigación?

AC: La transformada de Fourier aparece de un modo u otro en todos mis trabajos y no sabría estimar cuántas veces he integrado por partes desde el instituto. En cuanto al tercero, creo que nunca he realizado un argumento de tipo diagonal directamente en mi investigación; sin embargo, es la primera prueba que me sacó una sonrisa al leerla, una de las primeras al menos. En ese sentido debe de tener bastante que decir en lo que hago.

BFR: Vaya, no te podemos pillar, ja, ja, ja. ¿Y qué herramientas matemáticas que no conoces te gustaría aprender?, si hay alguna, claro.

AC: Muchas. Ahora mismo estoy aprendiendo las técnicas de la integración convexa que se están aplicando con tanto éxito en mecánica de fluidos y he tocado un poco la teoría de la bifurcación. Las ecuaciones dispersivas también han entrado con fuerza en estos últimos años en algunos de los problemas en los que trabajo y me gustaría profundizar un poco en ellas. Pero hay más, muchas más.

BFR: Una de las cosas que sorprende de tu currículum es la diversidad de temas, colaboradores y lugares donde has trabajado. Hablemos primero de tu experiencia postdoctoral. ¿Por qué elegiste irte a la ENS de París?

AC: Después de leer la tesis participé en la organización de un trimestre temático en mecánica de fluidos en el ICMAT. David Lannes, que pertenecía a la École Normale Supériure de París, fue uno de los invitados como especialista en el problema de *water waves*; los primeros resultados de existencia local con fondo para este problema se deben a él. En ese momento, yo ya había empezado a trabajar en estas ecuaciones, aproveché la oportunidad de discutir con él sobre el tema y surgieron intereses comunes. Tomando una copa por el centro de Madrid, me propuso que me fuera de postdoc a la ENS. Ahora me dice que no ha vuelto a tomar decisiones así después de una cena de congreso.

BFR: ¿Puedes comentarnos el trabajo que realizaste con David Lannes en Francia?

AC: Hemos estudiado el límite de *shallow water* con una vorticidad general. En la dinámica oceánica se observa en ocasiones que la escala del movimiento en las direcciones horizontales es mucho más grande que la profundidad del agua, un tsunami es el ejemplo típico en el que esto ocurre. Atendiendo a esta diferencia, las ecuaciones de *water waves* se pueden simplificar despreciando términos que se estiman irrelevantes en este régimen. El sistema que se obtiene es conocido como modelo de *shallow water* (aguas poco profundas). El estudio riguroso de este límite para un flujo potencial (cuando la vorticidad del agua es cero) ya se había realizado, pero no había ningún resultado para flujos no potenciales, aunque es razonable suponer que la vorticidad desempeña un papel importante en los movimientos oceánicos. Este tipo de aproximaciones son muy utilizadas por los oceanógrafos, porque proporcionan modelos que son mucho más manejables desde el punto de vista numérico y les aportan bastante información.

BFR: Después estuviste realizando una estancia postdoctoral en el equipo de trabajo de Daniel Faraco. ¿Puedes explicarnos brevemente en qué consiste tu trabajo con Daniel?

AC: Hasta ahora siempre he trabajado con fluidos que evolucionaban de manera regular. Luego intentaba demostrar que esta evolución llegaba a algo singular o no, pero, a priori, todo era regular. Con Dani nos hemos ido al lado opuesto, estamos estudiando evoluciones cuanto más irregulares mejor. Creo que es muy interesante: bajo cierta aproximación, la superficie del agua describe una curva que evoluciona de forma suave; sin embargo, una interfase entre el vino y el agua desaparece de forma instantánea e irregular debido a la mezcla que se produce entre los dos fluidos. Son dos dinámicas totalmente distintas, las dos aparecen en la naturaleza y se modelan con las mismas ecuaciones. A partir de los trabajos de Camillo De Lellis y László Székelyhidi en la conjetura de Onsager, creemos que tenemos herramientas suficientes para describir este tipo de fenómenos y es lo que estamos intentando.

BFR: ¿Te importaría comentarnos, de una manera que podamos entender, la conjetura de Onsager y su relación con el fenómeno de la turbulencia?

AC: La conjetura de Onsager dice que las soluciones de la ecuación de Euler conservan la energía cinética si son de la clase de Hölder $\mathcal{C}^{\frac{1}{3}+}$, y que por debajo de esta regularidad pueden existir soluciones que no conserven la energía. Hasta ahora se ha podido probar la parte referida a la conservación de la energía, pero solo se ha podido demostrar la existencia de soluciones que disipan energía si la regularidad es menor que $\mathcal{C}^{\frac{1}{5}-}$ (este es el récord del mundo actualmente). Esta conjetura está relacionada además con la teoría de la turbulencia de Kolmogorov, quien había llegado a una conclusión similar en términos estadísticos. El hecho es que es una rareza que un fluido ideal (no viscoso) disipe energía, pero podría producirse de la siguiente manera: si el movimiento del fluido es muy irregular, turbulento, con regularidad menor o igual que $\mathcal{C}^{\frac{1}{3}}$ aparece una «fricción» que disipa su energía cinética.

BFR: En este tiempo has participado en varios cursos de máster muy avanzados. ¿Cuál es tu opinión sobre la motivación y preparación de los

estudiantes que han asistido a los cursos?

AC: Hay dos tipos de estudiantes en estos cursos, los que quieren dedicarse a la investigación y los que piensan en otras salidas laborales. Aunque sus perspectivas son diferentes, ambos grupos coinciden en su interés por las matemáticas. Son en general gente con una preparación muy alta y con disposición para trabajar duro.

BFR: Crees que desde el Gobierno se puede ayudar a estimular a estos jóvenes estudiantes para que sigan una trayectoria como la tuya?

AC: Sí, claro. Ofreciendo mejores expectativas laborales. Creo que hay mucha gente motivada que se dedicaría a la ciencia base simplemente sabiendo que iba tener un futuro menos incierto.

BFR: Realizaste también estancias predoctorales en dos de los lugares más pretigiosos del mundo matemático, las universidades de Princeton y Austin (Texas). ¿Qué te llamó más la atención de estos lugares?, ¿qué les falta a las universidades punteras españolas para acercarse a ellas?

AC: En Princeton he estado un par de ocasiones una semana en cada una y sé más de la universidad por lo que me han contado que por propia experiencia. En Austin estuve tres meses y lo que destacaría es la actividad científica entre los estudiantes de doctorado y postdoc: había muchos y la interacción era grande. Supongo que las grandes diferencias son su capacidad de conseguir recursos y las facilidades que tienen para traer a gente de fuera.

BFR: A pesar de tu juventud, has colaborado con muchos investigadores en formación. ¿Qué destacarías de trabajar con gente joven?

AC: Las ganas y un poco la ingenuidad de atreverse con cualquier problema.

BFR: Además de la mecánica de fluidos, ¿qué otras áreas de investigación han despertado tu interés?

AC: Me gusta el análisis armónico. En realidad, es una herramienta que utilizamos constantemente en mecánica de fluidos. Pero en algún momento me gustaría pensar en algún problema que fuera de análisis genuino.

BFR: ¿Qué aspecto te parece más importante en la formación de un matemático?

AC: Son muchos los aspectos que me parecen importantes. La originalidad, la creatividad, un conocimiento amplio de técnicas..., incluso aprender a ser paciente, constante, a creer en tus posibilidades.

BFR: ¿Podrías mencionar algún problema matemático que te encantaría resolver?

AC: Sí. Singularidades para 3D Euler, aunque existencia global para Navier-Stokes no estaría mal tampoco; singularidades o unicidad en L^2 para la ecuación quasigeostrófica superficial (SQG); un par de problemas en modelos unidimensionales que ataqué durante la tesis y que siguen abiertos; y el problema en el que estoy trabajando ahora. Hay más, pero esta es una buena lista.

BFR: ¿Crees que de los que mencionas se resolverá alguno próximamente?

AC: Creo que el que estoy intentando ahora va a salir. Mi opinión sobre lo que va pasar con los modelos unidimensionales depende de cómo me levante ese día. Unicidad para SQG en L^2 podría caer en los próximos años. El tema de las singularidades lo veo muy difícil. Me parece que necesitamos algo nuevo que nos permita entender de manera más profunda el papel que desempeña la incompresibilidad en estas ecuaciones.

BFR: Bueno, esperemos que estés implicado en el logro. Tu investigación en Madrid se ha realizado a caballo entre el ICMAT y el departamento de Matemáticas de la Universidad Autónoma. ¿Consideras que esto ha sido beneficioso?

AC: Sí, sin duda. Los cursos de doctorado los realicé en el departamento y considero que han sido fundamentales en mi investigación posterior. La tesis la realicé en el CSIC, rodeado de un grupo de gente vital para mi formación. Durante el postdoc he estado en los dos centros y en ambos he disfrutado de una gran actividad matemática.

BFR: Te licencias en Físicas y, sin embargo, el doctorado lo haces con Diego Córdoba, un matemático con una profunda formación en mecánica de fluidos. ¿Por qué eliges este acercamiento al punto de vista matemático para tu formación?

AC: Siempre me gustaron las matemáticas, aunque realicé la carrera de físicas. Cuando empecé a pensar en el doctorado surgió la posibilidad de hacer la tesis con Diego. Pensé que era una buena oportunidad para meterme definitivamente en las mates aprovechando el bagaje que ya tenía.

BFR: En ciertas áreas de la matemática o física hay una frontera clara entre estas dos ciencias. ¿Crees que la hay en el área de mecánica de fluidos?

AC: No sé si existe una frontera clara en mecánica de fluidos, pero dos extremos hay. Creo, por ejemplo, que algunos de los retos más importantes desde el punto de vista de las matemáticas tienen que ver más con la comprensión de las matemáticas en sí que con la comprensión del mundo físico.

BFR: Los alumnos que se deciden a cursar el grado de Matemáticas, suelen haber seguido algún curso de física general en el bachiller. ¿Qué opinas sobre la ausencia de esta asignatura en los primeros años de algunos grados de matemáticas?

AC: Creo que sería bueno que lo hubiera. Mi ejemplo favorito en este sentido es el problema de la braquistócrona de Bernoulli. Me parece que el viaje desde la ley de refracción de la luz de Snell hasta la cicloide es interesante para cualquier matemático.

BFR: Has obtenido un contrato Ramón y Cajal, lo cual ratifica tu valía como investigador y te permite una cierta estabilidad para los próximos cinco años. ¿Ves tu futuro como investigador en España ya resuelto?

AC: No, pero este contrato me da bastante tranquilidad.

BFR: Muchos estudiantes, mientras realizan el grado, sueñan con un futuro dedicado, por lo menos en parte, a la investigación. Al terminar se enfrentan con una realidad muy dura: hay pocos recursos para hacer el doctorado, pero si consiguen hacerlo, su futuro pasa por universidades o centros de investigación fuera de España (lo cual es positivo), pero no con un regreso claro a España. ¿Qué les dirías a estas personas?

AC: Siempre pensé que poder dedicarme a lo que me gusta, a la investigación, sería una recompensa suficiente a mi trabajo, aunque tuviera que realizarlo fuera de España. Ahora estoy muy contento con la decisión que tomé. También es cierto que he podido regresar.

BFR: En los últimos años has encontrado una curiosa relación entre las pizzas y las ecuaciones en derivadas parciales. ¿Podrías informarnos sobre este aspecto?

AC: Sí, la relación es que en un seminario de EDP el número de asistentes aumenta si hay pizzas. Hace un par de años Diego tuvo la idea de crear un seminario de mecánica de fluidos y EDP donde se ofreciera pizza. La intención era crear un ambiente distendido que fomentara la participación del público en los seminarios y creo que ha funcionado bastante bien. Hemos tenido un número alto de ponentes y la audiencia ha sido buena. Este año queremos retomarlo e invito desde aquí a todo el que esté interesado.

BFR: ¿Qué elemento es más determinante, las pizzas o las matemáticas?

AC: Un día las pizzas llegaron tarde y la audiencia pidió mi dimisión a voces en mitad del seminario. El ponente empezó a su hora.

BFR: Ángel, ha sido un placer entrevistarte.

JUAN A. BARCELÓ, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, EESI CAMINOS, CANALES Y PUERTOS, UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE MADRID, PROFESOR ARANGUREN S/N, 28040 MADRID, ESPAÑA
Correo electrónico: juanantonio.barcelo@upm.es

DANIEL FARACO, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID, CIUDAD UNIVERSITARIA DE CANTOBLANCO, 28049 MADRID, ESPAÑA
Correo electrónico: daniel.faraco@uam.es
Página web: http://www.uam.es/daniel.faraco

ALBERTO RUIZ, DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE MADRID, CIUDAD UNIVERSITARIA DE CANTOBLANCO, 28049 MADRID, ESPAÑA
Correo electrónico: alberto.ruiz@uam.es