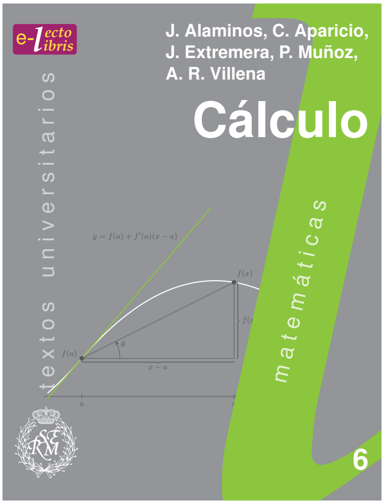
Reseña de libros

«Cálculo», de Jerónimo Alaminos, Camilo Aparicio, José Extremera, Pilar Muñoz y Armando R. Villena



Título: Cálculo
Autores: Jerónimo Alaminos, Camilo Aparicio, José Extremera, Pilar Muñoz y Armando R. Villena
Editorial: Ediciones Electolibris, coedición con la RSME
Fecha de publicación: 2015
Páginas: xi+505
ISBN: 978-84-943060-3-7

Cuando un alumno se enfrenta a su primer año de estudios universitarios, necesariamente ha de pasar por un proceso de adaptación importante. El que esta adaptación resulte más o menos costosa influye de manera sustancial en la fluidez con que se van a ir produciendo sus progresos en los estudios de grado. Si los estudios elegidos son del ámbito de la ingeniería o las ciencias, el cálculo infinitesimal, su estudio del cambio y su modo de argumentación, son imprescindibles para lograr el éxito. Es por ello por lo que, además de las explicaciones propias de un profesor, el alumno debe disponer, al menos, de un texto de referencia y una buena colección de ejercicios, que le permitan lanzarse a bucear por sí mismo en el profundo océano de la materia, experimentando su riqueza y hermosura. Y es que «no hay amigo tan leal como un libro» (E. Hemingway).

La obra de los profesores Alaminos, Aparicio, Extremera, Muñoz y Villena constituye un nuevo texto de cálculo con una breve introducción al análisis numérico y abundante número de ejercicios. Tiene, a mi juicio, dos elementos diferenciales que lo hacen interesante: por un lado, estos ejercicios están seleccionados para ser resueltos con el ordenador de manera rápida y precisa utilizando como herramienta un *software* libre que, además, es de muy fácil manejo (wxMaxima); por otro, los temas se van salpicando de aspectos no habituales en un texto básico, que tratan, pienso que con éxito, de interesar y captar al lector.

El manual está dividido en seis partes: números reales, sucesiones y series, continuidad y derivabilidad, integración, interpolación y series de funciones, terminando con un apéndice.

El bloque primero consta de tres capítulos. Comienza con la introducción axiomática de los números reales, muy adecuada tanto por el lector al que va dirigido el texto, como por el tiempo del que este dispone para su estudio, y finaliza con 27 ejercicios de desigualdades y manejo del principio de inducción. El segundo es una introducción al análisis numérico, con el estudio de errores, su origen y propagación, las distintas formas de representación de los números y la aritmética del ordenador. Continúa el bloque con el estudio de las funciones elementales, destacando las funciones trigonométricas inversas y las hiperbólicas, poco conocidas por los alumnos de primer curso de los grados universitarios. El último capítulo es un recordatorio de los conceptos básicos de números y funciones complejas que termina con 20 ejercicios típicos del tema, y que resulta imprescindible ya que, al no ser materia de la PAU, suele estar muy olvidado.

La segunda parte del texto se inicia con un capítulo en el que se introducen las sucesiones, sus propiedades y convergencia con profusión de ejemplos. Se estudian los criterios clásicos de convergencia, y concluye con un interesante apartado dedicado al orden de convergencia, su aceleración y los criterios de parada que no suelen aparecer en textos similares. El capítulo termina con abundantes ejercicios, destacando los dedicados a practicar con los diferentes criterios de convergencia. El concepto de serie, como par de sucesiones, no deja de ser de tipo algebraico aunque está subordinado al problema fundamental de la convergencia. Después de su introducción, propiedades y ejemplos básicos, se llega a los criterios de convergencia. Para las series de términos positivos, estos son consecuencia del criterio general de comparación y en especial, por comparación con las series geométricas, resultan los muy usados criterios del cociente y la raíz. Se introducen también otros que resuelven casos de indefinición, así como el criterio de condensación que permite estudiar la serie armónica generalizada, clave en la aplicación del criterio de comparación. Además, se presentan las series alternadas como aplicación de los criterios de Dirichlet y Abel, que ofrecen como consecuencia el de Leibniz. Termina el capítulo con un extenso epígrafe, que no suele encontrarse habitualmente en un libro de texto de iniciación al cálculo, de suma de distintos tipos de series, que aporta un interesante apartado en el que se relacionan las sucesiones y series con la constante de Euler-Mascheroni. Hasta un total de 45 ejercicios de estudio de convergencia y suma de series ponen el broche final a este bloque que contiene interesantes y novedosas aportaciones con relación a textos similares.

El bloque tercero, dedicado a la continuidad y derivabilidad, se presenta de forma ágil, rigurosa y concreta, por lo que la consideramos recomendable para cualquier alumno de primer curso. Comienza con un recorrido clásico sobre el concepto de límite: definiciones, álgebra de límites, límites laterales, infinitos y asíntotas, e indeterminaciones, para terminar presentando el concepto de continuidad, resaltando su carácter local y los teoremas fundamentales (valor intermedio y Weierstrass) que surgen de conocer las propiedades que hereda el conjunto imagen por la continuidad. El capítulo 8 estudia el, ya conocido por el alumno, concepto de la derivada, aunque es tratado en forma de espiral creciente, incorporando nuevos conceptos como la derivación de las funciones inversa e implícita o los teoremas del valor medio y sus consecuencias de forma progresiva. Se deja notar la ausencia de la fórmula de Taylor, que se pospone al capítulo dedicado a la interpolación. Son muy destacados los epígrafes dedicados a la curva fractal construida por la subdivisión en el punto medio (*curva del manjar blanco*) y el que orienta en el estudio de desigualdades y ecuaciones. Como el extenso capítulo se merece, termina con un abundante número de bien seleccionados ejercicios (hasta 129) agrupados por temas para dirigir al alumno en su resolución. El bloque finaliza con un interesante capítulo dedicado al estudio de diferentes métodos iterativos de resolución aproximada de ecuaciones, que serán tanto mejores cuanto más rápida sea la convergencia a cero de la función. Se incluyen los métodos de bisección, secante, *regula falsi* y Newton-Raphson, cuya presencia no suele ser ni común, ni tan completa, en los libros de cálculo, pues este estudio se suele derivar a los correspondientes de métodos numéricos.

La integral, cuya raíz geométrica está en el concepto de área y que evolucionó progresivamente a partir del descubrimiento del cálculo infinitesimal, es el tópico del que se ocupa la cuarta parte del texto. Se estudia la integral según Riemann, que cubre la mayoría de las necesidades de la matemática aplicada y resulta, además, ser la más adecuada para ser presentada en un primer curso de cálculo. En el capítulo 10 se definen las funciones integrables, se estudian sus propiedades, el teorema fundamental del cálculo y su relevante consecuencia la regla de Barrow, y los teoremas del valor medio. El 11 es un capítulo clásico de cálculo de primitivas, en el que se estudian las funciones más elementales con suficientes ejercicios para la práctica del estudiante. En el capítulo 12 se extiende el concepto de integral a intervalos de cualquier tipo y a funciones no acotadas, surgiendo lo que conocemos como integrales impropias. Se introduce una notación con la que se plantean todos los casos de manera unificada, aunque quizás pueda resultar un tanto difícil de comprender y manejar por el alumno novel. Se abordan los diferentes casos con abundantes ejemplos y se termina el capítulo con un interesante epígrafe dedicado a la relación entre integrales impropias y series numéricas. Finaliza el bloque con el estudio de algunas de las aplicaciones de la integral, centrándose en las de carácter geométrico: áreas, longitudes de curvas y áreas y volúmenes de sólidos de revolución. Se explicitan, con gran acierto, los casos en que las curvas vienen representadas paramétricamente, y se termina con un epígrafe dedicado a la introducción de las funciones eulerianas, que entendemos podrían haber encajado mejor como ejemplos de integrales impropias (final del capítulo 12).

El siguiente bloque completa el capítulo 9 y se revela como una primera introducción a los métodos numéricos dentro del programa de una asignatura de cálculo. Comienza con la búsqueda de una curva que se ajuste a unos datos concretos, surgiendo así el estudio de diferentes métodos de interpolación: Lagrange con sus dificultades de cálculo, Hermite si conocemos el valor de las derivadas, la interpolación a trozos con el uso de *splines*, o el polinomio de Taylor. En el cálculo de este último y el estudio del consiguiente error cometido se centran, con buen criterio, la mayor parte de los ejercicios propuestos en el tema. El capítulo 15 cierra el bloque con el estudio de la derivación e integración aproximada que surgen de manera natural cuando tenemos dificultades de cálculo. La idea en la derivación numérica es utilizar las aproximaciones mediante los polinomios ya estudiados, teniendo siempre presentes dos valores: la aproximación de la derivada en el punto y el error cometido. Respecto al cálculo de la integral mediante la regla de Barrow, no se nos escapa que puede ser no sólo complicado sino llegar a resultar imposible, lo que nos conduce al estudio de los métodos aproximados. Se estudian los métodos clásicos, simples y compuestos, y se propone una serie de interesantes ejercicios de aplicación de los mismos.

El último bloque del texto consta de un solo capítulo y se dedica al estudio de las series de potencias. Se presentan, de manera lógica e intuitiva, como fusión de los conceptos de serie numérica y polinomio de Taylor, y pueden considerarse como generalización natural de las funciones polinómicas, que son sus aproximaciones. Una vez conocidas sus propiedades, interesa determinar las funciones que se pueden expresar como suma de estas series y, a continuación, proceder a los cálculos de los desarrollos correspondientes, especialmente, de algunas de las funciones de uso más habitual. Termina el capítulo con un interesante epígrafe de aplicación de las series de potencias, entre las que podemos destacar el problema de Basilea.

En el apéndice podemos encontrar, además de las tablas habituales (derivadas y primitivas elementales o desarrollos de Taylor), algunas otras cuestiones destacadas: una sección con ejemplos y contraejemplos interesantes para el alumno; otra con elementos sobre progresiones aritméticas y geométricas imprescindibles para moverse con soltura en el terreno de las sucesiones y series; y otra, interesantísima, dedicada a las cónicas a la que el profesor puede encaminar al alumno que, más a menudo de lo que se desea, presenta lagunas en este referente geométrico básico.

Todo lo antes comentado nos hace creer que nos encontramos ante un libro de problemas que cualquier profesor de cálculo, de los diferentes grados de ingeniería o ciencias, puede recomendar con la seguridad de que no sólo va a ser útil para sus alumnos, sino que va a picar en la puerta de su curiosidad. Por ello y como «es el supremo arte del maestro despertar la curiosidad en la expresión creativa y conocimiento» (A. Einstein), desde esta reseña, queremos felicitar a los autores.

José Aurelio Otero Corte, Departamento de Matemáticas, Universidad de Oviedo
Correo electrónico: jaurelio@uniovi.es