La Olimpiada Matemática

Sección a cargo de

María Gaspar

LVIII Olimpiada Matemática Española, La Rábida, 1 y 2 de abril de 2022

por

Begoña Marchena González

Logo de la LVIII OME.

Durante los días 1 y 2 de abril de 2022 se ha celebrado en la Sede Santa María de La Rábida (Palos de la Frontera, Huelva) de la Universidad Internacional de Andalucía (UNIA) el Concurso Final de la LVIII Olimpiada Matemática Española. La organización de esta edición de la OME ha estado a cargo de la UNIA y de la comisión local de la RSME de la LVIII Olimpiada Matemática Española, compuesta por Ramón Piedra Sánchez de la Universidad de Sevilla, María Gaspar Alonso-Vega de la Universidad Complutense de Madrid (y presidenta de la Comisión de Olimpiadas), Agustín Galán García, director de la Sede Santa María de La Rábida, Felipe Gago Couso de la Universidad de Santiago de Compostela, y presidida por la autora de estas líneas, Begoña Marchena González de la Universidad de Huelva.

Es la primera vez que la Fase Nacional de la OME se celebra en Huelva, no así en Andalucía, puesto que en el año 1999 se celebró en Granada; en Sevilla en 2006; en 2018 en Jaén; y en Almería estaba programada para 2020, pero fue organizada finalmente en remoto por el covid.

Como en la Sede Santa María de La Rábida de la UNIA se habían celebrado, con indudable éxito, otras olimpiadas matemáticas —la XXXIII Olimpiada Iberoamericana en el año 2018 y la Olimpiada Matemática Andaluza en el 2019—, se nos ocurrió la idea de organizar la tan ansiada olimpiada presencial en este lugar que sin duda alguna reúne las condiciones idóneas para la realización de un evento como este. El campus cuenta con amplias instalaciones que comprenden residencia universitaria, comedor, cafetería, jardines, zonas de recreo y deportivas, salas de estudio e informática, biblioteca, aulas, vistas. . .

Allá por diciembre de 2021 tuvimos el primer contacto con el rector de la UNIA y, aprovechando el éxito obtenido en las dos ediciones anteriores de olimpiadas, solicitamos la ayuda de esta universidad para organizar la —no tan segura por aquel entonces— OME presencial. En aquel momento no se podía vaticinar si en marzo íbamos a estar confinados como los dos años anteriores o si, finalmente, y como felizmente pasó, podríamos vernos las caras. La acogida por parte del rector fue extraordinaria y, desde aquel primer contacto, hemos encontrado todo tipo de facilidades en la UNIA y especialmente en el personal de la Sede Santa María de La Rábida. Como el número de habitaciones disponibles en la residencia no era suficiente para albergar a todas las personas que participamos en la OME, decidimos que los estudiantes estuvieran todos juntos allí, y reservar dos hoteles en la preciosa playa de Mazagón, a 14 kilómetros de La Rábida, para alojar a los correctores y a los profesores delegados que nos acompañaban en esta edición. En total, hemos intervenido 127 personas.

Puesto que la Sede Santa María de La Rábida dispone de excelentes aulas, decidimos que las pruebas se celebrarían en la misma sede y, por tanto, los estudiantes no tendrían que desplazarse, con la consiguiente comodidad para ellos.

Llegó el momento de buscar apoyo económico para poder cubrir las necesidades básicas, para lo que nos faltaba la manutención y el alojamiento externo a la UNIA. En este sentido no podemos estar más agradecidos con los patrocinadores y colaboradores, que no han sido pocos, pero tampoco debemos olvidarnos de que por cada ayuda recibida hemos solicitado algunas más que no fueron atendidas. El Ayuntamiento de Palos de La Frontera nos dio el último empujón para hacer realidad este evento. Hemos recibido ayuda también de la Fundación Atlantic Copper; de la Cátedra Cepsa; de la Cátedra de la Provincia; del Ministerio de Educación y Formación Profesional; de la Consejería de Transformación Económica, Industria, Conocimiento y Universidades de la Junta de Andalucía; de la Delegación Provincial de Educación y Deporte en Huelva de la Junta de Andalucía; de la Diputación de Huelva; del Centro de Estudios Avanzados en Física, Matemáticas y Computación de la Universidad de Huelva; de los Institutos de Investigación Matemática de las Universidades de Sevilla y Granada; de la Universidad de Santiago de Compostela; de Fresón de Palos; del Instituto Español de Perfumería y Cosmética; de Costaluz y del Ayuntamiento de Huelva.

Resuelta la manutención y el alojamiento, dimos el pistoletazo de salida para la celebración de la tan ansiada OME presencial tras la pandemia, pues desde el primer momento tuvimos claro que, con tener lo mínimo indispensable para garantizar que el concurso final fuera presencial, tiraríamos para adelante, todo lo demás sería suplementario. A partir de ahí, buscamos un salón de actos acorde con el evento; afortunadamente la Diputación de Huelva nos cedió el Foro Iberoamericano de La Rábida para los actos de apertura y de clausura, así como el espacio para realizar la cena de despedida. También nos brindó las visitas al Muelle de las Carabelas y al parque Botánico Celestino Mutis, tanto para los estudiantes como para los

Los concursantes, tras la apertura. Al fondo, el río Tinto.

profesores; el Ayuntamiento de Huelva nos brindó la interesante excursión *El Legado Británico en Huelva*, aunque solo para los profesores al tener que realizarse por la mañana.

La competición ha consistido, como es habitual, en la resolución de seis problemas matemáticos en dos sesiones: tres problemas el día 1 de abril y otros tres el día 2 de abril. Los miembros del jurado han sido los encargados de elaborar los criterios de corrección y de asignar las puntuaciones a las soluciones presentadas por los estudiantes. Todo este proceso ha estado coordinado por la Comisión de Olimpiadas de la RSME, y, especialmente, por su presidenta María Gaspar, a la que manifiesto nuestra más sincera felicitación y gratitud por el excelente trabajo que de forma generosa ha realizado.

Queremos agradecer también la presencia de todas las autoridades y representantes que nos han acompañado durante las pruebas, en las ceremonias de apertura y de clausura y en la entrega de premios de esta competición: Carmelo Romero, alcalde de Palos de La Frontera; María Antonia Peña, rectora de la Universidad de Huelva; Inés Garbayo, decana de la Facultad de Ciencias Experimentales de la Universidad de Huelva; Lucía Núñez, concejala de Educación y Juventud de Palos de La Frontera; Belén Castillo, diputada de presidencia de la Diputación de Huelva; María del Carmen Sánchez, directora de secretariado de la Sede Santa María de La Rábida de la UNIA; Ángeles Sánchez Cueca, de la Fundación Atlantic Copper; Estela Villalba, delegada de Educación de la Junta de Andalucía; Agustín Galán, director de la Sede Santa María de La Rábida de la UNIA; y Antonio de la Vega, director de la Fundación Atlantic Copper. No podemos olvidar la inestimable labor de los voluntarios olímpicos Inés Mora, Jacobo Tagua, David Jiménez, Jorge Buenestado y Ulises Pastor a los que agradecemos su trabajo acompañando a los estudiantes en cada una de las actividades que organizamos.

Previo al acto de apertura guardamos un minuto de silencio en recuerdo de los miembros de la comunidad olímpica recientemente fallecidos: Carles Romero, de la Comisión de Olimpiadas, Iulia Zdanovskaia, exolímpica víctima de la guerra de Ucrania y, en extensión, por todos los damnificados de la guerra. Al día siguiente, antes del acto de clausura, disfrutamos de la interesante conferencia *Maryam y los Colores* impartida por la reconocida matemática y prestigiosa divulgadora Clara Grima Ruiz, profesora de la Universidad de Sevilla. Estamos seguros de que, a partir

Foto de grupo con el alcalde de Palos de La Frontera y la rectora de la Universidad de Huelva.

de esta conferencia, más de un estudiante va a estar interesado por la teoría de grafos.

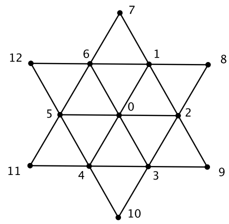
Tenemos que reseñar que, aunque las marcas Fresón de Palos y Costaluz se brindaron como colaboradores para que degustáramos frutas frescas durante las pruebas, fue el propio Ayuntamiento de Palos de La Frontera quien nos ofreció el magnífico fresón y el exquisito arándano de Palos para que cada uno de los participantes se lo llevara como obsequio. Recordaremos esta OME por la cantidad de fresas que consumimos. Tuvimos fresón y arándanos para dar y regalar; la estación de Santa Justa se inundó de fresones, y los autobuses, los trenes y los aviones de retorno olían a fresón de Palos.

Problemas propuestos

Primera sesión, viernes 1 de abril de 2022

Problema 1.

La estrella de seis puntas de la figura es regular: todos los ángulos interiores de los triángulos pequeños son iguales. A cada uno de los trece puntos señalados se le asigna un color: verde o rojo. Demuestra que siempre habrá tres puntos del mismo color que son vértices de un triángulo equilátero.



Problema 2.

Sean a, b, c, d cuatro números reales positivos. Si se cumple

$$a + b + \frac{1}{ab} = c + d + \frac{1}{cd} \quad \text{y} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + ab = \frac{1}{c} + \frac{1}{d} + cd,$$

demuestra que al menos dos de los valores a, b, c, d son iguales.

Problema 3.

Sea ABC un triángulo, con $AB < AC$, y sea Γ su circuncírculo. Sean D, E y F los puntos de tangencia del incírculo con BC, CA y AB, respectivamente. Sea R el punto de EF tal que DR es una altura del triángulo DEF y sea S el punto de corte de la bisectriz exterior del ángulo $\angle BAC$ con Γ. Probar que AR y SD se cortan sobre Γ.

Segunda sesión, sábado 2 de abril 2022

Problema 4.

Sea P un punto en el plano. Demuestra que es posible trazar tres semirrectas con origen en P con la siguiente propiedad: para toda circunferencia de radio r que contiene a P en su interior, si P_1, P_2 y P_3 son los puntos de corte de las semirrectas con la circunferencia, entonces

$$|PP_1| + |PP_2| + |PP_3| \leq 3r.$$

Problema 5.

En un grupo de 2022 estudiantes, algunos son amigos entre sí, y la amistad es siempre recíproca. Sabemos que cualquier subconjunto de esos estudiantes tiene la siguiente propiedad: *siempre existe un estudiante del subconjunto que es amigo de, a lo sumo,* 100 *estudiantes del mismo.*

(a) Determina el menor entero positivo N que nos asegura que se cumple la siguiente propiedad: *es posible dividir a los estudiantes en N grupos (no necesariamente del mismo tamaño) de manera que dos estudiantes que estén en el mismo grupo nunca son amigos entre sí.*

(b) Numeramos a los estudiantes del 1 al 2022. Sea c_i el número de amigos del estudiante i. Determina el máximo valor que puede tomar la suma

$$c_1 + c_2 + \cdots + c_{2022}.$$

Problema 6.

Halla todas las ternas de enteros positivos (x, y, z), con $z > 1$, que satisfacen simultáneamente que

$$x \text{ divide a } y+1, \qquad y \text{ divide a } z-1, \qquad z \text{ divide a } x^2+1.$$

Entre los treinta y seis premiados, los nombres que se esperan con mayor impaciencia son, naturalmente, los de los seis primeros clasificados ¡Enhorabuena a todos ellos! Y, por supuesto, extendemos nuestra enhorabuena, junto con nuestro agradecimiento por su esfuerzo y entusiasmo, a todos los participantes.

Ganadores de Medalla de oro 2022. De izquierda a derecha, Álvaro Gamboa, Jordi Ferré, Ruben Carpenter, Roger Lidón, Javier Badesa y Darío Martínez.

Relación de premiados en la Fase Nacional de la LVIII OME

Medallas de Oro

Ruben Carpenter (Cataluña)
Roger Lidón Ardanuy (Cataluña)
Javier Badesa Pérez (Aragón)
Álvaro Gamboa Rodríguez (Comunidad de Madrid)
Jordi Ferré García (Cataluña)
Darío Martínez Ramírez (Comunidad Valenciana)

Medallas de Plata

Martín Padrón Rodríguez (Galicia)
Jordi Herrero Martínez (Comunidad Valenciana)
Hugo Lladró Prats (Comunidad Valenciana)
Mateo Miguel Tabernero Fuentes (Comunidad Valenciana)
Luis Carrillo Hernández (Comunidad Valenciana)
Manuel Eymar Carballo (Comunidad de Madrid)
Nicolás Maíllo Gómez (Castilla y León)
Samuel Orellana Mateo (Andalucía)
Pablo Puerto Muñoz (Andalucía)
Guillem Beltrán Cerezuelo (Comunidad Valenciana)
Rubén García Fernández (Asturias)
Pablo Martín Santamaría (Andalucía)

Medallas de Bronce

Javier Castro García (Castilla y León)
Nicolás Díez Andrés (La Rioja)
Daniel García Fernández (Extremadura)
Pedro Gómez Vázquez (Asturias)
Pablo Troyano Plata (Andalucía)
Mario Balda Agudo (Andalucía)
Clara Helena Briand (Andalucía)
Marta Cano Cagigas (Comunidad de Madrid)
Alèxia Escudero Ribó (Cataluña)
Hugo Fernández Becerro (Cantabria)
Bernat Pagès Vives (Cataluña)
Marcos Pascual Cid (La Rioja)
Daniel Ribalta Andrés (Comunidad de Madrid)
Pablo Sáez Reyes (Castilla y León)
Roger Bargalló Roselló (Cataluña)
Mario Parra Murciano (Extremadura)
Matías Pataro Radjen (Canarias)
Luis Gutiérrez Garrido (Extremadura)

Relación de premiados en las fases locales

Primeros premios

Antonio Aguilera Ramírez (Andalucía)
Javier Badesa Pérez (Aragón)
Guillem Beltrán Cerezuelo (Comunidad Valenciana)
Ruben Carpenter (Cataluña)
Luis Carrillo Hernández (Comunidad Valenciana)
Javier Castro García (Castilla y León)
Guillem Comamala Fiol (Islas Baleares)
Unai Cuerdo Agirre (País Vasco)
Manuel Eymar Carballo (Comunidad de Madrid)
Hugo Fernández Becerro (Cantabria)
Álvaro Gamboa Rodríguez (Comunidad de Madrid)
Galo Gordón Cordero (Andalucía)
Luis Gutiérrez Garrido (Extremadura)
Jordi Herrero Martínez (Comunidad Valenciana)
Alejandro Krumm de Vicente (Comunidad de Madrid)
Hugo Labella López (Comunidad de Madrid)
Roger Lidón Ardanuy (Cataluña)
Hugo Lladró Prats (Comunidad Valenciana)
Vicente Lloret Conesa (Región de Murcia)
Diego Manso Anda (La Rioja)

Teresa Marín Marín (Región de Murcia)
Darío Martínez Ramírez (Comunidad Valenciana)
Pablo Menéndez Menéndez (Principado de Asturias)
Suliman Mimon Youjili (Ciudad Autónoma de Melilla)
Ander Miranda Zapara (Comunidad Foral de Navarra)
Elías Monge Sánchez (Ciudad Autónoma de Ceuta)
José Núñez Sánchez (Andalucía)
Samuel Orellana Mateo (Andalucía)
Martín Padrón Rodríguez (Galicia)
Bernat Pagès Vives (Cataluña)
Mario Parra Murciano (Extremadura)
Andrey Parrilla Prokopyev (Andalucía)
Matías Pataro Radjen (Canarias)
Max Piñar Pérez (Andalucía)
Pablo Puerto Muñoz (Andalucía)
Daniel Ribalta Andrés (Comunidad de Madrid)
Jaime Rico Fernández (Comunidad de Madrid)
Francisco Rodríguez-Carretero Roldán (Andalucía)
Pablo Sáez Reyes (Castilla y León)
Luis Sánchez García (Castilla y León)
Sara Sánchez Vázquez (Castilla La Mancha)
Jacobo Tagua Santana (Andalucía)
Javier Vega Peleteiro (Canarias)
Pablo Zarza Montero (Castilla y León)

Segundos premios

Marcos Aragoneses Hernando (Comunidad de Madrid)
Manel Armero Melià (Islas Baleares)
Mario Balda Agudo (Andalucía)
Clara Helena Briand (Andalucía)
Marta Cano Cagigas (Comunidad de Madrid)
Alejandro Castillo Soriano (Aragón)
Daniel Conesa Villanueva (Ciudad Autónoma de Melilla)
Raúl Cuevas Castillo (Castilla La Mancha)
Xavier Díaz Austrich (Cataluña)
Alèxia Escudero Ribó (Cataluña)
Pablo Faus Faus (Comunidad Valenciana)
Alicia Fernández San Juan (Castilla y león)
Jordi Ferré García (Cataluña)
Daniel García Fernández (Extremadura)
Iván García Harlouchet (Andalucía)
Pedro Gómez Vázquez (Principado de Asturias)
Adrián González Rodríguez (Andalucía)
Daniel Guillamón López (Comunidad Valenciana)

Alejandro Higueras Plata (Cantabria)
Francisca Jódar Conesa (Región de Murcia)
Diego López Aragón (Comunidad de Madrid)
Nicolás Maíllo Gómez (Castilla y León)
Vanessa Jordanova Mandrova (Canarias)
Pablo Martín Santamaría (Andalucía)
Ibai Martínez Puente (País Vasco)
Iván Moreno Cano (Comunidad Valenciana)
Adrián Nieto Moreno (Comunidad Foral de Navarra)
Óscar Palazón Santa Cruz (Región de Murcia)
Marcos Pascual Cid (La Rioja)
Inés Pérez Herrera (Comunidad de Madrid)
Iker Javier Pérez Omar (Canarias)
Juan Manuel Ramírez Rivas (Andalucía)
Javier Ribelles Sánchez (Andalucía)
Alex Ríos Fidalgo (Comunidad Valenciana)
Eneas Romero Barroso (Andalucía)
Álvaro Salazar Vega (Comunidad de Madrid)
Inácio Suárez Camiña (Galicia)
Daniel Tabares López (Comunidad de Madrid)
Mateo Miguel Tabernero Fuentes (Comunidad Valenciana)
Marta Jung Velázquez Polanco (Castilla y León)
Marco Villullas Maestro (Castilla y León)

Terceros premios

Javier Acosta Pérez (Región de Murcia)
Miquel Ainaud Fondevila (Cataluña)
Roger Bargalló Roselló (Cataluña)
Guillermo Barquín de la Riva (Cantabria)
Javier Batista Esplá (Canarias)
Joan Borja Cortés (Comunidad Valenciana)
Álvaro de Irízar Larrauri (Comunidad Foral de Navarra)
Sebastián de la Torre Gil Delgado (Andalucía)
Nicolás Díez Andrés (La Rioja)
Ramón Domenech León (Andalucía)
María del Pilar Forero Calderón (Andalucía)
Rubén García Fernández (Principado de Asturias)
Adrián García Seijas (Comunidad de Madrid)
Marta Gost Casas (Comunidad de Madrid)
Germán Guijarro Pardo (Castilla La Mancha)
Laura Gulabrai Díaz (Ciudad Autónoma de Melilla)
Rodrigo Herrera Yáñez (Castilla y León)
Ángel Ibáñez Gutiérrez (Castilla y León)
Nicolás Iserte Tarazón (Comunidad Valenciana)

Raquel Izquierdo Pato (Comunidad de Madrid)
Mateo López-Yarto Rodríguez (Comunidad de Madrid)
Pau Martí Biosca (Cataluña)
Núria Martí Torrent (Islas Baleares)
Miguel Martín Rodríguez (Comunidad de Madrid)
Nicolás Merenciano Esteve (Comunidad Valenciana)
José Moya Delcá (Andalucía)
David Muñoz San José (Comunidad de Madrid)
Artur Ostrovskiy Ostrovskiy (Comunidad valenciana)
Marcos Poza Marcos (Andalucía)
Candela Puche Gil (Región de Murcia)
Ane Redondo Berasaluce (País Vasco)
Saúl Sampedro Moya (Andalucía)
Jaime Sánchez Ciria (Castilla y León)
Marta Sierra Obea (Aragón)
Pablo Troyano Plata (Andalucía)
Nicolás Urquiza López (Castilla y León)
José Valle González (Galicia)
Dan Manuel Vancea (Comunidad Valenciana)
Artem Vartanov (Canarias)

Begoña Marchena González, Universidad de Huelva
Correo electrónico: `marchena@dmat.uhu.es`

XI Olimpiada Europea Femenina de Matemáticas

por

Elisa Lorenzo García y Celia Rubio Madrigal

Durante la semana del 6 al 12 de abril tuvo lugar la undécima edición de la EGMO (European Girls' Mathematical Olympiad), organizada por Hungría. Fue finalmente presencial para la gran mayoría de países participantes, tras las dos ediciones virtuales de 2021 en Georgia y 2020 en Holanda debido a la pandemia de COVID-19. Cabe decir que todo el mundo estaba entusiasmado de volver a la normalidad olímpica y poder

Logo de la EGMO.

El equipo español al completo. En la fila superior de izquierda a derecha, Daminika, Anna (nuestra guía), Raquel, Marta y Mencía; en la fila inferior de izquierda a derecha, Elisa y Celia.

disfrutar del cara a cara. El equipo español estuvo compuesto por Marta Cano Cagigas, Raquel Trull Báguena, Mencía Díaz de Cerio Ruiz de Lobera y Daminika Sobal. Para Raquel y Mencía esta era su segunda participación. Como jefa de delegación ejerció Elisa Lorenzo García y como tutora Celia Rubio Madrigal, exparticipante del equipo español en la EGMO de 2017. Todas las concursantes, jefas y jefes de delegación y todos los miembros de los equipos de organización y coordinación se alojaron en el hotel Eger & Park de la ciudad de Eger, a 2 horas de Budapest, donde además se realizaron las pruebas.

Esta edición contó con el mayor número de estudiantes y países participantes hasta el momento. Hubo 226 estudiantes en 57 equipos (Hungría como país anfitrión contó con dos equipos, y las chicas rusas tuvieron que participar de forma individual por el boicot a Rusia votado por el jurado de la EGMO: es decir, el conjunto de líderes de los países europeos). De los 57 países participantes, 38 fueron europeos (31 en presencial y 7 en línea) y 19 no europeos y por tanto no oficiales (6 en presencial y 13 en línea). El único país que ha participado por primera vez en esta edición ha sido Siria.

Las ceremonias de apertura y clausura (7 y 11 de abril) tuvieron lugar en el teatro Gárdonyi de Eger, y pudieron seguirse virtualmente en directo a través de YouTube. Ambas ceremonias contaron con intervenciones de distintas personalidades que desearon suerte y felicitaron a las chicas por haber llegado hasta allí. Estas intervenciones fueron intercaladas con música y bailes tradicionales húngaros. Las chicas tuvieron la oportunidad de aprender algunos de estos bailes en la fiesta tras la cena de gala después de la ceremonia de clausura. Los discursos de las ceremonias fueron de Tibor Juhász (vicerrector de Ciencias de la Universidad Católica de Eger),

Un periódico local muestra en portada a nuestro equipo en la ceremonia de apertura el día 7 en el teatro Gárdonyi.

Gábor Minczér (alcalde segundo de Eger), Péter Pál Pálfy (presidente de la sociedad matemática János Bolyai), el reverendo Gellert Ailer, Ilona Pajtók Tari (rectora de la Universidad Católica de Eger) y Agnes Backhausz (organizadora principal de la EGMO 2022).

El día 7 de abril, mientras los líderes aprobaban y traducían los problemas, las estudiantes participaron por equipos en una «búsqueda del tesoro» por Eger. Se dispusieron más de 50 minijuegos y acertijos por las calles de la ciudad, algunos dirigidos por los guías de la competición, y cada uno de ellos otorgaba puntos en función de su dificultad. Por ejemplo, en una de las pruebas había que distinguir materiales a partir de fotos hechas con microscopio. En otra había que construir una pirámide de vasos sujetándolos solo con gomas elásticas. También había pruebas relacionadas con la EGMO: por ejemplo, emparejar una lista de países participantes con su nombre en húngaro y el nombre de su moneda, o averiguar a qué imágenes correspondían anteriores sedes de la competición. Nuestras chicas participaron en el evento con muchas ganas y esfuerzo, y en la ceremonia de clausura se anunció que habían quedado ganadoras.

Las dos sesiones de problemas se realizaron los días 8 y 9 de abril por la mañana. Como es habitual en estas competiciones internacionales, cada sesión duró 4 horas y media y consistió en 3 problemas valorados en hasta 7 puntos cada uno. A continuación mostramos los 6 problemas a los que se enfrentaron las chicas.

Problema 1. (Propuesto por Holanda)

Sea ABC un triángulo acutángulo con $BC < AB$ y $BC < AC$. Considere los puntos P y Q en los segmentos AB y AC, respectivamente, tales que $P \neq B$, $Q \neq C$ y $BQ = BC = CP$. Sea T el circuncentro del triángulo APQ, H el ortocentro del triángulo ABC y S el punto de intersección de las rectas BQ y CP. Pruebe que los puntos T, H y S están en una misma recta.

Daminika, Raquel, Mencía y Marta posando como Marvin, la mascota del equipo húngaro, para uno de los retos de la búsqueda del tesoro.

Problema 2. (Propuesto por Ucrania)

Sea $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ el conjunto de los enteros positivos. Determine todas las funciones $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ tales que para cualquier pareja de enteros positivos a y b, se cumplen las siguientes dos condiciones:

(1) $f(ab) = f(a)f(b)$, y

(2) al menos dos de los números $f(a), f(b)$ y $f(a + b)$ son iguales.

Problema 3. (Propuesto por Reino Unido)

Se dice que una sucesión infinita de enteros positivos $a_1, a_2, \ldots$ es *húngara* si

(1) a_1 es un cuadrado perfecto, y

(2) para todo entero $n \geq 2$, a_n es el menor entero positivo tal que

$$na_1 + (n-1)a_2 + \cdots + 2a_{n-1} + a_n$$

es un cuadrado perfecto.

Pruebe que si $a_1, a_2, \ldots$ es una sucesión húngara, entonces existe un entero positivo k tal que $a_n = a_k$ para todo entero $n \geq k$.

Problema 4. (Propuesto por Rumanía)

Para cada entero positivo $n \geq 2$, determine el mayor entero positivo N con la propiedad de que existen $N + 1$ números reales $a_0, a_1, \ldots, a_N$ tales que

(1) $a_0 + a_1 = -\dfrac{1}{n}$, y

(2) $(a_k + a_{k-1})(a_k + a_{k+1}) = a_{k-1} - a_{k+1}$ para $1 \leq k \leq N - 1$.

Elisa y Celia corrigiendo los problemas.

PROBLEMA 5. (Propuesto por Estados Unidos)

Dados n y k enteros positivos, sea $f(n, 2k)$ el número de formas en que un tablero de tamaño $n \times 2k$ puede ser completamente cubierto por nk fichas de dominó de tamaño 2×1 (por ejemplo, $f(2,2) = 2$ y $f(3,2) = 3$). Encuentre todos los enteros positivos n tales que, para todo entero positivo k, el número $f(n, 2k)$ es impar.

PROBLEMA 6. (Propuesto por Australia)

Sea $ABCD$ un cuadrilátero cíclico con circuncentro O. Sea X el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos $\angle DAB$ y $\angle ABC$; sea Y el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos $\angle ABC$ y $\angle BCD$; sea Z el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos $\angle BCD$ y $\angle CDA$; y sea W el punto de intersección de las bisectrices de los ángulos $\angle CDA$ y $\angle DAB$. Sea P el punto de intersección de las rectas AC y BD. Suponga que los puntos O, P, X, Y, Z y W son distintos. Pruebe que O, X, Y, Z y W están sobre una misma circunferencia si y solo si P, X, Y, Z y W están sobre una misma circunferencia.

Tras las pruebas y mientras que las jefas y jefes de delegación las corregían, las chicas disfrutaron de una visita al valle de Szalajka. Es un paraje natural de espectaculares vistas, con un ferrocarril forestal, cascadas y manantiales, y un arroyo donde se crían truchas. Fue uno de los días más fríos, y nuestras chicas participaron en otro evento competitivo organizado por los guías en lo alto de la montaña.

El día 11, antes de la ceremonia de clausura, todos los participantes pudieron disfrutar de una excursión a la capital húngara, Budapest. Junto a un guía nativo de la ciudad, el equipo recorrió algunos de los lugares destacados de la capital: el río Danubio, el Parlamento (Országház), la Basílica Istvan, o, entre otros, la plaza

El equipo de España, junto al equipo de México en el valle de Szalajka. Detrás, de izquierda a derecha: Marta (ESP), Mencía (ESP), Anna (guía ESP), Vanessza (guía MEX), Vicky (MEX), Cynthia (MEX), Andrea (MEX). Delante, de izquierda a derecha: Daminika (ESP), Raquel (ESP), Ana (MEX).

De izquierda a derecha: Daminika, Raquel, Mencía, Marta, Celia y Anna, frente al río Danubio y el castillo de Buda (Budavári Palota), durante la excursión a Budapest el día 11.

Vörösmarty, que alberga la segunda línea de metro más antigua del mundo. Fue un bonito broche a una semana llena de actividades y desafíos.

Las representantes españolas hicieron este año una gran actuación en la EGMO: Marta Cano logró una medalla de bronce quedándose a un punto de la medalla de

Marta Cano dando la mano a Zoltán Lóránt Nagy tras haber recibido su medalla de bronce.

plata, Raquel Trull y Mencía Díaz de Cerio obtuvieron ambas una mención de honor por sus soluciones al problema 4, y entre las cuatro participantes obtuvieron la mayor puntuación en una EGMO por un equipo español desde que participamos en 2016. Esto, que a priori podría explicarse porque los problemas fueron en general más fáciles este año —como sugieren las estadísticas oficiales que se pueden encontrar en la página web de la EGMO (`https://www.egmo.org/egmos/egmo11/scoreboard/`)—, se confirma también con el hecho de que nuestro equipo ha quedado en su mejor posición en la clasificación por equipos en toda su historia.

Hubo 3 participantes (todas no oficiales) que hicieron prueba perfecta, las participantes individuales de nacionalidad rusa Taisiia Korotchenko y Galiia Sharafetdinova y la estadounidense Jessica Wan. La primera concursante oficial en la clasificación es la británica Eleonor MacGillivray con 34 puntos. A nivel de equipos, las 4 chicas que participaron individualmente suman 160 puntos, a continuación las estadounidenses suman 140 y el primer país europeo oficial, y por tanto ganador de la olimpiada, es Rumanía con 112. Nuestro equipo obtuvo un total de 43 puntos. Los cortes de medallas estuvieron en 29 para el oro, 22 para la plata y 15 para el bronce.

La edición del año que viene tendrá lugar en Portoroz (Eslovenia) del 13 al 19 de abril. Marta y Raquel empiezan sus estudios universitarios este año; sin embargo, Mencía y Daminika tienen la posibilidad de repetir participación el año que viene.

En nuestra opinión, creemos que debemos continuar promoviendo la excelencia matemática entre todo el alumnado, y especialmente entre las chicas, siendo para ello las Olimpiadas, y en particular la EGMO, una herramienta muy útil. Debemos además, en la medida de lo posible, fomentar la preparación de la juventud con más talento matemático e ilusión para que lleven a la práctica todo su potencial. Dentro de esta preparación creemos que se debe hacer especial énfasis en las chicas, no solo para que continúen mejorando los resultados en la EGMO, sino para que tanto en la fase final, como en el equipo español en la Olimpiada Matemática Internacional, haya una representación continua y estable de chicas que refleje su talento y dedicación.

No podemos finalizar este artículo sin dar las gracias a todas nuestras chicas por su dedicación a esta competición, deseándoles la mejor de las suertes en su futuro.

Elisa Lorenzo García, Université de Neuchâtel y Université de Rennes 1
Correo electrónico: elisa.lorenzo@unine.ch, elorenzogarcia@univ-rennes1.fr
Página web: https://sites.google.com/site/elisalorenzo/

Celia Rubio Madrigal, Madrid
Correo electrónico: rubiomadrigalcelia@gmail.com