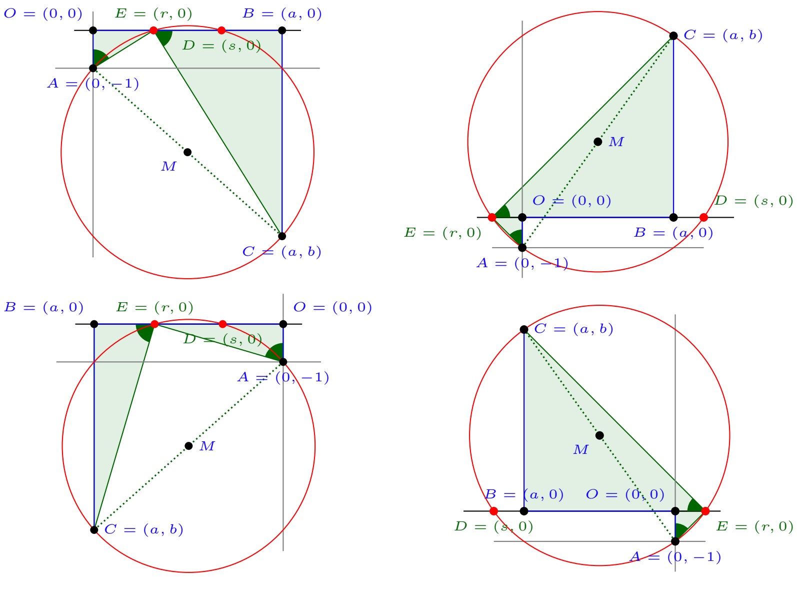
Método de Lill para la resolución gráfica de una ecuación de segundo grado con raíces reales

Eduard Lill (1830–1900), ingeniero austriaco, ideó en 1867 un método gráfico para la resolución de ecuaciones polinómicas. Para ello, codificamos el polinomio como una poligonal sobre los ejes cartesianos con ciertas reglas. Veamos cómo hacerlo con los polinomios mónicos. Sea la ecuación de segundo grado $x^2 - ax - b = 0$.

Tomamos el punto O, origen de coordenadas, y una unidad hacia abajo, el punto $A = (0, -1)$. Fijamos ahora el punto $B = (a, 0)$, situado a unidades en horizontal del punto O, hacia la derecha o hacia la izquierda según si a es positivo o negativo. Nos movemos luego en vertical b unidades hacia abajo o arriba según si b es un número negativo o positivo; así fijamos el punto $C = (a, b)$.

Si la circunferencia de diámetro AC corta a la recta OB en los puntos D y E, entonces las abscisas de estos puntos, digamos r y s, son las soluciones de la ecuación. Las figuras representan, de arriba abajo y de izquierda a derecha, los casos $a > 0$, $b < 0$; $a > 0$, $b > 0$; $a < 0$, $b < 0$; y $a < 0$, $b > 0$.



En efecto: en los cuatro casos los triángulos rectángulos ΔAOE y ΔEBC son semejantes; observando en la primera figura cuál es la longitud de los catetos deducimos que $\frac{r}{1} = \frac{-b}{a-r}$ y, de aquí, que r es una solución de la ecuación $x^2 - ax - b = 0$. De la misma manera, s es la otra. En las otras figuras se procede de forma análoga.

Florentino Damián Aranda Ballesteros, IPEP, Córdoba
Correo electrónico: fdamianab@gmail.com