"Aprender a ver", aunque no se emplee la vista

por

José Enrique Fernández del Campo

Se me piden unas reflexiones de cómo "ve" un ciego las tareas matemáticas. Entiendo que se me pregunta por algo más que una descripción de los útiles y técnicas específicas de trabajo, cuales serían el sistema Braille, la "lámina de caucho" para dibujo y, en última instancia, los recursos informáticos...

Me referiré, pues, a "formas de afrontar situaciones matemáticas por alguien que carece de visión"; en ese ámbito que no cuenta con otro medio exploratorio que la "introspección"; sea el de las imágenes, esquemas mentales, procesos constructivos... "Formas" o "modos de actuar" ciertamente personales –aunque no exclusivos– y que, si bien no creo están directamente ligados al déficit visual, es muy probable que éste invite a un empleo más frecuente, dando lugar a un cierto desarrollo (gracias a la práctica reiterada, no como "compensación sensorial", del que dispensa la comodidad de los recursos visuales).

Reflexionando sobre una anécdota

Ha transcurrido un puñado de lustros. Recién habíamos terminado la carrera, Pedro, un compañero de Facultad, se presentaba a las Oposiciones para plazas de –entonces– Profesores Agregados de Instituto, que tenían fama de difíciles en su "ejercicio práctico": resolución de problemas, con frecuencia de contenido geométrico y constructivo. Con una llamada telefónica me hacía partícipe de su satisfacción:

Muy bien: ¡creo que he hecho todos! Han puesto... "...Y uno que no había forma de verlo, pero que, como me sobraba tiempo, también. Era: calcular en función de la arista la sección máxima de un tetraedro regular por un plano paralelo a dos de sus aristas. "Así que, calculé ecuaciones para las aristas y un plano variable, hallé su intersección en función...

Me faltó paciencia, y me sobró confianza de amigo:

¡Qué dices!: ¡Con lo fácil que es!:... Te resultó un..., un cuadrado, ¿no?... Sí, claro: un cuadrado de lado la mitad de la arista. Luego...

¿Cómo lo has hecho? ¡Si, según he oído, sólo lo hemos sacado dos!

–Muy fácil: apoya el tetraedro en la mesa sobre una de sus aristas, de forma que la opuesta, la que se cruza con ella, quede paralela al plano de la mesa... Si ahora cortas el tetraedro con un cuchillo también horizontal, obtienes rectángulos...: cortos y anchos, abajo; largos y estrechos, arriba... En algún lugar intermedio, resultará un cuadrado: área máxima... ¿Dónde, si no a media altura?...; y, como es simétrico respecto de no sé cuántas cosas, la proporcionalidad entre los triángulos sección de los de las caras debe ser un medio. Por tanto, el área de tal cuadrado, sección máxima, es igual al cuadrado de la mitad de la arista.

Pedro no era un matemático cualquiera: a los 30 años sería catedrático de universidad. Mas mi respuesta no tenía demasiado mérito, aunque en aquella ocasión y por algún tiempo me hiciera sentir un tanto orgulloso.

Había no pocas cosas a probar en mi respuesta intuitiva: desde las simetrías que se dan en el tetraedro regular (justificantes de ser rectángulos dichas secciones), hasta la condición de área máxima en función de la distancia a una de dichas aristas paralelas (siguiendo la perpendicular común), comprobar que se trata efectivamente de un cuadrado...; o que los rectángulos de marras tienen igual perímetro.

Pero en el planteamiento analítico se recurre, implícitamente, a un sin fin de proposiciones del espacio vectorial y afín: diseño de ecuaciones y relaciones entre rectas y planos a partir de datos (puntos, rectas y planos; vectores dirección y coeficientes, etc.), cálculo vectorial de áreas... Por no mencionar las justificaciones al transformar ecuaciones, resolver sistemas...

Entonces y ahora, la estrategia geométrica me parece más sencilla en sus hipótesis y segura en sus cálculos y comprobaciones. Exige, sin embargo, una apoyatura visual; o, mejor dicho –nunca mejor que aquí–: un recurso a la imaginación representativa.

No es cuestión de "inteligencia", de profundidad en los razonamientos y generalidad en los principios manejados; de apelación a "atajos lógicos", ahorradores de tiempo, esfuerzo y riesgos de error. Es cuestión de "confianza" en los recursos a emplear.

Para un ciego, los cálculos analíticos son perfectamente posibles, gracias al Braille; pero lentos, y más expuestos al error (un simple punto "de más" o "de menos" transforma un "4" en un "7" o en un "3", "y" en "x" o "z"). Por el contrario, la imaginación es cómoda, rápida y dúctil, pudiendo prescindir o incorporar a voluntad elementos esenciales o auxiliares, modificar proporciones y perspectivas.

El recurso a la imaginación representativa no es exclusivo, ni mucho menos, de personas que no ven o no pueden dibujar. También el dibujo es hoy accesible al ciego, merced a dispositivos como una "lámina de caucho", sobre la que el trazado de líneas con bolígrafo resulta en relieve; aunque las proyecciones planas –sería nuestro caso– implican una grave dificultad para la interpretación y reconstrucción interior de modelos tridimensionales.

El dibujo contribuye al desarrollo de capacidades tales como la observación, cálculo de distancias y proporciones, perspectiva, transformaciones geométricas...; es decir: capacidades no tanto "constructivas" como "reductivas" o de "transformación" propiamente dicha. La "traducción" entre lenguajes –de los comportamientos físicos al gráfico bidimensional– apenas si exige esfuerzo de simbolización, siendo, por ende y de ordinario, "unidireccional". La reconstrucción interior de situaciones geométricas o físicas a partir de enunciados verbales exige un verdadero ejercicio "traductorio" (decodificador - interpretativo - codificador), al que el ciego –eso es cierto– se ve impelido con mayor frecuencia que el vidente.

El panorama educativo, por otra parte, no ha contribuido al desarrollo de la "imaginación representativa". Desde hace más de treinta años, la Geometría

Euclídea padece un "exilio forzoso" de los planes de estudio; apenas mereció la atención de algunos profesores, quienes, sin miedo a la extensión de los programas, dedicaban espacio a los problemas geométricos. La reforma educativa en curso parece intentar devolverle protagonismo, pero es de temer que la actual generación de profesionales de la enseñanza carezca de motivación –y necesaria formación– hacia esta rama de la Matemática.

Cabría esperar que el "software educativo" que tiene por objeto el diseño y la combinatoria tridimensional provoque el recurso a imaginar, suscitando el desarrollo de estrategias constructivas. Pero la comodidad de ensayo puede que desemboque en la generación de simples nexos estímulo-respuesta, ligados a situaciones sensoriales concretas, sin necesidad de acudir al espacio de representación interior. Algo semejante al peligro en el cálculo aritmético: en la esperanza de que la calculadora exima de operatorias fatigantes –y poder así centrarse en cuándo y por qué tal operación–, el resultado parece apuntar no sólo a que no se alcancen los objetivos conceptuales, sino que se acaban por ignorar los rudimentos algorítmicos e incluso de cálculo mental.

En la solución que proponía más arriba había, además, un componente de "representación dinámica" nada despreciable a efectos didácticos. Se hablaba de "manipulación imaginada" "apoyar sobre la mesa", "...hasta que quede", "si cortas"... Para hablar así es preciso haber tenido alguna vez un tetraedro en la mano, jugar con él, cambiarle de posición... No es fácil, en efecto, imaginar planos paralelos a dos de sus aristas, si tan sólo se representa como "descansando" sobre una de sus caras.

Es que, para un ciego, "ver" es "tocar"; algo más: "manipular", "tener en la mano". Esos estímulos "hápticos" (tacto-cinestésicos) son los que generan un fondo de imágenes sensibles, aprovechables más tarde en construcciones y análisis. Imágenes quizás más impresionantes –"realistas" – por su proximidad –contacto directo– que las meramente visuales.

Deberíamos saludar, pues, la introducción como material didáctico en el área matemática de "rompecabezas" varios, "juegos de construcción" juegos combinatorios, etc.; por no mencionar la papiroflexia o el modelado, los juegos de "luces y sombras" ... Paradójicamente, son notorias las carencias de este tipo de medios en la educación especial de ciegos, a la par que, por efecto de los programas, también se abandonan los recursos manipulativos tradicionales y caseros: corcho y cartulina, alambres, palillos y agujas, tacos de madera...

Un ejemplo de Esquema Dinámico

Mencionaba más arriba cómo el sistema Braille, medio ineludible para un estudiante ciego de Secundaria –al menos, en Matemáticas–, si bien puede hacer frente a todo género de expresiones formales y cálculos, resulta un tanto lento, trabajoso, proclive al error.

Su escasez de símbolos elementales (un total de 63, incluyendo todos los valores literarios) obliga en Matemáticas a acudir a valores polisémicos y "signos compuestos de dos o tres caracteres Braille" "elementos auxiliares" no exigidos “en tinta”... Pero esto no es lo más grave, pese al riesgo de confusión, que exige una exploración/reconocimiento más cuidadoso.

En primer lugar, el Braille es “lineal”. Las expresiones simbólico-matemáticas, en su grafía visual, encierran, por lo general, dimensiones o aspectos “bidimensionales” incluso las más elementales: fracciones, exponentes, subíndices, raíces de índice superior a 2...

Cual lenguaje completo –convenido y autosuficiente– la traducción o transcripción al Braille es inequívoca y coherente. Pero exige, de nuevo, un análisis cuidadoso. Y se pierde el valor “estructurante” de las dos dimensiones, tan útil al localizar, evocar y comunicar: “arriba”, “abajo”, “lo que está bajo el signo de raíz”, “entre paréntesis”... Sin contar que la exploración visual es mucho más rápida y eficiente, al quedar resaltados los elementos gráficos tanto por su posición como por los espacios quelos circundan. Por el contrario, el tacto debe analizar términos en una cadena quasi-homogénea, donde los pequeños espacios vacíos toman un valor lingüístico de mayor carga significativa.

Un ejemplo adecuado para tal dificultad intrínseca sería la diferencia que al emplear el programa “Derive” puede observarse entre la expresión en pantalla y en “línea de edición”.

En segundo, la escritura en Braille no admite alteraciones o adiciones ulteriores a su forma original. Algo tan simple y útil como pueda ser “subrayar”, “marcar con un punto”, “trazar líneas de correspondencia”, “¡tachar!”... está vedado al usuario del Braille: debe reescribir, mal-borrar, guardar en memoria...

Al desconocedor del sistema, estas observaciones pueden hacerle pensar que las tareas matemáticas en Braille son algo heroico. No. Es cuestión de práctica. Y de técnicas específicas; algunas, quizás sean “exportables” al trabajo “en tinta”. Una propuesta:

La multiplicación de polinomios, aun en una variable, es algo tedioso. Multiplicar cada monomio del primer factor por cada uno del segundo, cuidando de no omitir ninguno ni errar en el producto de coeficientes y suma de exponentes; simplificar términos semejantes: localizarlos –y “marcarlos”-, operar; y, antes o después: ordenar el polinomio resultante.

La operación en Braille, como es de prever, se torna fastidiosa, propensa al error y exigente de continuas comprobaciones, aun cuando se trate de factores nada exagerados:

$$\begin{aligned}
(2x^2+3x-5)(4x^2-x-3) &= +8x^4-2x^3-6x^2 \\
& +12x^3-3x^2-9x \\
& -20x^2+5x+15 \\
&= +8x^4+10x^3-29x^2-4x+15
\end{aligned}$$

la tarea se aligera mediante los simples artificios de emplazar los factores en líneas sucesivas y respetar un “espacio en blanco” entre ellos; se facilita así la localización de cada monomio a operar (recordemos que en Braille es poco menos que imposible “leer” o “mirar” al tiempo que “escribir”). Al no existir riesgo de confusión, puede también prescindirse de los paréntesis unificadores (la individuación viene dada por el contexto de distribución espacial):

$$\begin{array}{ccc} 2x^2 & +3x & -5 \\ 4x^2 & -x & -3 \end{array}$$

Llega el momento de la comprobación (algo más que un simple "repaso"). Partiendo del resultado, podemos preguntarnos sobre la génesis de cada término, recorriendo el proceso en sentido inverso:

$$\begin{array}{rcl} 8x^4 & = & +2x^2 \cdot 4x^2 \\ 10x^3 & = & -2x^3 + 12x^3 = 2x^2(-x) + 3x \cdot 4x^2 \\ -29x^2 & = & -6x^2 - 3x^2 - 20x^2 = 2x^2(-3) + 3x(-x) - 5c\dot{4}x^2 \\ -4x & = & -9x + 5x = 3x(-3) - 5(-x) \\ 15 & = & 5 \cdot 3 \end{array}$$

Pero esta organización de resultados parciales sugiere cómo pudieron haberse formado en nuestra distribución espacial cada producto de monomios en el producto expandido, primero, y en el resultado reducido, después. Se apuntan rasgos de una rutina un tanto inesperada. Un análisis "nada exagerado" alumbra una serie de sencillos esquemas:

$$\begin{array}{ccccc} 2x^2+3x-5 & 2x^2+3x-5 & 2x^2+3x-5 & 2x^2+3x-5 & 2x^2+3x-5 \\ 4x^2-x-3 & 4x^2-x-3 & 4x^2-x-3 & 4x^2-x-3 & 4x^2-x-3 \\ 8x^4 & +10x^3 & -29x^2 & -4x & +15 \end{array}$$

Cada término del resultado se corresponde con un esquema simple. La sucesión puede asemejarse al despliegue, primero, y compresión, después, de una especie de "X" o "haz". Un "muelle" o "gusano" que avanza de un extremo a otro del rectángulo de representación, llegando a extenderse en toda su longitud, para recogerse después progresivamente.

Muy pronto, basta con una única representación, a la que se incorporan tales líneas de forma imaginaria, cual superposición de los esquemas simples. Los términos del resultado se corresponden verticalmente, como en aquéllas, con los centros de simetría de cada "haz" o "X". Es conveniente ser "pródigo" en los espacios de separación entre términos de los factores, en previsión de coeficientes amplios:

$$\begin{array}{ccccccccc} & & & & 2x^2 & & +3x & & -5 \\ & & & & 4x^2 & & -x & & -3 \\ & & & & & & & & \\ 8x^4 & & & & -29x^2 & & & & +15 \\ & & 10x^3 & & & & -4x & & \end{array}$$

En Braille, la longitud del resultado puede exceder los 38-40 caracteres permitidos por línea (no sería éste el caso: 30). Pueden entonces emplearse dos líneas contiguas, pero respetando la verticalidad productos – centros de simetría. Análogamente a como se procede "en tinta" cuando quiere intercalarse una expresión sin espacio para ello; sólo que aquí debe hacerse en la línea inferior.

Y dos regalos adicionales:

Puede calcularse por separado cada monomio del producto, sin más que "localizar su lugar definitivo" localizar asimismo su correspondiente "nudo de simetría" y "trazar" las oportunas "líneas imagen de productos parciales" (por supuesto: efectuar éstos, y simplificar); tal como muestra cada uno de los esquemas de arriba.

Ya que el grado se identifica con emplazamiento, puede prescindirse de la variable:

$$\begin{array}{ccccc} & & +2 & +3 & -5 \\ & & +4 & -1 & -3 \\ & & & & \\ +8 & +10 & -29 & -4 & +15 \end{array}$$

Conviene resaltar el papel que, de nuevo, se confiere a la imaginación, que "traza líneas" donde no las hay, ni tal vez convenga trazar; porque no se puede –caso del Braille– o porque causarían confusión –salvo que se empleen colores diversos, lápiz y goma o se trabaje sobre el tablero–.

PUZZLES EN EL AIRE

En Matemáticas, y especialmente en su Didáctica, todo está "inacabado". Cuanto menos, en su presentación. Hay un campo, sin embargo, en el que esta apertura es más notoria: la resolución de problemas.

Desde la Escuela Infantil a la Universidad, estudiantes y profesores reconocen la dificultad de la tarea resolutoria. La "teoría" con mayor o menor esfuerzo, puede "comprenderse" y "aprenderse" los problemas, no. Claro que hablamos de "problemas" o "situaciones problemáticas"no de ramplones "ejercicios" diseñados para la aplicación mostrenca de una técnica operatoria o formal.

Por otra parte, ¿para qué sirve una "teoría no aplicada"? Cierto que el edificio conceptual y técnico es imprescindible en la resolución de problemas, y que la familiaridad con los elementos de aquél facilita esta tarea en grado sumo. Pero, ¿qué garantías de comprensión auténtica –aunque siempreincompleta– cabe aceptar, si no se manifiesta en situaciones concretas y prácticas?

Nos resistimos a aceptar que un niño de siete años "sabe restar, si es incapaz de resolver pequeñas situaciones del tipo: "¿Cuántos años tienes?... ¿Y tu hermano mayor?... ¿Tendrá que pasar mucho tiempo hasta que tengas tú esos años?" Como deberíamos resistirnos a aceptar que un estudiante de la Facultad de Matemáticas sólo es capaz de "comprender" y "reconstruir" demostraciones de teoremas, sin atreverse a intentarlas por sí mismo; o a buscar corolarios, reformulaciones, generalizaciones, detectar la esencialidad de sus hipótesis, encontrar contraejemplos...

Las corrientes didácticas parecen encaminarse cada vez más claramente por los cauces de la resolución de problemas. Y no sólo como "objetivo último" de los procesos educativos, sino también como "punto de partida" las "situaciones problemáticas" como "situaciones de enseñanza-aprendizaje" los problemas como "oportunidad para aprender"–introducir nuevos conceptos y técnicas–, más que "pruebas para demostrar que se ha aprendido".

Es muy dudoso afirmar que "se puede aprender a hacer problemas". ¿Acaso existen dos problemas iguales? Dado un enunciado, basta modificar algunos de sus términos, el orden de sus proposiciones, alterar exageradamente los datos, distanciar la propuesta en el tiempo, para que pueda hablarse de problemas radicalmente distintos. Además, no debe despreciarse la influencia que en el ánimo del resolutor tienen el contexto en que se plantean (temas próximos, carácter evaluatorio, limitación o no de tiempo, lugar, etc.) y las circunstancias personales del alumno o del grupo.

La primera condición para afrontar un problema es "hacerlo propio" que diría Polya. "Zambullirse en la situación". Bien directamente: caso de los "problemas de tienda" que los franceses promueven en la iniciación a la Aritmética, como "tarea de laboratorio" o de "taller" en nuestra Secundaria; bien a través de un enunciado, generalmente verbal. Pero esta segunda opción implica una "primera comprensión del enunciado" "¿qué ocurre?", "¿de qué se habla?", "¿de qué va?" (en lenguaje coloquial); muy anterior al "qué se me pregunta" o "qué puedo preguntarme".

Precisamente en esta forma de presentación verbal –la más ordinaria, por otra parte– es donde aparecen las mayores dificultades de comprensión: dificultades léxicas, sintácticas, lógicas, de organización espacio-temporal. Carece de sentido, a nuestro juicio, hablar de "estrategias de resolución" (determinación de "palabras-clave", categorías semánticas de "significado global", etc.), sin ahondar previamente en las "estrategias de comprensión del enunciado".

Para la inmensa mayoría de los alumnos que padecen déficit visual, sea que trabaje en sistema Braille, sea que lo haga en "código tinta" la lectura de textos es más lenta y trabajosa que para un alumno que no lo padezca. No es lugar de tratar sobre si tal inconveniente es intrínseco al Braille –en su caso– o a dificultades perceptivas, o es consecuencia de carencias metodológicas; es simple constatación: mientras quien padece un déficit visual "lee" un enunciado, otro, con visión normal, ha podido releerlo una o dos veces, retomarlo en un pasaje determinado, buscar rápidamente alguna "pista" o indicio que le ayude a desentrañar el "de qué va" e incluso el "qué me preguntan".

La lentitud lectora tiene dos efectos aparentemente contradictorios: pérdida del "sentido global" y realce de los "sentidos locales"–significado de expresiones particulares–; el "bosque" y los "árboles" del dicho corriente. Desde la perspectiva de una Semántica Pragmática, ambos deberían ser coadyuvantes: los "significados locales" contribuyen a la construcción del "significado global" a la par que éste favorece la interpretación de términos particulares, iluminados por concordancias formales y lógicas; si se desea, entiéndase: "síntesis" y "análisis". Pero la dilatación en el tiempo y las energías centradas en la exploración perceptiva exponen más fácilmente a la pérdida de continuidad. ¿Cómo asegurar esa disponibilidad permanente para el nexosemántico perseguido?

En el fondo, toda dificultad de comprensión se traduce en dificultades de "representación interior de la situación descrita". No es un "a priori" consciente o inconscientemente –como acto reflejo–, toda "historia" descriptiva, problemática o de tesis, reclama una "representación interior" en la que, a través de un lenguaje subjetivo de imágenes o "formas", el "receptor-resolutor" accede al mensaje, previa "traducción" a ese "lenguaje personal" desde los términos del enunciado propuesto. Los términos de ese "lenguaje representativo interior" están condicionados por el contexto –la clase de Matemáticas– y por la práctica del sujeto; tal como el jurista acude sin pretenderlo a la terminología y argumentaciones propias de los Códigos y tribunales, el ingeniero piensa en términos de resistencia de materiales y costos, el vendedor en calidades, ventajas y precios...

El carácter secuencial de un enunciado verbal, escrito o hablado, genera imágenes, en principio, como él, sucesivas. Se van obteniendo así piezas para un "puzzle imaginario", que quedan a disposición de la capacidad combinatoria y semántica, prontas para la obtención/recepción del "significado global". Aunque éste puede anticiparse o bosquejarse, cuanto menos, como fruto de la aplicación de competencias inductivas o de analogía –lo que algunos autores llamarán "metacompetencias" –. De aquí que las mayores dificultades surjan al alterarse el orden lógico o espacio-temporal en la presentación enunciativa, o verse dificultada su continuidad por deficiencias lectoras o interpretativas (pobreza léxica, carencias gramaticales o sintácticas, dificultades de representación).

En el "espacio de representación interior" las imágenes de "agentes" y "argumentos" escenarios y situaciones, gozan de mayor libertad combinatoria que en la rígida secuencialidad del enunciado verbal. La confrontación entre "piezas del puzzle imaginario" es cómoda y ágil, casi inmediata. La "relectura" puede avivar cada imagen, permitir un análisis más atento pieza a pieza. Pero la ordenación que conforme o suscite la asignación de un "significado global" –la "buena ordenación", en palabras de Poincaré–, si no es fruto inmediato del juego combinatorio de imágenes, se ve favorecida por éste: a mayor flexibilidad y rapidez en la formación de estructuras, mayores posibilidades de que aparezca la "más conveniente" y sea reconocida como tal.

No es infrecuente presenciar la escena de un estudiante ciego que, tras leer a trompicones el enunciado de un problema, parece haberlo comprendido perfectamente. mientras que un compañero vidente a la escucha –o incluso siguiendo la lectura en su texto–, precisa releerlo una o dos veces más. Y no es sólo cuestión de lectura directa o audición: en igualdad de condiciones, los estudiantes ciegos o deficientes visuales muestran ventaja. Todo ello, con independencia del acierto en la estrategia resolutoria. ¿No se hallará la clave en la tendencia que el ciego tiene a transformar en imágenes "visuales" –de "representación interior"- los términos del enunciado con mayor inmediatez que el vidente?

El ciego precisa constantemente de las imágenes. Tiene una "visión interior" del ambiente que le rodea, y a ella acude para desplazarse, localizar los objetos próximos, referirse en la conversación. Asimismo, transforma en imágenes las descripciones que otros le hacen de objetos, situaciones, acciones; puede seguir sin dificultad una descripción, obra de teatro o filme, supliendo con su fantasía detalles o escenas que el narrador ni siquiera menciona. Lo que no quiere decir que esta representación sea siempre acertada, completa ni permanente: dispone de "una representación subjetiva" local y útil a sus propósitos.

Es más: con frecuencia estas imágenes interiores son provisionales, a la espera de ser confirmadas o rebatidas, por la experiencia personal unas veces (contacto, sonido) y, otras, por descripciones o acciones posteriores. Que no significan que sean "inestables" sino "flexibles" y "abiertas a la modificación" en ocasiones, cuando haya motivos suficientes para la indecisión, manejará alternativas o "combinaciones" consistentes con los datos disponibles.

Así pues, considero como plausible la hipótesis de que la falta de visión, por el recurso permanente a las imágenes interiores y consiguiente práctica combinatoria, supone un "entrenamiento antecedente" –no me atrevo a llamarlo natural" o "espontáneo" porque la ceguera no es "causa" sino "ocasión"-, que quien dispone más fácilmente del estímulo debe alcanzar de forma "complementaria" y consciente, con una finalidad instrumental en Matemáticas.

Recuerdo ahora con agradecimiento aquel texto de 4º curso de Bachillerato, Geometría del Espacio, que, por razones de premura, carecía de figuras en relieve. Nos fue preciso a mis compañeros y a mí reconstruir (debería decir "recrear") las demostraciones, urdiendo diedros y triedros, líneas y puntos, coherentes con las expresiones simbólicas del texto. Un entrenamiento inapreciable.

Permítaseme, a guisa de ejemplo, volver a la anécdota inicial, analizándola introspectivamente.

"Calcular, en función de la arista, la sección máxima..."

Hasta aquí, poco o nada excitaba mi imaginación. Apenas los términos de "arista" y "sección" ponen en la pista de una situación espacial; quizás, un poliedro... Pero las imágenes se reducían a un magma de puntos, aristas, rectas, planos...

"...De un tetraedro regular."¡Atención!: una forma definida. Ahí estaba mi "tetraedro regular". Como "es de esperar" imaginado "descansando" sobre una de sus caras, a guisa de pirámide triangular regular. ¿Y qué mejor "base de sustentación" que la mesa?...

"...Por un plano paralelo..." "¡Un plano paralelo! Introducir un plano en la "representación-escenario" precedente, no era difícil. La tendencia más cómoda –por referencia al esquema corporal– es la "horizontal" o "vertical" (dentro del relativismo de estos términos), la presencia –ajena al enunciado– de un plano anterior –el de "la mesa"- reclamaba con fuerza el paralelismo mutuo.

Así que, allí estaba el mencionado “plano horizontal” flotante, a la espera de situarse a la altura deseada...

“...Paralelo a dos de sus aristas”. “Aristas”, ¿de quién? Del tetraedro, evidentemente, pues es el único “personaje” con aristas en esta historia. Pero... ¿“paralelo a dos aristas del tetraedro”?..., ¿cómo puede ser esto?... Está claro que “mi plano horizontal” es “paralelo a tres aristas”, las de la “base”, por serlo a la mesa; conseguirlo que lo fuera a una sola, tampoco sería difícil, pienso; pero, ¡a dos!...

No quedaba más remedio que mover a los personajes, hasta lograr la situación descrita.

Mover un plano en el espacio se me antojaba una tarea hercúlea: ilimitado, sin base en que sustentarse ni eje en torno al cual girar...

Mejor sería probar con el tetraedro, tam simple, tan manejable. Pero, ¿girarlo, cómo?: manteniendo un apoyo en la mesa, procurando su estabilidad... ¿Respecto de un vértice?...; ¿o respecto de una arista?... Conservar una arista sobre la mesa –junto con una mayor “estabilidad”- aseguraría el paralelismo del consabido plano respecto de ella; sólo faltaba que, en el transcurso del giro, apareciera una segunda también paralela; en mi caso, “horizontal” ... Y es evidente que esto debería producirse en algún momento, ya que el tetraedro, en su “voltereta”, pasaría a “descansar sobre otra cara” ...

Para completar la descripción de “mi representación interior” conviene detallar que, en aras de la comodidad representativa, situé como arista-eje una con la dirección antero-posterior –según la referencia corporal–, con lo que el giro se produciría de derecha a izquierda (sinextrorsum).

...Y ahí estaba mi tetraedro, “patas arriba”, con sus dos aristas cruzantes claramente horizontales y, en alguna forma, perpendiculares y paralelas... Pero el famoso “plano paralelo” seguía “flotando” a la espera de emplazamiento.

El enunciado hablaba de “cortar por un plano” ... (“sección” para ser más “precisos”). Luego debe cortar al tetraedro... Hecho. Mas, ¿qué se ve?, ¿qué resulta de tales cortes?

No era fácil “ver” las susodichas secciones. Sin embargo, los estados límites son siempre ilustrativos: una simple arista en la parte inferior, y su opuesta en la superior. ¿Y “entre medias”?...: algo que se ampliaba a derecha e izquierda a medida que los cortes se alejaban de la mesa, a la par que se achataban. No cabía duda: eran rectángulos. (Jugó aquí un papel no pequeño mi sentido de la simetría del tetraedro, fruto sin duda de manipulaciones de antaño.)

¿Qué preguntaba el problema?... Lo siento por quienes afirmen que la estrategia de resolución se organiza en torno a la pregunta o “palabra-clave”: ¿cuál era aquí?...; ¿“sección máxima”? Tal vez fue ésta la pista que a mi amigo Pedro le llevó a plantear una función de área en forma analítica. A mí me bastaría la vaga noción de que “el cuadrado es el rectángulo de área máxima”.

Es desdicha –didáctica– que los enunciados de problemas suelan ser precisos, neutros, fríos, poco coloristas..., escasamente motivantes para la fantasía infantil y juvenil. No estoy pidiendo literatura, sino enunciados que despierten la necesidad de imaginar, de “escenificar” la situación descrita. Que favorezcan la tarea del profesor de incitar a un uso intencional de la imaginación: “representativa” primero, “creadora” más tarde.

José Enrique Fernández del Campo,
Profesor en el Colegio de Ciegos de Madrid.
Fundación ONCE