
PROGRAMA NACIONAL DE MATEMÁTICAS

por

José M. Fernández de Labastida y Enrique Zuazua

El hecho de que las Matemáticas, por primera vez, se hayan contemplado como un Programa Nacional constituye un reconocimiento inequívoco de la importancia de esta disciplina para el desarrollo social y tecnológico, y de los niveles de productividad y calidad que en España se han alcanzado en este campo.

La ponencia que aquí se reproduce ha sido elaborada por un grupo de matemáticos (que indicamos más abajo) a quienes debemos agradecer el generoso esfuerzo realizado y el buen desempeño de su labor. A pesar de los breves plazos con los que se contaba en la primavera del 2003 para elaborar esta ponencia, diversos y consecutivos borradores de la misma fueron consultados con un número importante de colegas, que contribuyeron también de manera muy acertada a la mejora del documento. A todos ellos nuestras gracias.

Teniendo en cuenta que se trataba de la primera vez que la investigación en las Matemáticas se configuraba como un Programa Nacional de un Plan Nacional de I+D+I, se consideró que no era conveniente introducir objetivos prioritarios. Se optó entonces por describir la panorámica de las Matemáticas actuales de manera ordenada y sistemática y realizar un ejercicio de prospectiva general. Para ello se tuvo en cuenta la clasificación de las Matemáticas de la AMS y la presente situación de la investigación española en esta disciplina. El listado de temas que se recoge no es exhaustivo por las limitaciones de espacio que se debían respetar pero creemos que muestra una realidad rica que ilustra el espíritu último de la ponencia. Lejos de debates estériles de unas Matemáticas frente a otras se ha querido reflejar una concepción del área de Matemáticas abierta, en expansión, versátil, en relación multidisciplinar con las otras áreas, en la que caben los temas más fundamentales y también los más emergentes y orientados a los diversos ámbitos de aplicación (que también se recogen parcialmente en un listado al final de la ponencia) así como los fronterizos con otras áreas.

El Plan Nacional de I+D+I 2004-2007 ha comenzado su andadura y con ello el Programa Nacional de Matemáticas. Las líneas temáticas recogidas en la primera convocatoria de ayudas a proyectos de investigación de este Plan Nacional reflejan el contenido del Programa. En este sentido estas líneas constituyen una clasificación de las Matemáticas que, sin tener un carácter exhaustivo ni excluyente, tiene como objeto facilitar la evaluación y gestión de las ayudas para la realización de proyectos de investigación solicitadas.

En la elaboración del contenido de esta ponencia se ha tenido en cuenta un nuevo marco en la Unión Europea en la que se esperan iniciativas en un futuro próximo que puedan suponer un impulso añadido a la investigación

básica. Con ello se pretende que Programa Nacional de Matemáticas dote a la comunidad matemática española de una herramienta adicional para contribuir al desarrollo de las matemáticas en Europa y competir en ese ámbito con más garantías de éxito.

Queda ahora por delante la tarea de desarrollar las iniciativas e ideas recogidas en el documento, lo cual sólo será posible con la colaboración de toda la comunidad matemática española. Los retos que el futuro más inmediato depara son numerosos. Entre ellos cabe sin duda mencionar el Congreso Internacional de Matemáticos (ICM06) en el verano de 2006 y la necesidad permanente y creciente de crear estructuras que faciliten el desempeño de la actividad investigadora en Matemáticas.

Agradecemos a las Sociedades representadas en el Comité IMU-España por su amable invitación e interés en reproducir esta ponencia en sus revistas, boletines y gacetas.

Madrid, febrero de 2004

José M. Fernández de Labastida y Enrique Zuazua, Presidente y Secretario
de la ponencia del Programa Nacional de Matemáticas

Las Matemáticas y el Plan Nacional de I+D+I 2004-2007

por

Alfonso Beltrán García-Echániz

Las sociedades mas avanzadas incorporan el conocimiento como un factor de producción más, conocimiento que tiene su reflejo en métodos más eficaces de producción y organización, y en nuevos y mejores productos y servicios. Son estas sociedades las que han empezado a recoger los frutos de su apuesta por la investigación científica y el desarrollo e innovación tecnológica en forma de un mayor crecimiento económico y una mejora en la calidad de vida. Por lo tanto la planificación estratégica en ciencia, tecnología e innovación, se erige como una actuación fundamental y debe ser considerada como una prioridad en la agenda política de los poderes públicos. En el caso de España, la Administración General del Estado lleva a cabo esta tarea a través de la Comisión Interministerial de Ciencia y Tecnología, según la Ley 13/1986 de Fomento y Coordinación General de la Investigación Científica y Técnica, que contempla la figura del Plan Nacional, como la herramienta básica de política científica y tecnológica.

A principios de año ha entrado en vigor el nuevo Plan Nacional de I+D+I 2004-2007 con una clara vocación de contribución a la generación de conocimiento y a la difusión y explotación de éste por el conjunto de la sociedad. El fin último es garantizar la sostenibilidad del diferencial de crecimiento económico y de mejora de la calidad de vida con respecto a los países de nuestro entorno.

El diseño y elaboración de este Plan Nacional ha supuesto un proceso de un año de duración en el que han participado los diversos centros directivos de la Administración General del Estado, los organismos y centros públicos de investigación, los centros tecnológicos y unidades de interfaz, las empresas y colectivos empresariales, los agentes sociales, la comunidad científica y tecnológica y las comunidades autónomas. La implicación de estos más de 450 expertos ha resultado decisiva en la identificación de las prioridades estratégicas y en la selección de la estructura del Plan.

El Plan Nacional de I+D+I 2004-2007 presenta un conjunto de objetivos estratégicos acorde con las necesidades actuales y su posible evolución en los próximos años, que tienen que ver tanto con el desarrollo del propio Sistema y la coordinación del mismo, como con la mejora de la competitividad empresarial. La necesidad de cumplir con los objetivos estratégicos ha determinado la estructura del nuevo PN, en la que convergen los criterios de carácter científico, tecnológico, sectorial y de interés público, y en la que se articulan las áreas consideradas de interés prioritario para el desarrollo de la sociedad en su conjunto. En estas áreas tienen cabida las distintas actuaciones de investigación, desarrollo e innovación tecnológica.

Cabe mencionar que la determinación de los objetivos del Plan Nacional se ha planteado en el marco de un escenario presupuestario plurianual realista, del que se deriva la implicación de la Administración General del Estado en la política de ciencia y tecnología. Este escenario, no obstante, debe tener en cuenta que la consecución de estos objetivos depende también del esfuerzo colectivo de todos los actores del Sistema español de Ciencia-Tecnología-Empresa.

En la formulación de esta planificación se ha tomado en consideración, además de la importancia concedida por los poderes públicos a la política de I+D+I y de la experiencia adquirida durante la ejecución del PN (2000-2003), la puesta en marcha del Espacio Europeo de Investigación e Innovación y el creciente protagonismo que están adquiriendo los planes de I+D+I de las Comunidades Autónomas. Todos ellos son elementos que se han considerado en la identificación de los nuevos objetivos y en la selección de la estructura del PN 2004-2007.

Quisiera destacar un aspecto del Plan como es la potenciación de la investigación básica. No solo a través de una priorización en la asignación de recursos, cifrada en un incremento superior al 10% ya en el primer año de vigencia del Plan, también a través de una reformulación del Programa de Promoción General del Conocimiento (PGC). Se pretende incrementar la visibilidad de los programas nacionales de investigación básica no orientada, para un mejor cumplimiento de los objetivos estratégicos del Plan Nacional. En este

contexto ha emergido por primera vez un Programa Nacional de Matemáticas, debido a la importancia y notoriedad que ha adquirido este ámbito y al desafío que supone el determinar los grandes retos matemáticos del siglo XXI –tal y como David Hilbert hiciera en 1900–, y remarcar el papel clave de la matemática en el desarrollo, así como enfatizar la presencia sistemática de la matemática en la sociedad de la información.

En este sentido es indudable que el ordenador ha tomado un papel preponderante como herramienta de cálculo para la solución de los problemas de ingeniería más diversos. Asimismo, en paralelo a los avances en la informática, se ha desarrollado toda una tecnología de métodos de cálculo numérico que permite a los ingenieros obtener soluciones a problemas que no hace mucho tiempo eran prácticamente inabordables.

Quisiera agradecer muy sinceramente a la comisión creada al efecto para elaborar los objetivos y prioridades del Programa de Matemáticas su dedicación, esfuerzo y visión, gracias a la cual estoy convencido de que los resultados de las actuaciones contempladas en dicho programa supondrán un salto cualitativo en el nivel y progreso de la ciencia matemática española.

Alfonso Beltrán García-Echániz
Subdirector General de Planificación
Secretaría General de Política Científica
Ministerio de Ciencia y Tecnología

MIEMBROS DE LA COMISIÓN DE MATEMÁTICAS

Presidente: José Manuel Fernández de Labastida y del Olmo, MCYT, Subdirector General de Proyectos de Investigación, jose.labastida@mcyt.es

Secretario: Enrique Zuazua Iriondo, MCYT, Gestor del Área de Matemáticas, enrique.zuazua@uam.es

Carlos Andradás, Universidad Complutense de Madrid, andradas@sun11.mat.ucm.es

Alfredo Bermúdez, Universidad de Santiago de Compostela, mabermud@usc.es

Joaquim Bruna Floris, Universidad Autónoma de Barcelona, bruna@mat.uab.es

Antonio Campillo, Universidad de Valladolid, campillo@agt.uva.es

Manuel de León, Instituto de Matemáticas y Física Fundamental, CSIC, mdeleon@imaff.cfmac.csic.es

Ignacio García-Jurado, Universidad de Santiago de Compostela, ignacio@zmat.usc.es

Oscar García Prada, Instituto de Matemáticas y Física Fundamental, CSIC, oscar.garcia-prada@uam.es

David Nualart, Universidad de Barcelona, nualart@mat.ub.es

Antonio Ros, Universidad de Granada, aros@goliat.ugr.es

Fernando Soria, Universidad Autónoma de Madrid, fernando.soria@uam.es

Juan Luis Vázquez, Universidad Autónoma de Madrid, juanluis.vazquez@uam.es

Programa Nacional de Matemáticas¹

1. ÁMBITO DEL PROGRAMA NACIONAL

Las Matemáticas, la ciencia más antigua, constituyen un edificio doctrinal sin parangón con otras ciencias, proporcionando un conocimiento acumulativo cuyo potencial aumenta día a día. El grado de certeza y fiabilidad de los razonamientos matemáticos es fundamental en el funcionamiento de la sociedad tecnológica e informática. Aunque la más pura esencia de las Matemáticas es abstracta y trata de números, figuras, ecuaciones, relaciones y estructuras, que son independientes en principio de toda realidad, es un hecho que las Matemáticas han sido concebidas en el esfuerzo del ser humano para entender la Naturaleza (y actuar sobre ella) y que son de importancia capital para la sociedad moderna. Matemáticas y civilización son realidades inseparables. Las matemáticas han suministrado a las ciencias el lenguaje y los conceptos en que se expresa el programa científico y están en la base de todo el desarrollo tecnológico que nos coloca ahora a las puertas de la Sociedad de la Información. En nuestros días, las Matemáticas poseen el lenguaje y la capacidad de tratar no sólo de lo exacto, sino también de lo aleatorio, lo que las hace vehículo adecuado de muchas problemáticas sociales.

Las Matemáticas son abstractas, pero es el poder de abstracción de las Matemáticas lo que las hace indispensables para identificar estructuras entre las ingentes cantidades de datos que la realidad convencional, el mundo de la industria y de la tecnología, y los campos emergentes de las ciencias ponen ante nosotros de manera permanente, creciente y cambiante. Es necesario construir primero modelos matemáticos y, después, algoritmos que sirvan de puente entre los datos y los modelos. Esto da paso al desarrollo y aplicación de las herramientas matemáticas, desde las teóricas que ponen de manifiesto las propiedades y estructuras de los modelos, hasta las computacionales que tienen como objetivo dar respuestas plausibles e implementables en tiempo real.

La relación de las Matemáticas con las ciencias y las tecnologías es un camino de ida y vuelta. Ideas matemáticas consideradas sin aplicación hace un siglo son ahora esenciales en algunas tecnologías. Recíprocamente, los nuevos problemas tecnológicos se convierten en desafíos matemáticos crecientes que estimulan la investigación y creatividad matemática.

¹En este documento se reproduce la ponencia correspondiente al Programa Nacional de Matemáticas del Plan Nacional de Investigación, Desarrollo e Innovación Tecnológica 2004-2007 aprobado por el Consejo de Ministros el 7 de noviembre de 2003.

Además, las Matemáticas son uno de los grandes vehículos de fertilización interdisciplinar. Gracias a la universalidad de su lenguaje y conceptos, y su elevado nivel de aceptación por parte de las ciencias clásicas, sociales y la ingeniería, constituyen una herramienta privilegiada e irremplazable de la transferencia de conocimientos. Hay que mencionar también el valor educativo de las matemáticas, que son las portadoras del razonamiento lógico no sólo en la ciencia sino también en la vida diaria. En efecto, está universalmente reconocido que el desarrollo de capacidades intelectuales tan básicas como la abstracción, la capacidad de análisis y síntesis, y en definitiva la capacidad de razonar ante la complejidad, está claramente correlacionado con una educación matemática sólida y de calidad.

El ámbito temático de este Programa Nacional de Matemáticas pretende recoger toda la actividad matemática que se realice en el cuatrienio 2004-2007, sea de carácter básico, aplicado, de fundamentos o fronteriza con otras disciplinas como informática, física, ingeniería, ciencias sociales, ciencias de la vida, etc. siempre que responda a objetivos y contenidos matemáticos.

Tradicionalmente, en nuestro país, se ha venido catalogando la actividad matemática en 5 grandes áreas de conocimiento: Álgebra, Análisis, Estadística e Investigación Operativa, Geometría y Topología, y Matemática Aplicada (aunque también se realiza investigación matemática en otras áreas de conocimiento). Esta división crea compartimentos excesivamente cerrados en sí mismos que dificultan el desarrollo de campos fronterizos, que a pesar de poseer una gran vitalidad investigadora, no tienen fácil integración en una de esas áreas. Precisamente una de las características fundamentales de las Matemáticas es su unidad como ciencia y la universalidad en sus modos de razonamiento, en los objetivos perseguidos de creación de herramientas, y en las estructuras y resultados aplicables en distintos contextos. Por eso este programa nacional tiene una estructuración más pormenorizada y acorde a la realidad de sus múltiples facetas, siguiendo las pautas con que se organiza la investigación internacionalmente.

2. JUSTIFICACIÓN DE LA PRIORIZACIÓN DEL PROGRAMA

Las Matemáticas deben ser consideradas como una pieza clave en el sistema de I+D+I de cualquier sociedad moderna, y en particular, de la española. Su carácter estratégico debe ser señalado con claridad. La consideración de las Matemáticas como meramente instrumentales conllevaría el riesgo de causar un daño irreparable a las matemáticas a medio plazo y a todo el sistema a largo plazo.

Las Matemáticas han experimentado un desarrollo espectacular en los últimos veinte años en España, pasando de producir un 0,3% del total de artículos en SCI en 1980, a un 4,42% en el quinquenio 1997-2001 (véase el informe "La investigación matemática en España en el período 1990-1999", editado por las sociedades matemáticas españolas RSME-SCM-SEIO-SEMA).

España cuenta ahora con una plantilla de cientos de investigadores de nivel internacional, que se aglutinan en torno a unos 300 proyectos y que cuentan con frecuencia con ayudas adicionales de las Comunidades Autónomas (CCAA), de la UE y de otras fuentes. Esto supone una masa crítica importante que cristaliza por primera vez en nuestra historia.

Por eso, el Plan Nacional de I+D+I 2004-2007 incluye un Programa Nacional de Matemáticas que basado en la coyuntura actual, plantea los siguientes objetivos de carácter general, haciendo énfasis en la búsqueda de una mejora generalizada de la calidad de la investigación, del fomento de sus aspectos más innovadores y de su impacto en el tejido industrial, económico y social:

- Consolidar los grupos de investigación de excelencia existentes y conseguir un liderazgo en sus ámbitos de especialización.
- Incentivar un nuevo salto cualitativo, bajo parámetros claros de calidad, de modo que la Matemática española desarrolle plenamente su papel central en el Plan Nacional.
- Contribuir a la formación del Espacio Europeo de Investigación (ERA) y establecer sinergias con los Programas Marco de la UE y los Programas de I+D+I de las diferentes CC.AA.

La identificación de un Programa Nacional de Matemáticas supone en sí misma un paso importante en esta dirección.

En los países más avanzados en investigación existen programas específicos de carácter nacional para el desarrollo de las Matemáticas. En muchos casos estos programas se canalizan a través de agencias nacionales como la NSF en EEUU o la EPSRC en el Reino Unido. Sin un Programa Nacional de Matemáticas, nuestro país estaría en inferioridad de condiciones frente a otros países de nuestro ámbito dificultando, en particular, el liderazgo internacional de nuestros investigadores. Este Programa Nacional viene justificado objetivamente por los siguientes criterios:

2.1. CRITERIOS CIENTÍFICOS

Las Matemáticas contribuyen a la generación del conocimiento validado en un contexto internacional, como ponen de manifiesto diferentes indicadores internacionales.

2.2. CRITERIOS TECNOLÓGICOS

Las Matemáticas son la base conceptual y suministran el lenguaje básico del desarrollo tecnológico, aun cuando este contenido esté en ocasiones oculto. En gran medida, el desarrollo tecnológico español en el pasado ha estado

condicionado por la escasa presencia de las Matemáticas en nuestro sistema de I+D+I. El futuro desarrollo de nuestro sistema está también íntimamente ligado al grado de penetración que las Matemáticas consigan en él. La evolución de ciertos sectores, como las nuevas tecnologías de la información y las comunicaciones o la gestión de la producción en entornos globalizados, precisa del desarrollo de la metodología matemática apropiada. El paso de la Sociedad Industrial a la Sociedad de la Información sitúa a las Matemáticas en un papel mucho más central para el funcionamiento diario de la sociedad. Por último, debe señalarse un hecho constatado en el trabajo científico y tecnológico: el método matemático-computacional implica y permite abordar los problemas desde nuevos y más profundos puntos de vista, y permite incluso formular nuevas propuestas de solución, nuevas formulaciones e incluso nuevos problemas de mayor impacto potencial.

2.3. CRITERIOS SECTORIALES

Las Matemáticas son hoy esenciales en algunos sectores estratégicos como, por ejemplo, la computación en el medio industrial, las finanzas, el medio ambiente, la seguridad, las tecnologías de la información y la comunicación y la energía. Existe evidencia comprobada de que todos estos sectores demandan una mayor presencia matemática. Es también patente la creciente utilización de las Matemáticas para abordar problemas en las más diversas áreas como la biología, la medicina o las ciencias sociales.

2.4. CRITERIOS DE INTERÉS PÚBLICO

Las Matemáticas son importantes en el esfuerzo científico-tecnológico para que España participe en la creación de ciencia y tecnología aplicada a los problemas del país. Es claro el papel clave de las Matemáticas en ciencias de la vida y de la salud, optimización de procesos industriales, finanzas, aeronáutica, meteorología, climatología, medio ambiente, espacio y comunicaciones, redes de tráfico, defensa, transporte, etc.

3. ESTRUCTURA Y OBJETIVOS DEL PROGRAMA

El éxito de las Matemáticas descansa en la construcción a lo largo de siglos de un sólido edificio lógico, provisto de herramientas y conexiones que se multiplican continuamente. Las Matemáticas han sabido superar la crisis de fundamentos del siglo XIX. El formalismo contribuyó, por una parte, a la consolidación del edificio matemático actual, y por otra, ha sido el punto de arranque de la moderna computación científica, uno de los desarrollos más espectaculares de la ciencia del siglo XX.

A continuación se hace una descripción de los temas de los que se ocupan las Matemáticas, a partir de la Mathematics Subject Classification 2000, una clasificación exhaustiva, elaborada por la American Mathematical Society (AMS) y la European Mathematical Society (EMS). El programa se estructura en áreas temáticas, que de ningún modo deben considerarse como independientes y cuyos títulos son orientativos.

Hay que destacar que en todas estas áreas existen en España grupos competitivos, si bien cada área cuenta con unos pocos grupos que aportan el mayor grado de visibilidad internacional a nuestras matemáticas.

3.1. FUNDAMENTOS, LÓGICA Y MATEMÁTICA DE LAS CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Uno de los fenómenos más característicos de la Matemática del comienzo del siglo XX fue el ocuparse por su fundamentación como ciencia, puesto que su propio desarrollo condujo, en algunos casos, a descubrimientos aparentemente desconcertantes. Se impulsaron así los campos de la lógica, teoría de modelos, teoría de conjuntos, etc. contribuyendo también de manera decisiva al nacimiento de la informática. Entre los temas que este campo abarca cabe mencionarse la algorítmica, complejidad, sistemas expertos, inteligencia artificial, tratamiento de datos que se encuentran en la frontera entre la matemática y la informática.

3.2. COMBINATORIA Y MATEMÁTICA DISCRETA

El desarrollo de la informática y las telecomunicaciones ha potenciado la investigación en matemática discreta y combinatoria (grafos, geometría y análisis discretos, matroides, triangulaciones de conjuntos finitos de puntos, etc). Se trata de un campo con una fuerte componente interdisciplinar y con notables aplicaciones prácticas en robótica, tratamiento de imágenes, visión artificial, redes de comunicaciones y transporte. Técnicas como las transformaciones de Fourier discreta y rápida son de uso sistemático en la computación y tratamiento de señales.

La combinatoria en sus aspectos existenciales, enumerativos y constructivos presenta en la actualidad un gran desarrollo, en paralelo con el continuo crecimiento de sus aplicaciones.

3.3. ÁLGEBRA, TEORÍA DE NÚMEROS Y GEOMETRÍA ALGEBRAICA

En el siglo XIX el álgebra evolucionó pasando de ser el arte de resolver ecuaciones a la disciplina encargada del estudio de las estructuras matemáticas. La investigación en teoría de grupos, álgebras no asociativas, álgebras diferenciales, técnicas homológicas, y álgebra conmutativa y no conmutativa, tanto en su vertiente teórica como computacional, en la que se están haciendo

avances sorprendentes, tienen un interés indudable no sólo para las propias Matemáticas, sino para el conocimiento de la estructura de los cristales en mineralogía, la física cuántica, la modelización de relaciones sociales, la criptografía, la seguridad, el diseño de navegadores de Red, etc. Simultáneamente, el álgebra computacional, incorporando en particular la teoría clásica del álgebra lineal y de la resolución de sistemas, garantiza la transferencia de resultados al sector empresarial.

La teoría de números, abordada tanto desde el punto de vista algebraico como analítico, ha experimentado un desarrollo espectacular en el último siglo, que se ha traducido en la resolución de grandes problemas planteados hace siglos (como el teorema de Fermat) y en el planteamiento de ambiciosos programas de conexión con otras áreas como la geometría y el análisis (programa Langlands). Las herramientas y el tratamiento moderno de la aritmética hace que esta disciplina aparezca indisolublemente unida a la geometría algebraica. Se trata de campos con importantes aplicaciones como la criptografía y la teoría de códigos correctores. Por otra parte, la geometría algebraica compleja se desarrolla en el contexto más general de la geometría analítica y diferencial compleja, contribuyendo a campos multidisciplinarios entre los que destaca la teoría de singularidades.

3.4. GEOMETRÍA

La geometría es un clásico y floreciente campo de investigación que se relaciona con buena parte de las matemáticas y de la física teórica. Entre los temas que se abordan en nuestro país cabe destacar la geometría Riemanniana, geometría Lorentziana (soporte de la relatividad general), geometría simpléctica (procedente de la mecánica), geometría de contacto, geometría compleja, grupos de Lie, espacios de Moduli (a caballo con la geometría algebraica), subvariedades (en particular, superficies mínimas), teorías de foliaciones y de singularidades (foliaciones Riemannianas, holomorfas, acciones de grupos, cohomología), geometría no-conmutativa (ligada a la teoría de operadores, las \mathbb{C}^* -álgebras y el álgebra no conmutativa). Otros temas son la geometría de convexos, geometría integral, geometría discreta y geometría computacional.

3.5. TOPOLOGÍA

La topología está íntimamente ligada a la geometría y al álgebra tanto por sus métodos como por sus objetivos y, recientemente, a la física, particularmente en el campo de la topología diferencial en dimensiones 3 y 4, que ha tenido desarrollos interesantes en los últimos tiempos. La teoría de nudos, la teoría de foliaciones y laminaciones en variedades de dimensión 3, las variedades hiperbólicas y otras cuestiones en torno a la conjetura de geometrización son temas de gran interés y actualidad. Otro campo importante es la topología

algebraica. Los métodos cohomológicos proporcionan información fundamental sobre estructuras de naturaleza topológica analítica o algebraica. La teoría de homotopía es un campo muy rico y activo que ha jugado, al igual que otras partes de la topología algebraica, un papel importante en el desarrollo de las matemáticas en la segunda mitad del siglo XX.

3.6. FÍSICA MATEMÁTICA

La Física matemática se ocupa del campo de interacción entre la física y las matemáticas, y es en este sentido un área transversal a todas las matemáticas. Los temas más importantes son: la mecánica clásica, abordada con métodos de geometría diferencial (mecánica geométrica) y métodos de ecuaciones en derivadas parciales (punto de vista practicado en el área de matemática aplicada), la mecánica de fluidos, la teoría de la relatividad y la gravitación (conectada con la geometría Riemanniana y Lorentziana, y la geometría algebraica compleja), mecánica cuántica (conectada con la teoría de operadores, de representaciones de grupos de Lie y la de grupos cuánticos) y la teoría de sistemas integrables clásicos y cuánticos. Otro importante tema es el estudio de la estructura geométrica y topológica de las teorías cuánticas de campos (en particular la de Yang-Mills) y las de cuerdas y supercuerdas, en los que la combinación de métodos de las matemáticas y de la física ha resultado particularmente fructífera para ambas en los últimos años.

3.7. ANÁLISIS MATEMÁTICO

Desde una perspectiva histórica, el análisis matemático surge para plantear y resolver las ecuaciones básicas de la física (movimientos de los cuerpos celestes, propagación del calor, de las ondas, etc.) pero también con fuertes vínculos con la geometría. Algunos de los temas de esta disciplina con el tiempo han adquirido entidad propia. Entre éstas cabe citar en primer lugar las ecuaciones diferenciales, las ecuaciones en derivadas parciales y el cálculo de variaciones, que por su importancia histórica e interdisciplinariedad y, en particular, por su fuerte conexión con la matemática aplicada, merecen mención aparte en el epígrafe siguiente. El análisis armónico es otra de las disciplinas clásicas en Análisis, con importantes aplicaciones a la física y al tratamiento de señales a través de la teoría de ondículas (digitalización y compresión de imágenes, visión por computador, tomografía e imágenes médicas en general, etc.). El análisis real pone énfasis en las teorías modernas de diferenciación, integración y medida y su relación con propiedades geométricas a través de la teoría geométrica de la medida y la teoría ergódica, ésta última muy relevante en el contexto de los sistemas dinámicos.

El análisis funcional surgió principalmente para estructurar los espacios de funciones y el estudio de ecuaciones integrales. Los espacios funcionales, los

operadores en ellos definidos, su interpolación, la teoría de bases en general y de los polinomios ortogonales en particular y las funciones especiales, son ramas bien consolidadas y aún plenamente vigentes de esta disciplina. Así la teoría de distribuciones y los espacios de Sobolev constituyen el lenguaje básico de la teoría moderna de ecuaciones en derivadas parciales. El análisis funcional se ocupa también del estudio de las estructuras algebraico-topológicas habiéndose consolidado disciplinas como los grupos topológicos, la geometría de los espacios de Banach, las álgebras de Banach y Jordan, la teoría de operadores de Hankel y Toeplitz.

Otra de las ramas más clásicas del análisis es el análisis complejo o teoría de funciones de variable compleja (una y varias variables). La teoría geométrica de funciones pone énfasis en aspectos geométricos vinculados a la variable compleja: superficies de Riemann, la descripción geométrica de singularidades. Más recientemente, la teoría de aplicaciones cuasi-conformes, la dinámica compleja, el estudio de las propiedades métricas y topológicas de los fractales, son temas de esta disciplina en plena efervescencia.

Buena parte de los desarrollos actuales en el área tienen un carácter interdisciplinar como son los aspectos finos del análisis armónico relacionados con la teoría de números, y con la matemática discreta, a través de la combinatoria, la geometría aritmética y la teoría de Grafos, constituyendo un incipiente análisis discreto. Lo mismo puede decirse del uso de métodos probabilísticos en la teoría de funciones de variable compleja y la teoría del potencial. Otros ejemplos los constituyen la interfase entre el análisis complejo y la teoría de números (hipótesis de Riemann, funciones elípticas, funciones zeta de cuerpos de números, funciones y formas automorfas) y el análisis global, que agrupa todas las herramientas pertinentes en el análisis en variedades (teoremas de clasificación, teoría clásica de superficies, superficies mínimas...) e interacciona con la geometría diferencial.

3.8. ECUACIONES DIFERENCIALES

Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) y las ecuaciones en derivadas parciales (EDP), deterministas o estocásticas, estacionarias o de evolución, lineales o no, juegan un papel de gran importancia a caballo entre el análisis matemático y las aplicaciones a la descripción del mundo físico. Las EDO y más en general, los sistemas dinámicos con sus conexiones con la mecánica celeste, las teorías del caos y la complejidad y el equilibrio de sistemas, constituyen uno de los grandes bloques de esta disciplina. Las EDP surgieron para modelar problemas en varias variables en la física y la geometría y su teoría actual está profundamente ligada al análisis funcional. Mantienen estrecha conexión con los problemas de la física matemática y la ingeniería, y, más recientemente, con la biología y la economía.

La interacción de los modelos deterministas y estocásticos es uno de los grandes retos de las matemáticas actuales. De la combinación de las teorías de

ecuaciones diferenciales y probabilidad se originan las ecuaciones estocásticas, que se describen en el apartado dedicado a la probabilidad.

3.9 MATEMÁTICA APLICADA Y COMPUTACIONAL

El calificativo “aplicada” está motivado porque este campo atiende a la investigación matemática que tiene sus raíces en los problemas prácticos de las ciencias y las tecnologías. En un sentido amplio, es un área transversal dentro de las matemáticas y puede englobar hoy día a matemáticos de todas las áreas con interés en la aplicación práctica del método matemático. Los proyectos matemáticos en este ámbito tienen en una primera aproximación tres componentes básicos: modelización, análisis matemático y aspectos computacionales.

Algunos de los temas más practicados en nuestro país son el análisis, identificación (problemas inversos), control, optimización, aproximación y simulación numérica de modelos que intervienen en particular en los procesos industriales (acústica, metalurgia, industria alimentaria, combustión...). Temas como la mecánica de sólidos y de fluidos, el electromagnetismo, la termodinámica, la ciencia de los materiales, la biología, astronomía, cosmología y mecánica celeste, la visión por ordenador o la ingeniería financiera son fuentes inagotables de problemas, teorías y desarrollos matemáticos.

En España, la denominación de matemática aplicada corresponde a un área de conocimiento con numerosos profesionales, goza de una larga tradición organizativa y abarca varios grandes temas como son la matemática computacional y el análisis numérico. Éste surge del análisis matemático, y utiliza desde métodos tradicionales como los de diferencias y elementos finitos, el álgebra lineal numérica o los algoritmos de optimización a técnicas emergentes de algoritmos genéticos y redes neuronales.

En esta área confluyen una investigación de carácter más teórica en las que se analizan cuestiones tales como la existencia, unicidad y propiedades cualitativas de soluciones, con los métodos asintóticos y perturbativos propios de la física y de la ingeniería que permiten frecuentemente predecir propiedades cualitativas de los modelos. Todas estas técnicas confluyen en temas de gran importancia por sus aplicaciones como la dinámica no lineal, el caos y la complejidad.

La homogeneización y el análisis multiescala se ocupan de cuestiones relacionadas con aplicaciones en ámbitos de la ingeniería de estructuras, materiales compuestos y nanotecnología.

La matemática discreta, así como el álgebra y la geometría computacionales, experimentan en la actualidad un impulso importante provocado por el auge de las tecnologías de la información y las comunicaciones.

La mecánica, mencionada ya en el apartado de la física matemática, constituye otro ámbito importante de investigación que abarca la mecánica celeste, de partículas, de sólidos y de fluidos y sus versiones computacionales como la mecánica de fluidos computacional con una clara aplicación industrial. La

combustión o la dinámica atmosférica y oceánica son otros temas de gran importancia que se practican en nuestro país.

Otra de las áreas de mayor actualidad es la del tratamiento de señales y procesamiento de imágenes en las que se combinan numerosas herramientas del análisis, de las probabilidades y también modelos variacionales y geométricos con un fuerte contenido matemático y con importantes aplicaciones en el ámbito de la tecnología de la sociedad de la información.

3.10. ESTADÍSTICA

La investigación en estadística ha experimentado un enorme crecimiento en todo el mundo en los últimos años. El desarrollo de la informática y las telecomunicaciones ha permitido la aplicación de nuevas técnicas y, por otro lado, el acceso a grandes bases de datos. Pero las ingentes cantidades de información de las que disponemos necesitan ser procesadas adecuadamente para que podamos asimilarlas, tomar decisiones y hacer predicciones. De todo ello se ocupan las técnicas estadísticas, cada vez más sofisticadas, que permiten hacer frente a los nuevos retos de la sociedad de la información. España no ha sido ajena al fuerte desarrollo de la investigación en estadística y en estos últimos años se han generado importantes grupos en este terreno en nuestro país que cubren una gran variedad de líneas teóricas, computacionales y aplicadas. La estadística hoy en día es una herramienta fundamental en campos tan dispares como la medicina, la evaluación medioambiental o la economía, por citar sólo tres ejemplos.

3.11. PROBABILIDAD

Las probabilidades estudian modelos matemáticos para las experiencias aleatorias. Dentro de esta área, los procesos estocásticos permiten modelizar fenómenos aleatorios que evolucionan en el tiempo y se utilizan ampliamente en una gran diversidad de temas aplicados, entre los que pueden citarse el control estocástico en ingeniería, las series temporales en economía, el cálculo estocástico en finanzas y los procesos de Markov en genética y en comunicaciones. Las probabilidades y los procesos estocásticos constituyen una rama moderna de las matemáticas que está experimentando un desarrollo muy activo en los últimos años. En nuestro país, el desarrollo de las probabilidades es muy reciente y se concentra en los algunos temas concretos en los que se ha conseguido proyección internacional. Entre ellos, podemos citar el análisis estocástico, las ecuaciones en derivadas parciales estocásticas, los campos aleatorios, los teoremas límite relacionados con la estadística asintótica y las desigualdades estocásticas. El estudio de los conjuntos difusos como modelos para situaciones de incertidumbre constituye también un tema activo en nuestro país.

3.12. INVESTIGACIÓN OPERATIVA

La investigación operativa se ocupa de los problemas de optimización asociados al funcionamiento de sistemas complejos, en los que la componente estocástica puede jugar un importante papel. Por su propia naturaleza, la investigación operativa ha generado una amplia variedad de modelos, que se aplican en ámbitos muy diversos y que suscitan el uso de técnicas muy variadas. El núcleo central de tales técnicas lo constituye la programación matemática, es decir los métodos de optimización con restricciones. La programación matemática está tan profundamente vinculada a ciertos modelos de la investigación operativa que a veces es difícil distinguir dónde acaba una y empiezan otros. Hecha esta salvedad, podemos citar otros campos que han alcanzado un gran desarrollo en los últimos años dentro de la investigación operativa, como por ejemplo la optimización de redes de flujo, la teoría de colas, la teoría de juegos, la planificación de proyectos, los sistemas de ayuda a la decisión, la gestión de inventarios o las técnicas de localización y rutas. La investigación operativa en España ha evolucionado de forma análoga al resto de las áreas de matemáticas, de modo que en la actualidad existen grupos con fuerte proyección internacional en muchos de los grandes campos de la investigación operativa.

La educación matemática e historia son áreas emergentes en España, y en consecuencia, muy heterogéneas y con un número muy reducido de proyectos. Pero la investigación en estos campos es una característica tradicional de las matemáticas, sin tanta implantación en otras ciencias. Parece conveniente incorporarlas plenamente al Programa Nacional con los mismos criterios de calidad e impacto de la investigación a la hora de ser evaluadas.

4. CENTROS E INSTALACIONES DE TAMAÑO MEDIO Y GRANDE

La característica más destacable de la investigación en matemáticas radica en cierta forma en el mayor peso específico que en dicha actividad tienen la comunicación y la relación con otros investigadores, al recibir y procesar ideas nuevas. Por tanto, uno de los instrumentos tradicionales de la investigación en el ámbito de las Matemáticas es la existencia de centros de investigación. Existen diversos modelos, diversidad motivada por los diferentes sistemas investigadores y modos de asignar recursos implantados en cada país. Sin embargo, existe una carencia de tales centros en España, excepción hecha del Centre de Recerca Matemàtica de Barcelona (CRM), que depende del Institut d'Estudis Catalans y de la Generalitat de Cataluña. Recientemente están también creándose Institutos Universitarios de Matemáticas con la finalidad de promover sinergias entre los grupos de investigación de las correspondientes facultades.

CENTRO NACIONAL DE MATEMÁTICAS (CNM)

Por todo lo expuesto anteriormente, se considera indispensable impulsar la creación de un Centro Nacional de Matemáticas, que responda a las necesidades de la investigación matemática en todo el Estado. En la medida en que en este nuevo Plan Nacional se pretende una cooperación con los Planes de I+D+I de las CC.AA., sería deseable que el CNM pudiese contar con sedes en diferentes Comunidades, con el objetivo de optimizar las inversiones de los entes autonómicos y locales. Estas sedes podrían presentar diferentes configuraciones (centros temáticos, con especial orientación a la interacción con el tejido industrial y empresarial, de documentación, sedes de escuelas y cursos de formación avanzada...). En algunos casos, los centros ya existentes, como el CRM en Cataluña, podrían estar vinculados al CNM, al nivel que se considere conveniente.

El CNM se configuraría en torno a los siguientes objetivos:

- Convertirse en referencia natural de las Matemáticas en España, dando cobijo a Sociedades, publicaciones matemáticas, etc.
- Disponer de unos fondos bibliográficos e informáticos que permitan a nuestros investigadores acceso adecuado y en las mejores condiciones a recursos tanto bibliográficos como computacionales.
- Realización, de acuerdo con las prioridades del programa nacional, de:
 - Trimestres/Semestres Temáticos en áreas de especial interés y relevancia;
 - Escuelas especializadas dirigidas a jóvenes investigadores;
 - Conferencias y Congresos.
- Fomentar la interacción de las matemáticas con los sectores industriales, tecnológicos y financieros.
- Servir de catalizador, impulsor y facilitador de cualquier otra acción que pueda considerarse prioritaria desde el programa nacional.
- Fomentar la cooperación internacional y en especial con los países de la Unión Europea y Latinoamérica, en este último caso, contando con la colaboración de la AECI.
- Dar mayor visibilidad a la matemática española en el contexto internacional.
- Fomentar la cooperación y coordinación con las actividades de los diversos centros e institutos del país.

El CNM interaccionaría con centros similares de los países de la UE y estaría encuadrado en la comisión European Research Centres of Mathematics (ERCOM) de la EMS.

La financiación del CNM se garantizaría a través de:

- Los fondos asignados para ello por los Planes Nacionales.
- Los fondos captados de los diversos concursos públicos nacionales y autonómicos (acciones complementarias, becas postdoctorales, estancias en régimen sabático, acciones de infraestructura, etc.).
- Fondos captados con convenios de cooperación con las Comunidades Autónomas (CC.AA.) y otros organismos (como el INE y los Institutos autonómicos de Estadística).
- Los fondos captados de los Programas Europeos de I+D+I (Programas Marco, ESF).
- Los convenios con Fundaciones y Organismos públicos o privados.
- Los acuerdos de colaboración con las sociedades matemáticas españolas, la Sociedad Matemática Europea, y otras sociedades internacionales y consorcios científicos.
- Fondos conseguidos mediante acuerdos con empresas.

5. ACTUACIONES HORIZONTALES ASOCIADAS AL PROGRAMA

5.1. RECURSOS HUMANOS

a) Becas predoctorales.

Son habituales las peticiones de becas predoctorales en los proyectos presentados en Matemáticas, y se observa una alta capacidad de formación de investigadores en los grupos solicitantes, manifestado en el número de tesis doctorales defendidas cada año, con una calidad media apreciable y en las publicaciones internacionales a las que éstas dan lugar. Este programa debe primar de una manera decidida los grupos de excelencia y los grupos más innovadores.

b) Doctorados de calidad.

El programa de doctorados de calidad puede suponer un elemento de estímulo en un mercado caracterizado por la escasa demanda, y una excesiva oferta con pocos elementos de autocrítica y renovación.

c) Puestos especiales de investigador y apoyo a los investigadores de mayor impacto.

Los profesores dedicados a la investigación deben combinar sus esenciales deberes docentes con una serie de tareas que tienen una complejidad creciente si el éxito acompaña sus esfuerzos investigadores: además de las publicaciones fruto de su investigación, se añade la dirección de tesis, organización de congresos, elaboración y gestión de proyectos, asistencia a eventos, participación en comisiones de asesoramiento científico y evaluación, y el no menos importante de escribir monografías o dirigir publicaciones de prestigio internacional. Tal acumulación de tareas puede asfixiar la creatividad de los investigadores más activos, haciendo desaparecer su tiempo disponible para la investigación. En algunos países de nuestro entorno se han tomado iniciativas de bajo coste y gran impacto consistentes en financiar la liberación parcial de las cargas docentes de dichos profesionales mediante subvenciones a las universidades a las que pertenecen. Por otra parte, el Centro Nacional de Matemáticas debería contribuir a financiar y acoger a estos investigadores de modo que puedan realizar su trabajo en condiciones óptimas de concentración y dedicación.

- d) Becas y contratos postdoctorales.
Como en el caso de las becas predoctorales, sería deseable una mejor coordinación con las becas y contratos ofertados por otros organismos, a fin de que los recursos se repartan adecuadamente.
- e) Sabáticos y estancias cortas.
- f) Becas de iniciación a la investigación.
Nuestros estudiantes universitarios reciben muy escasa información sobre el mundo de la investigación en general y en particular sobre los recursos existentes para su incorporación al mismo. En este sentido las becas de iniciación destinadas a los alumnos de segundo ciclo son una herramienta esencial.
- g) Reactivación de los programas bilaterales con los Estados Unidos.
Recuperar los programas de cooperación cultural y científica con este país, productor del 40% de las Matemáticas mundiales, y con el que un número apreciable de grupos españoles mantienen relaciones. Estos programas podrían extenderse a otros países significativos.

5.2. APOYO A LA COMPETITIVIDAD EMPRESARIAL

Dada la notable relación de las matemáticas actuales con las aplicaciones, existe una gran inquietud y una creciente actividad en el mundo académico para conseguir una mayor interacción con el sector empresarial, siguiendo el ejemplo de otros países avanzados. Es un tema innovador de no poca dificultad dada la aún escasa tradición existente en el tejido industrial y social español,

pero se han dado avances considerables en campos como la modelización y computación industrial, el ámbito de la información y la comunicación, el análisis económico y financiero y la utilización de la estadística en las ciencias experimentales y en las ciencias sociales.

El Centro Nacional de Matemáticas contribuiría a fortalecer los lazos entre las universidades y centros de investigación y las empresas.

5.3. COOPERACIÓN INTERNACIONAL

España necesita en Matemáticas consolidar su cooperación internacional, que ya existe y es abundante, pero fundamentalmente se trata de contactos personales o de grupos pequeños. Se precisan medidas en los siguientes sentidos:

- Reforzar las ayudas a los grupos españoles para su inclusión en Redes europeas, y en los proyectos internacionales de la UE tendentes a fomentar la presencia en América Latina y Asia.
- Reforzar las acciones bilaterales por medio de acciones integradas.
- Habilitar medidas que favorezcan la gestión de los proyectos europeos.

5.4. FOMENTO DE LA CULTURA CIENTÍFICA Y TECNOLÓGICA

A pesar del desarrollo notable de las matemáticas en nuestro país y de su creciente implicación en la ciencia, la tecnología y la economía, existe aún un problema evidente de comunicación al público de esta realidad que afecta en consecuencia a la falta de vocaciones científicas. Las medidas que aumenten la apreciación pública de las Matemáticas deberían pues ser priorizadas, como se ha puesto de manifiesto en la reciente ponencia sobre “La problemática de la enseñanza de las ciencias en la educación secundaria”, desarrollada en el Senado en colaboración con las sociedades científicas.

La adopción de medidas que fortalezcan la implantación social de las sociedades matemáticas, las cuáles editan revistas y realizan actividades con contenidos dirigidos a estudiantes y profesores, ayudarían a crear un clima favorable a la investigación al atraer la atención de los potenciales investigadores del futuro. Debido a lo reciente de su desarrollo matemático, España aún tiene un muy escaso sistema de premios y otros tipos de incentivos y reconocimientos sociales que son un motor adicional de la vida social científica en otros países de nuestro entorno.

Evidentemente, el CNM debería constituirse también como una de las herramientas impulsoras de todos estos procesos e iniciativas.

Por otra parte, el fomento de encuentros de jóvenes con investigadores relevantes en Matemáticas es una actividad a desarrollar, al estilo de los programas lanzados por la National Science Foundation (NSF) de los EEUU.

6. RELACIÓN CON OTROS PROGRAMAS NACIONALES

Las Matemáticas poseen un carácter marcadamente transversal, y en ese sentido, el Programa Nacional de Matemáticas tiene intersección con todo el Plan Nacional. Conviene también subrayar la ubicuidad y la utilización generalizada de las herramientas y técnicas del análisis y simulación numérica, de la estadística y de la optimización, cuya complejidad creciente, a pesar de la aparición sistemática de paquetes comerciales, exigen la intervención de expertos con una profunda y creciente formación matemática. A título de ejemplos, están serían algunas de las áreas de intersección de las Matemáticas con otras áreas del Plan Nacional:

ÁREA DE CIENCIAS DE LA VIDA

- Resonancia magnética, aplicaciones a la dinámica del cerebro.
- Fisiología (comportamiento de tejidos, auto-organización celular, movimiento de microorganismos).
- Diagnósticos usando inferencia estadística. Modelos de supervivencia.
- Aspectos geométricos de las bio-membranas.
- Modelos geométricos en plegamiento de proteínas.
- Reconocimiento de imágenes. Métodos de clasificación.
- Aspectos matemáticos del genoma.
- Bioestadística.
- Modelos matemáticos en Biología y Medicina.
- Crecimiento de tumores.

ÁREA DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍAS AGROALIMENTARIAS Y MEDIOAMBIENTALES

- Modelos oceánicos y atmosféricos (mecánica de fluidos, complejidad, fenómenos caóticos).
- Modelos estadísticos de evaluación medioambiental.
- Modelización y control de recursos hídricos, minerales del subsuelo y contaminantes.
- Detección de recursos mediante técnicas de problemas inversos.
- Modelos matemáticos de desertización, incendios forestales.
- Análisis de fenómenos sísmicos.

ÁREA DE CIENCIAS DEL ESPACIO, MATEMÁTICAS Y FÍSICA

- Cosmología (tratamiento de datos masivos, EDP en modelos de explosiones estelares).
- Aplicaciones de la geometría y la topología a la física de partículas, teorías gauge y teoría de cuerdas, relatividad general y gravitación.
- Cálculo de órbitas y trayectorias (control y sistemas dinámicos).
- Nanotecnología.
- Computación cuántica.

ÁREA DE ENERGÍA

- Plasma (confinamiento y dinámica).
- Problemas de combustión.
- Modelos de predicción de demanda y oferta de energía.
- Tratamiento de desechos nucleares.
- Estudio de energías alternativas.

ÁREA DE QUÍMICA, MATERIALES Y DISEÑO Y PRODUCCIÓN INDUSTRIAL

- Modelización de la química de la combustión.
- Modelización en motores de combustión interna, motores industriales, turbinas de gas.
- Búsqueda de nuevos materiales (teoría constitutiva).
- Control estadístico de la calidad. Fiabilidad.
- Gestión de la producción en entornos globalizados.
- Geometría y cristalografía: estudio de configuraciones y redes periódicas, empaquetamientos de esferas, etc.
- Problemas variacionales de geometría en el estudio de interfases, espumas, capilaridad, etc.
- Control mediante materiales y sistemas inteligentes.
- Diseño y control molecular mediante tecnología laser.
- Fluidos multifásicos en la industria farmacéutica e ingeniería.
- Agregación, fragmentación y formación de proteínas.
- Estudio y diseño de materiales estructurados a escala nanométrica. Área de Seguridad y Defensa
- Modelos de investigación operativa para la defensa.

- Procesado de imágenes.
- Simulación numérica de explosiones.
- Algoritmos geométricos en cartografía.
- Criptografía de clave privada y pública.

ÁREA DE TECNOLOGÍAS DE LA SOCIEDAD DE LA INFORMACIÓN

- Tratamiento de señales.
- Teoría de la información. Comunicación digital.
- Codificación y criptografía.
- Tecnología musical. Reconocimiento del habla.
- Procesamiento de imágenes y visión por ordenador.
- Compresión de imágenes y datos.
- Gráficos por ordenador.
- Modelos de tráfico de datos en internet. Minería de datos.
- Modelos estocásticos en redes de sistemas informáticos.
- Sistemas de información y toma de decisiones.
- Modelos criptográficos para la seguridad en internet.

ÁREA DE TRANSPORTE Y CONSTRUCCIÓN

- Tráfico aéreo: control y computación.
- Robótica (mecánica geométrica, control).
- Modelos de investigación operativa y programación en grandes sistemas de transporte.

ÁREA DE HUMANIDADES, CIENCIAS SOCIALES Y ECONÓMICAS

- Matemáticas financieras.
- Economía matemática.
- Teoría de la decisión y teoría de juegos.
- Métodos estadísticos en las ciencias económicas y sociales.
- Métodos de optimización y matemática discreta en el cálculo económico.
- Métodos de predicción. Análisis de encuestas.
- Métodos algebraicos en el estudio de estructuras lingüísticas.
- Dinámica de poblaciones.
- Matemáticas y política (sistemas de votación, índices de poder).