

## **Olga Ladyzhenskaya y Olga Oleinik: dos grandes matemáticas del siglo XX**

por

**Susan Friedlander y Barbara Keyfitz**

Este breve artículo conmemora las contribuciones de las mujeres en el ámbito de las ecuaciones en derivadas parciales y sus aplicaciones. Aunque son muchas las mujeres que han hecho contribuciones fundamentales en este campo, recientemente hemos sufrido el fallecimiento de dos de las más brillantes –Olga Ladyzhenskaya y Olga Oleinik– y, en su memoria, nos centraremos en su trabajo y en sus vidas.

Las dos Olgas tuvieron mucho en común, y fueron, también, muy diferentes. Ambas nacieron durante los años 20 del siglo pasado en la Unión Soviética y crecieron durante años extremadamente difíciles, sobreviviendo a las terribles muertes y destrucción acaecidas durante la Segunda Guerra Mundial. Inmediatamente después de la guerra, fueron estudiantes de la Universidad Estatal de Moscú, siendo supervisadas por I.G. Petrovsky, cuya influencia en las matemáticas moscovitas, en aquel tiempo, fue insuperable. Ambas fueron, también, influídas por el famoso seminario de I. M. Gelfand; allí, las dos jóvenes, hallaron estimulantes problemas en Ecuaciones en Derivas Parciales (EDP) de Gelfand. En 1947, las dos Olgas, se graduaron en la Universidad Estatal de Moscú y sus caminos divergieron. Olga Oleinik permaneció en Moscú y continuó bajo la supervisión de Petrovsky. Toda su carrera estuvo centrada en Moscú y, después de doctorarse en 1954, se convirtió, primero en profesora, y después, en Jefa del Departamento de Ecuaciones Diferenciales de la Universidad Estatal de Moscú. Olga Ladyzhenskaya marchó, en 1947, a Leningrado y su carrera se desarrolló allí, en el Instituto Steklov. Como Oleinik, sus desarrollos matemáticos fueron muy influyentes y, como resultado de su trabajo, Ladyzhenskaya evitó la discriminación, convirtiéndose en la incontestable líder de la escuela en Ecuaciones en Derivadas Parciales de Leningrado.

Según creemos las personalidades de las dos Olgas eran bastante diferentes, aunque ambas eran mujeres de gran fortaleza y determinación. Oleinik era miembro del aparato académico con todo lo que ello implicaba en el sistema soviético; Ladyzhenskaya, cuyo padre fue arrestado y asesinado como un “enemigo”, estaba fuera del aparato y, en momentos, fue abiertamente crítica al sistema. Sin embargo, en ambos casos su talento matemático superlativo consiguió el “sello de aprobación” del aparato, la elección de ambas como miembros de la Academia de Ciencias Rusa.

## 1. OLGA LADYZHENSKAYA

Olga Alexandrovna Ladyzhenskaya nació el 7 de marzo de 1922 en la ciudad rural rusa de Kologriv y murió el 12 de enero de 2004 en San Petersburgo a la edad de 81 años. Dejó un maravilloso legado matemático por sus resultados fundamentales conectados con Ecuaciones en Derivadas Parciales y su “escuela” de estudiantes, colaboradores y colegas en Rusia. En una vida dedicada a las matemáticas, evitó la tragedia personal debida a los sucesos cataclísmicos a los que se vio sometida Rusia, convirtiéndose en una de las matemáticas líderes del país.



Olga Alexandrovna Ladyzhenskaya

En 1939, pasó los exámenes de ingreso en la Universidad de Leningrado, que en aquel momento era la mejor universidad de la Unión Soviética. Sin embargo, le fue denegada una plaza como estudiante posgraduada en la universidad pues, aunque, era una chica excepcionalmente dotada para las matemáticas, su padre había desaparecido en el gulag de Stalin. Su padre había enseñado matemáticas en la escuela superior y fue él el que introdujo a Olga, a temprana edad, en las matemáticas y el cálculo. En 1937, su padre fue arrestado, para después ser asesinado por la NKVD, la antecesora de la KGB. La vida se volvió, a partir de entonces, extremadamente difícil para su familia, viviendo en la desgracia y la pobreza como familia de un “enemigo”. Con ayuda de amigos, en 1943, Olga finalmente entró como estudiante en la Universidad Estatal de Moscú, graduándose en 1947. Allí, I. G. Petrovsky fue su tutor, siendo además fuertemente influenciada por I. M. Gelfand.

Olga se casó con el matemático de Leningrado, A. A. Kiselev, en 1947 y se convirtió en estudiante graduada de la Universidad Estatal de Leningra-

do. Sus supervisores fueron S. L. Sobolev y V. I. Smirnov. Su tesis doctoral, defendida en 1949, fue un punto de inflexión en la teoría de Ecuaciones en Derivadas Parciales y, más tarde, con sus desarrollos sobre soluciones débiles para problemas con valores iniciales en la frontera, fueron, asimismo, importantes en Física Matemática. A partir de 1947 participó activamente en el seminario de Física Matemática de Leningrado, que permitió la relación de muchos matemáticos trabajando en Ecuaciones en Derivadas Parciales y sus aplicaciones. Olga se convirtió en una de las líderes del seminario hasta su fallecimiento.

Durante la mayor parte de su carrera profesional, Olga fue miembro del Instituto Steklov de Leningrado, actualmente San Petersburgo (llamado LOMI y, ahora, denominado POMI). Poco a poco, se convirtió en uno de los más distinguidos e influyentes miembros del POMI. Fue elegida como miembro de la Academia de Ciencias Rusa (como correspondiente en 1981 y como miembro numerario en 2002). Entre sus premios destacamos el Premio Kovalesskaya de la Academia Rusa.

Sus logros matemáticos fueron reconocidos en muchos países. Fue miembro extranjero de varias academias incluyendo la Leopoldina, la más antigua academia alemana. Entre sus cargos académicos destacamos la Presidencia de la Sociedad Matemática de San Petersburgo, y como tal, una de las sucesoras de Euler en el puesto. Recientemente, fue galardonada con el “Doctorado Honoris Causa” por la Universidad de Bonn, y una excelente descripción de sus contribuciones puede encontrarse en el “laudatio” leído, para esta ocasión, por M. Struwe [1].

Ladyzhenskaya hizo contribuciones profundas en todo el espectro de las ecuaciones en derivadas parciales y trabajó en temas que iban desde la unicidad de soluciones de EDPs hasta la convergencia de series de Fourier y aproximaciones en diferencias finitas de soluciones. Usó técnicas de Análisis Funcional para tratar problemas no lineales, empleando teoría del grado de Leray-Schauder y siendo pionera en la teoría de atractores para ecuaciones disipativas. Desarrollando ideas de De Giorgi y Nash, Ladyzhenskaya y sus colaboradores dieron una solución completa al problema 19 de Hilbert, sobre la dependencia de la regularidad de la solución con respecto a la regularidad de los datos para una numerosa clase de ecuaciones en derivadas parciales de segundo orden elípticas y parabólicas. Publicó más de 250 artículos y fue co-autora de siete monografías y libros de texto. Su influyente libro titulado “*Teoría matemática de flúidos viscosos incompresibles*”, que fue publicado en 1961, se ha convertido en un clásico en este tema. Su principal “amor” matemático fueron las Ecuaciones en Derivadas parciales de mecánica de flúidos, particularmente, la ecuación de Navier-Stokes. Esta ecuación tiene una larga y gloriosa historia, pero permanece aún extremadamente desafiante; por ejemplo, el problema sobre la existencia de soluciones físicamente razonables de las ecuaciones de Navier-Stokes en 3 dimensiones fue elegido como uno de los siete problemas del milenio, con un premio de un “millón” de dólares ofrecidos por el Instituto Clay (para más detalles, véase la descripción del problema dada por Feffer-

man [2]). El problema tridimensional permanece abierto a día de hoy, aunque fue en los años 50 cuando Ladyzhenskaya obtuvo el resultado clave de probar la existencia de solución global única, para el problema de valores iniciales, de las ecuaciones de Navier-Stokes en dimensión 2. Continuó obteniendo resultados influyentes y resolviendo problemas fundamentales en dinámica de flúidos, incluso en los días anteriores a su fallecimiento. Ladyzhenskaya no solamente consideró la dinámica de flúidos en el ámbito de las ecuaciones de Navier-Stokes. Exploró modelos alternativos en temas innovadores como la turbulencia, lo que la llevó al estudio de la noción de atractor para sistemas dinámicos infinito-dimensionales. Conectado a lo anterior, abrió una nueva dirección en la teoría de EDPs, conocida como “stability in the large”.

Detalles adicionales referentes a los principales desarrollos matemáticos de Ladyzhenskaya pueden encontrarse en un artículo en los *Notices of the AMS* [3] y en los volúmenes publicados en ocasión de su 80 cumpleaños [4]. Olga era una mujer encantadora y de gran belleza. Formó parte del exclusivo círculo de intelectuales rusos de fama mundial compuesto por: A. Solzhenitsyn, A. Akhmatova y J. Brodsky. Sus amigos, colegas y colaboradores, G.Seregin y N.Uraltseva, nos comentaron que no solamente eran los resultados científicos de Olga, realmente profundos y fundamentales, si no que también su integridad personal y energía, fueron los que jugaron un papel esencial en su contribución a las matemáticas.

#### HONORES SELECCIONADOS DE OLGA LADYZHENSKAYA

- 1969 Premio del Estado de la Unión Soviética
- 1985 Elegida como miembro extranjero de la Deutsche Akademie Leopoldina
- 1989 Elegida como miembro de la Accademia Nazionale dei Lincei
- 1990 Elegida como miembro de la Academia de Ciencias Rusa
- 2002 Premiada con la gran medalla Lomonosov de oro de la Academia rusa
- 2002 Doctoris Honoris Causa, Universidad de Bonn

#### PUBLICACIONES SELECCIONADAS DE OLGA LADYZHENSKAYA

- [1] CON N.URALTSEVA, *Linear and Quasilinear Elliptic Equations*, Nauka, Moscow 1964 ; Engl trans, Academic Press, New York 1968
- [2] *The Mathematical Theory of Viscous Fluids*, Fizmatgiz, 1961; Engl. tran., Gordon and Breach, New York 1969
- [3] CON A. KISELEV, On the existence and uniqueness of the solution to the non-stationary problem for a viscous incompressible fluid. *Izv. Akad. Nauk SSSR Ser. Mat.* **21**, (1957) 665–680.

- [4] Solution in the large of boundary value problems for the Navier-Stokes equations in 2 space variables. *Comm. Pure Appl. Math.* **12**, (1959) 427–433.
- [5] CON V. SOLINNIKOV Y N. URALTSEVA, *Linear and Quasilinear Equations of Parabolic Type*, Nauka, Moscow 1967; Eng. trans. *Transl. Math. Monographs*, **23**, AMS, 1968.
- [6] *Attractors for Semigroups and Evolution Equations*, Lezioni Lincei, Cambridge Univ Press, 1991.

## 2. OLGA OLEINIK

Olga Arsenievna Oleinik nació en Ucrania el 2 de julio de 1925 y murió de cancer el 13 de octubre de 2001.



Olga Arsenievna Oleinik

Obtuvo su doctorado en la Universidad Estatal de Moscú, en la que además estudió su carrera, en 1954, siendo estudiante de Ivan Petrovsky, uno de los fundadores de la teoría moderna de ecuaciones en derivadas parciales. Como sucesora de Petrovsky, formó un importante grupo en EDPs, y desde el comienzo de su carrera exploró las aplicaciones en elasticidad, y distintos aspectos del flujo de fluidos, incluyendo dinámicas de gases compresibles y la ecuación de filtración del flujo en medios porosos.

Cerca del comienzo de su carrera, hizo grandes contribuciones en la teoría de leyes de conservación hiperbólicas, en esos momentos en sus inicios. Las

leyes de conservación son ecuaciones en derivadas parciales no lineales de la forma

$$u_t + f(u)_x = 0. \quad (1)$$

Aquí,  $u$  es una cantidad escalar o vectorial, y  $f$  la correspondiente función flujo. La ecuación (1) describe las componentes de  $u$  –típicamente masa, momento y energía. El sistema es hiperbólico cuando el jacobiano del flujo,  $df$ , tiene todos los autovalores y autovectores reales. Cuando  $f(u) = Au$  para una matriz  $A$ , el sistema es lineal y sus soluciones, incluyendo soluciones débiles, son muy bien conocidas por la teoría lineal.

Durante la guerra, el trabajo de Courant, Friedrichs y otros había establecido la necesidad de encontrar una teoría no lineal para las soluciones débiles, pues la teoría hiperbólica clásica no podía explicar la formación espontánea de “shocks”; las ecuaciones no lineales dan lugar a discontinuidades que no se propagan a lo largo de las características, o las consiguientes cuestiones acerca de la falta de unicidad. Adicionalmente, eran necesarios teoremas de existencia global, e incluso espacios de funciones adecuados, en los que la búsqueda de soluciones era desconocida, además del hecho que en estas ecuaciones subyacía la tecnología para explosiones y el nuevo campo del vuelo supersónico. El trabajo de Oleinik cambió esta situación. Probó la existencia de soluciones débiles para la ecuación escalar (1), para las funciones de flujo generales, mostrando que eran límites de la ecuación perturbada

$$u_t + f(u)_x = \epsilon u_{xx}, \quad (2)$$

generalizando así el trabajo de Hopf. Pasaron casi 50 años hasta que este resultado fuese extendido a sistemas de leyes de conservación. En su investigación, Oleinik encontró el espacio correcto –  $BV$  – para las soluciones. Desarrolló, también, la que hoy es llamada condición de entropía de Oleinik, para unicidad de soluciones de la ecuación escalar (1). Finalmente, probó un resultado de unicidad para soluciones de ciertos sistemas, modelados en dinámica de gases –esto, en tiempos en los que no se había probado todavía teoremas de existencia; la primera prueba de existencia, debida a Glimm, apareció poco después del resultado de Oleinik. Además, resultados de unicidad no se habían logrado desde hacía más de 30 años.

Oleinik desarrolló resultados matemáticos fundamentales en otras áreas relacionadas con flujo de fluidos clásicos: teoría de condiciones de frontera (estabilidad de condiciones de frontera, donde la viscosidad es importante solamente cerca del cuerpo), y ecuaciones elípticas degeneradas (motivadas por cambios del tipo en *steady transonic flow*). En este último campo, denominado ‘ecuaciones con forma característica no negativa’, ella completó y extendió el trabajo de la escuela italiana, fundamentalmente de Fichera y Tricomi.

Al final de su trayectoria, Oleinik prestó atención a otras áreas: el problema de Stefan, en que el interés matemático consiste en que da lugar a un problema de frontera libre para ecuaciones parabólicas, y sus aplicaciones de interés

están en la transición de fases. También dió lugar a teoría básica de soluciones débiles para la ecuación parabólica no degenerada conocida como ecuación de filtración. En los años 90, Oleinik, junto a Jikov y Kozlov, ayudó a desarrollar la teoría matemática de la homogeneización.

Su lista de publicaciones citadas por *Math. Reviews* incluye unas 400 referencias, desarrollando una asombrosa producción y profundidad en su trabajo. Un artículo en su memoria en los *Notices of the AMS* recuerda su amor a su trabajo, sus ansias por establecer contactos entre matemáticos soviéticos y occidentales, y la lealtad a sus amigos.

#### HONORES SELECCIONADOS DE OLGA OLEINIK

1981 Doctorado Honorario, Universidad de Roma  
 1983 Elegida miembro honorario de la Real Sociedad de Edinburgo  
 1988 Elegida miembro de la Academia Nazionale dei Lincei  
 1990 Elegida miembro de la Academia de Ciencias Rusa  
 1996 Conferenciante *Noether* de la Association for Women in Mathematics  
 Fue también galardonada con el Premio Petrovsky y la medalla del College de France.

#### PUBLICACIONES SELECCIONADAS DE OLGA OLEINIK

- [1] Discontinuous solutions of non-linear differential equations. *Uspehi Mat. Nauk (N.S.)*, **12** (1957), no. 3 (75), 3–73.
- [2] On the uniqueness of the generalized solution of the Cauchy problem for a non-linear system of equations occurring in mechanics. *Uspehi Mat. Nauk (N.S.)*, **12** (1957), no. 6 (78), 169–176.
- [3] Construction of a generalized solution of the Cauchy problem for a quasi-linear equation of first order by the introduction of “vanishing viscosity”. *Uspehi Mat. Nauk*, **14** (1959) no. 2 (86), 159–164.
- [4] *On Stefan-type free boundary problems for parabolic equations*. 1962/1963 Seminari 1962/63 *Anal. Alg. Geom. e Topol.*, Vol. 1, *Ist. Naz. Alta Mat.* 388–403. Ediz. Cremonese, Rome.
- [5] CON E. V. RADKEVIČ, Second order equations with nonnegative characteristic form. *Mathematical analysis*, (1969), 7–252. (errata insert) *Akad. Nauk SSSR Vsesojuzn. Inst. Naučn. i Tehn. Informacii*, Moscow, 1971.
- [6] CON V. V. JIKOV Y S. M. KOZLOV. *Homogenization of differential operators and integral functionals*. Traducido del ruso por G. A. Yosifian. Springer-Verlag, Berlin, 1994.

## REFERENCIAS

- [1] M. STRUWE, “*Olga Ladyzhenskaya—A lifelong devotion to mathematics*”, Geometric Analysis and Nonlinear PDE, Ed. Hildebrandt y Karcher, Springer, (2003).
- [2] C. FEFFERMAN, *Existence and smoothness of the Navier-Stokes equations*. [www.claymath.org/millennium/Navier-Stokes\\_equations](http://www.claymath.org/millennium/Navier-Stokes_equations)
- [3] S. FRIEDLANDER, P. LAX, C. MORAWETZ, L. NIRENBERG, G. SEREGIN, N. URALTSEVA, M. VISHIK, “Olga Alexandrovna Ladyzhenskaya, (1922-2004)”, *Notices of the AMS*, **51** (2004) 11, 1320–1331.
- [4] *Nonlinear Problems in Mathematical Physics and Related Topics: In honor of Prof O.A. Ladyzhenskaya*. Ed. Birman, Hildebrandt, Solonnikov and Uraltseva. Internation. Math. Series , Kluwer/Plenum (Inglés) y Rozhovskaya (Ruso) (2002).
- [5] E. MAGENES, “On the scientific work of Olga Oleinik”, *Rendiconti di Matematica, Serie VII*, **16**, (1996), 347–373.
- [6] WILLI JAGER, PETER LAX, CATHLEEN SYNGE MORAWETZ, “Olga Arsenevna Oleinik (1925-2001)”, *Notices of the AMS*, **50** (2003), 220–223.
- [7] J. J. O’CONNOR, E. F. ROBINSON, “*Olga Arsenevna Oleinik*”, <http://www-gap.dcs.st-and.ac.uk/~history/References/Oleinik.html>

Susan Friedlander  
Dept of Mathematics, Statistics and Computer science  
University of Illinois-Chicago  
Chicago Il 60607  
USA  
correo electrónico: [susan@math.uic.edu](mailto:susan@math.uic.edu)

Barbara Lee Keyfitz  
Director Fields Institute  
Research in Mathematical Sciences  
222 College Street, 2nd Floor  
Toronto, Ontario  
M5T 3J1 Canadá  
correo electrónico: [bkeyfitz@fields.utoronto.ca](mailto:bkeyfitz@fields.utoronto.ca)