
LA OLIMPIADA MATEMÁTICA

Sección a cargo de

María Gaspar

45 Olimpiada Internacional de Matemáticas

por

Mercedes Sánchez Benito

Este año, al igual que los Juegos Olímpicos, la sede de la Olimpiada Matemática Internacional ha sido Atenas.

El equipo español lo han formado, por primera vez en la historia, 3 chicas, María Isabel Cordero Marcos, Elisa Lorenzo García y Maite Peña Alcaraz, y 3 chicos, Francisco Javier Hernández Heras, Joaquim Serra Montoli y Miguel Teixidó Román.

Entre los días 10 y 17 de julio compartimos con otros 86 países participantes la luminosidad de una ciudad, la belleza de un país, la simpatía de un pueblo y el buen hacer matemático requerido en un acontecimiento tan singular como es la Olimpiada Internacional de Matemáticas.

Cada día estuvo dedicado a uno de los excelentes maestros matemáticos que la civilización griega ha proporcionado a la humanidad, y recordando alguna de sus aportaciones más relevantes se proponía “el problema del día” relacionado con alguno de sus trabajos.

El primer día se dedicó a Thales de Mileto (640–546 A.C.), el más juicioso de los Siete Sabios de la Antigüedad. Recordando que Thales fue el primero en probar que los ángulos que se oponen a los lados iguales de un triángulo isósceles son iguales, los organizadores propusieron el siguiente problema: En un triángulo ABC , dibujamos la mediana AM y las bisectrices BD y CE que cortan a la mediana AM en los puntos K y L . Si $BK = CL$ probar que el triángulo ABC es isósceles.

El domingo 11 estuvo dedicado a Pitágoras de Samos (580 – 500 A. C.) que fundó la escuela pitagórica donde, entre otras disciplinas, la Aritmética y la Geometría se desarrollaron ampliamente.

El día 12 fue el día de Euclides de Alejandría (330-270 A.C.) el más famoso de los matemáticos de todos los tiempos y el problema del día estuvo relacionado con la razón áurea. El siguiente día estuvo dedicado a Arquímedes de

Siracusa (287–212 A.C.) uno de los matemáticos más importantes de todos los tiempos; una vez más el problema del día fue geométrico: sea AB el diámetro de un semicírculo y C un punto del plano, si CB y CD son tangentes y DE es perpendicular a AB probar que AC divide a DE en dos segmentos iguales.

El día 14 estuvo dedicado a Apolonio de Pérgamo (265–170 A.C.) llamado por sus contemporáneos el “Gran Geómetra”; el problema del día estuvo relacionado con la duplicación del cubo sin las restricciones impuestas por la construcción euclídea.

El día siguiente se dedicó a Diofanto de Alejandría (250), considerado “el padre del álgebra”, y el problema del día estuvo relacionado con los primos gemelos. Hypatia de Alejandría (370–415) tuvo su día el viernes 16. Y el último día estuvo dedicado a Carathéodory, el matemático griego más famoso de la época moderna.

Antes del viaje a Grecia los estudiantes que formaban el equipo español, se reunieron, primero en Córdoba y después en Barcelona para llevar a cabo unas intensas sesiones de preparación. También estuvieron invitados los estudiantes que resultaron premiados en la fase nacional celebrada en Ciudad Real y que, por razones de edad y escolarización, pueden seguir participando en la Olimpiada. Hay que agradecer el interés y soporte económico de la Universidad de Córdoba y la Universidad Politécnica de Barcelona, pero sobre todo, la labor desinteresada de los profesores que han dedicado muchas horas a la preparación de estos alumnos.

Maite Peña tuvo una medalla de bronce, María Isabel Cordero, Francisco Javier Hernández y Joaquim Serra tuvieron mención de honor; pero todos ellos han sido premiados con la experiencia vivida en Grecia.

Todos hemos disfrutado de la luz cegadora del mar Egeo, de la belleza que se siente al contemplar de cerca los mármoles del Partenon y de la ciudad de Atenas con sus calles abigarradas y coloristas, sus mercados y sus tabernas.

Realmente este año la Olimpiada Internacional se ha celebrado en un lugar muy especial, un lugar cuya esencia la resume Aristófanes, cuando hace decir al dios Hermes “patria es todo lugar en el que las circunstancias resultan favorables”. Todos los organizadores hicieron todo lo posible para que las circunstancias nos fueran muy favorables.

He aquí los problemas que se propusieron. Como siempre, cada problema vale 7 puntos y cada sesión se desarrolla en cuatro horas y media.

Primer día, lunes 12 de julio de 2004

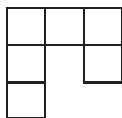
Problema 1. Sea ABC un triángulo acutángulo con $AB \neq AC$. La circunferencia de diámetro BC corta a los lados AB y AC en M y N , respectivamente. Sea O el punto medio del lado BC . Las bisectrices de los ángulos $\angle BAC$ y $\angle MON$ se cortan en R . Demostrar que las circunferencias circunscritas de los triángulos BMR y CNR tienen un punto en común que pertenece al lado BC .

Problema 2. Encontrar todos los polinomios $P(x)$ con coeficientes reales que satisfacen la igualdad

$$P(a-b) + P(b-c) + P(c-a) = 2P(a+b+c)$$

para todos los números reales a, b, c tales que $ab + bc + ca = 0$.

Problema 3. Un *gancho* es una figura formada por seis cuadrados unitarios como se muestra en el diagrama



o cualquiera de las figuras que se obtienen de ésta rotándola y/o reflejándola. Determinar todos los rectángulos $m \times n$ que pueden cubrirse con ganchos de modo que

- el rectángulo se cubre sin huecos y sin superposiciones;
- ninguna parte de ningún gancho sobresale del rectángulo.

Segundo día, martes 13 de julio de 2004

Problema 4. Sea $n \geq 3$ un entero. Sean $t_1, t_2, \dots, t_n$ números reales positivos tales que

$$n^2 + 1 > (t_1 + t_2 + \dots + t_n) \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \dots + \frac{1}{t_n} \right).$$

Demostrar que t_i, t_j, t_k son las medidas de los lados de un triángulo para todos los i, j, k con $1 \leq i < j < k \leq n$.

Problema 5. En un cuadrilátero convexo $ABCD$ la diagonal BD no es la bisectriz ni del ángulo $\angle ABC$ ni del ángulo $\angle CDA$. Un punto P en el interior de $ABCD$ verifica

$$\angle PBC = \angle DBA \quad \text{y} \quad \angle PDC = \angle BDA.$$

Demostrar que los vértices del cuadrilátero $ABCD$ pertenecen a una misma circunferencia si y sólo si $AP = CP$.

Problema 6. Un entero positivo es *alternante* si, en su representación decimal, en toda pareja de dígitos consecutivos uno es par y el otro es impar. Encontrar todos los enteros positivos n tales que n tiene un múltiplo que es alternante.

Resultados de los países participantes

País	Ptos	O	P	B	MH	País	Ptos	O	P	B	MH
Albania	57	0	0	1	1	Kirguistán	63	0	0	1	1
Alemania	130	0	3	1	2	Kuwait	5	0	0	0	0
Arabia Saudí	4	0	0	0	0	Letonia	63	0	0	1	2
Argentina	92	1	0	2	1	Lituania	65	0	0	0	5
Armenia	98	0	0	4	1	Luxemburgo	36	0	1	0	1
Australia	125	1	1	2	1	Macao	86	0	0	2	2
Austria	55	0	0	1	1	Macedonia	71	0	0	1	4
Azerbaiján	72	0	1	0	0	Malasia	34	0	0	1	1
Bélgica	86	0	1	2	1	Marruecos	88	0	0	3	3
Bielorrusia	154	0	4	2	0	Méjico	96	0	0	3	1
Bosnia Herzegovina	40	0	0	0	2	Moldavia	140	2	0	4	0
Brasil	132	0	2	4	0	Mongolia	135	0	3	2	0
Bulgaria	194	3	3	0	0	Mozambique	13	0	0	0	0
Canadá	132	1	0	3	2	Noruega	55	0	0	0	0
China	220	6	0	0	0	Nueva Zelanda	56	0	0	2	0
Chipre	49	0	0	1	1	Países Bajos	53	0	0	0	2
Colombia	122	0	2	2	0	Paraguay	13	0	0	0	1
Corea	166	1	3	2	0	Perú	49	0	0	2	0
Croacia	89	0	0	3	3	Polonia	142	2	1	1	1
Cuba (1 estudiante)	17	0	0	1	0	Portugal	26	0	0	0	2
Dinamarca	46	0	0	1	0	Puerto Rico	43	0	1	0	1
Ecuador	14	0	0	0	1	Reino Unido	134	1	1	4	0
Eslovaquia	119	0	3	0	3	República Checa	109	0	2	2	0
Eslovenia	69	0	0	2	2	Rumanía	176	1	4	1	0
España	57	0	0	1	3	Rusia	205	4	1	1	0
Estados Unidos	212	5	1	0	0	Servia y Montenegro	132	0	2	3	0
Estonia	85	0	0	2	3	Singapur	139	0	3	3	0
Filipinas	16	0	0	0	0	Sri Lanka	33	0	0	0	2
Finlandia	49	0	0	1	0	Sudáfrica	110	0	3	1	1
Francia	94	0	0	4	1	Suecia	75	0	0	3	1
Georgia	123	0	0	5	1	Suiza	57	0	0	2	1
Grecia	126	0	2	3	1	Tailandia	99	0	0	4	2
Hong Kong	120	0	2	2	2	Taiwán	190	3	3	0	0
Hungría	187	2	3	1	0	Trinidad Tobago	29	0	0	0	1
India	151	0	4	2	0	Túnez	31	0	0	0	0
Indonesia	61	0	0	1	3	Turkmenistán	52	0	0	2	1
Irán	178	1	5	0	0	Turquía	118	0	2	3	0
Irlanda	48	0	0	1	0	Ucrania	174	1	5	0	0
Islandia	35	0	0	0	1	Uruguay	47	0	0	0	0
Israel	147	1	1	4	0	Uzbequistán	79	0	0	3	2
Italia	69	0	0	2	1	Venezuela	15	0	0	0	1
Japón	182	2	4	0	0	Vietnam	196	4	2	0	0
Kazjastán	132	2	0	2	0						