
IN MEMORIAM JACQUES–LOUIS LIONS

La Real Sociedad Matemática Española quiere unirse a la multitud de merecidos homenajes que en todo el mundo se han celebrado para honrar la memoria del profesor Jacques-Louis Lions publicando este In Memoriam en LA GACETA.

Jacques–Louis Lions 1928–2001¹

por

Philippe G. Ciarlet

Jacques–Louis Lions nació en Grasse, ciudad famosa por sus perfumerías y por el encanto de su barrio provenzal antiguo.

A finales del año 1943 tuvo, a pesar de su juventud, la audacia y la valentía de unirse a la Resistencia como Combatiente de las FFI (Forces Françaises à l'Intérieur). Tuvo también la dicha de conocer allí a Andrée, su esposa y compañera para siempre.

Su hijo Pierre–Louis, nacido en 1956, fue como él tocado por el hada de las Matemáticas. Como hecho a destacar, esta gracia le sirvió para recibir la Medalla Fields en el Congreso Internacional de Matemáticos de Zurich, en 1994, para gran alegría de sus padres, ambos presentes en aquella ocasión única.

A la edad de 19 años, Jacques–Louis Lions fue admitido en la École Normale Supérieure de la rue d'Ulm, en donde tuvo como condiscípulo a Bernard Malgrange. Contratados por el CNRS para preparar la Tesis, los dos partieron hacia la Universidad de Nancy, donde se encontraba su director, Laurent Schwartz, laureado por el prestigio de la Medalla Fields que acababa de recibir, en 1950, por su Teoría de Distribuciones.



¹Artículo aparecido originalmente en francés en *Matapli*, **55**, 2001, 5–16; y traducido en *Boletín de SEMA*, **20**, 2002, 11–21.

Tras defender la Tesis en 1954, Jacques-Louis Lions comenzó su carrera universitaria en provincias, como era habitual entonces. Fue Profesor en la Universidad de Nancy desde 1954 hasta 1962.

Lejos de absorberle, sus notables trabajos matemáticos de esa época le permitieron tomar conciencia de las inmensas posibilidades que abría el entonces emergente Cálculo Científico y de las aplicaciones industriales que permitía, por primera vez, abordar seriamente. Esta inquietud permanente por las aplicaciones, que iba a guiar toda su vida y a convertirse en uno de los aspectos más excepcionales de su carrera, se concretó en 1958, cuando fue nombrado Consejero Científico de la “Société d’Études en Mathématiques Appliquées”, dirigida por Robert Lattès, admitido un año después que él en la École Normale Supérieure.

Aunque esta actitud parezca banal hoy día, es preciso mencionar el mérito y la valentía que tuvo al adoptarla entonces. En efecto, se trataba de una época en la que las aplicaciones de las Matemáticas estaban lejos de suscitar el entusiasmo que levantan hoy.

Después de Nancy, en 1962, fue nombrado Profesor en la Universidad de París, donde creó muy pronto un “Seminario de Análisis Numérico”, disciplina casi desconocida por entonces. Este seminario se reunía cada semana, al principio en un local del sótano del Institut Henri Poincaré, luego en los vetustos locales del Institut Blaise Pascal, situado en la rue du Maroc, al norte de París. Cuando la Universidad de París se escindió en trece universidades distintas, él escogió la sexta, que se convertiría más tarde en la “Université Pierre et Marie Curie”. Dos de sus principales acciones allí fueron la creación del Laboratorio de Análisis Numérico² (tras estar instalado durante treinta años en Jussieu, este laboratorio está instalado desde 1999 en la rue du Chevaleret, cerca de Place d’Italie) y la de un D.E.A. (Diplôme d’Études Approfondies) de Análisis Numérico. Este D.E.A., que ha formado un número más que considerable de matemáticos aplicados, hoy en puestos de la universidad, del C.N.R.S. o de la industria, no ha cesado de conocer gran notoriedad. Es en la actualidad uno de los más bellos exponentes de la “École Doctorale de Sciences Mathématiques de Paris-Centre”, dirigida por Yvon Maday.

En 1973, a la edad de 45 años, Jacques-Louis Lions tuvo el insigne honor de ser elegido simultáneamente para el Collège de France y la Académie des Sciences. En el Collège de France, donde fue durante veinticinco años titular de la cátedra “Análisis Matemático de los Sistemas y de su Control”, sus cursos, renovados cada año como ordena la tradición, fueron siempre seguidos por un numeroso público, en el que se encontraban no solamente antiguos alumnos suyos, sino también alumnos de sus alumnos. Asimismo, el “Seminario de Matemáticas Aplicadas” que él animó hasta 1998, primero con Jean Leray y después con la colaboración durante muchos años de Haïm Brézis, se convirtió rápidamente en una “institución”. En torno a los conferenciantes más pres-

²Desde el 1 de enero de 2002, este laboratorio se llama “Laboratoire Jacques-Louis Lions”.

tigiosos, como John Ball, Peter Lax, Andrew Majda, Louis Nirenberg, Olga Oleinik, Mark Vishik y tantos otros, este acontecimiento reunía cada viernes por la tarde no sólo un gran número de matemáticos aplicados de la región parisina, sino también numerosos colegas franceses o extranjeros de paso por París.

De 1966 a 1986 fue catedrático de Análisis Numérico en la École Polytechnique, donde impartía un curso magistral, que lo fue de hecho en los dos sentidos del término. Como es regla en la École Polytechnique, redactó igualmente un curso escrito que era revolucionario para su época. Era, en efecto, una verdadera obra recopilatoria donde, con sus dotes pedagógicas naturales, Jacques-Louis Lions describía y demostraba poco más o menos todo lo que se sabía en la época sobre el análisis numérico de las ecuaciones en derivadas parciales, que entonces se aproximaban esencialmente mediante métodos de diferencias finitas. Dos apéndices, debidos a Jean Céa y Pierre-Arnaud Raviart (sus dos primeros discípulos), trataban sobre la optimización y el análisis numérico matricial. Aún perdura un misterio sobre la primera versión de ese curso escrito, que era de hecho afectuosamente conocido con el nombre del “Diplodocus” sin que nadie, aparentemente incluido su autor, haya nunca sabido por qué.

Pero esas actividades esencialmente “universitarias”, que normalmente hubieran ocupado todo su tiempo, no le bastaban.

Es así que entre 1980 y 1984 fue Presidente del I.N.R.I.A. (Institut National de Recherche en Informatique et Automatique), en el que es poco decir que dejó una huella profunda. En primer lugar y gracias a su increíble talento como organizador, le bastaron unas pocas semanas para reorganizar y rejuvenecer en profundidad el organigrama y los objetivos de esta institución, en la que introdujo en particular la noción de “Proyecto”, que reunía un equipo claramente identificado con objetivos fijados sobre un tema preciso.

Durante sus cuatro años de presidencia, animó a los investigadores del I.N.R.I.A. a crear lo que hoy se llamarían “start-ups” e inició la descentralización de la institución mediante la creación de otros institutos similares, en Sophia-Antipolis y Rennes. En suma, gracias a su prestigio personal, a los equipos que supo reunir y a las numerosas conferencias internacionales que organizó, contribuyó a acrecentar considerablemente el renombre de este organismo, tanto en Francia como en el extranjero.

Desde 1984 hasta 1992 fue Presidente del C.N.E.S. (Centre National d'Études Spatiales), donde continuó y desarrolló la acción de su predecesor, Hubert Curien, que acababa de ser nombrado Ministro de Investigación y Tecnología. Aportó a esta tarea, además de sus eminentes cualidades intelectuales, todas sus inteligentes dotes de persuasión ante los poderes públicos, con el fin de convencerles de los fundamentos de la orientación que él preconizaba. De esta forma, jugó un papel crucial en la elaboración del Programa Espacial Franco-Americano de Oceanografía “Topex-Poseidon”, nombre del satélite cuyas observaciones permitieron comprender el importante fenómeno climatológico co-

nocido como “El Niño”. Sus intervenciones fueron igualmente decisivas en las negociaciones franco-rusas que permitieron a los astronautas franceses Jean-Loup Chrétien y Michel Tognini participar en misiones espaciales habitadas.

Aunque su presencia en la Académie des Sciences fue durante mucho tiempo bastante discreta, por el contrario, hizo conocer una segunda juventud a la noble compañía del quai de Conti cuando llegó a su presidencia en 1997, puesto que ocupó durante dos años, como es norma. Desde su toma de posesión, fue encargado por el Presidente de la República, Jacques Chirac, de la elaboración de un informe sobre el estado de las cuestiones siguientes: el acceso de todos al conocimiento y el tratamiento informático del saber; el conocimiento del planeta y el marco de la vida; la comprensión de la vida y la mejora de la salud de cada uno. Se puso inmediatamente a la obra, constituyó un “Comité 2000” encargado de preparar las respuestas a estas preguntas y, a pesar de la amplitud de la tarea, consiguió respetar el plazo de tiempo.

Efectivamente, el 25 de enero de 2000, entregaba al Presidente de la República el documento que éste le había pedido, en el curso de una ceremonia en la que consiguió, además, la proeza de que fueran invitados al Palacio del Elíseo el conjunto de Miembros y Correspondientes de la Académie des Sciences, ¡una “première”!

Pero sus actuaciones en la Presidencia de la Academia no se limitaron al Comité 2000. En numerosas ocasiones intervino para hacer avanzar la idea de la necesidad de una reforma, cuyos principios están asumidos hoy en día. Jugó igualmente un papel primordial en la creación, deseada sin cesar pero siempre postergada, de una Académie des Technologies. Esta heredera natural del Comité des Applications de l’Académie des Sciences vio la luz el 12 de diciembre de 2000.

Como lo ilustran sus presidencias del I.N.R.I.A. y del C.N.E.S., fue un artesano excepcional del acercamiento entre investigación “universitaria”, a menudo desgajada de la realidad e investigación “industrial”, con frecuencia más deseosa de eficacia a corto plazo que de rigor. Así, presidió los Consejos Científicos de los mayores organismos públicos, como la Météorologie Nationale, Gaz de France, France Telecom o Electricité de France, y ejerció diversas actividades de Consejero Científico al más alto nivel en grandes empresas, como Pechiney, Dassault Aviation o Elf.

Pero la influencia de Jacques-Louis Lions fue también la de un “hombre sin fronteras”.

Fue en efecto y desde muy pronto un gran viajero (¡además de un viajero infatigable!) que, además de los destinos tradicionales como Europa o las Américas, exploró muy pronto otras regiones menos canónicas. En 1957 partió para tres meses al Tata Institute de Bombay, lo que era entonces una auténtica aventura. Allí disfrutó del esplendor del antiguo hotel Taj Mahal y de la hospitalidad de Kollagunta Gopalaiyer Ramanathan, con el que contribuiría veinte años más tarde a la creación de una rama “aplicada” del Tata Institute en Bangalore.

En 1966 comenzó una larga serie de estancias en la Unión Soviética. Invitado de la Academia de Ciencias de la URSS o del Centro de Cálculo de Novosibirsk, estableció lazos duraderos con eminentes matemáticos soviéticos, como Guri Marchouk, Olga Oleinik, Lev Semenovitch Pontryagin, Ilia Vekua, Mark Vishik o Nicolai Nocolayevich Yanenko. A este respecto, uno de sus grandes méritos fue el de hacer conocer los trabajos de todos ellos “en el Oeste”.

Un viaje que le marcó fue el que hizo en 1975 a China, donde fue recibido con fastos en Pekín. Quedó allí particularmente impresionado por el talento matemático de Feng Kang, que había redescubierto el método de los elementos finitos independientemente, ¡pero también por su vehemencia cuando le hablaba de la “banda de los cuatro”!

Sus acciones internacionales no se limitaron a los intercambios científicos “tradicionales”.

La calidad de sus enseñanzas y su talento de organizador generaban numerosos emuladores en los países que visitaba. Así, Antonio Valle fue desde los años sesenta el primero de una larga serie de alumnos ibéricos, que crearían a su vez en las universidades de Málaga, Sevilla, Santiago de Compostela, Lisboa o la Complutense de Madrid, departamentos o laboratorios a imagen del Laboratorio de Análisis Numérico que él mismo había creado en la Universidad de París. De igual forma mantuvo, de forma constante, estrechas relaciones con el Istituto di Analisi Numérica del C.N.R. de la Universidad de Pavía, dirigida durante muchos años por Enrico Magenes y hoy por Franco Brezzi. Durante mucho tiempo presidió, de hecho, su Consejo Científico.

Su proselitismo iluminado no se limitó a Europa. Se extendió de hecho hasta China, donde jugó un papel importante en la creación en 1997 del L.I.A.M.A. (Laboratoire Franco-Chinois d’Informatique, d’Automatique et Mathématiques Appliquées), incorporado después al Instituto de Automática de la Academia de Ciencias de Pekín y en 1998 en la del I.S.F.M.A. (Institut Sino-Français de Mathématiques Appliquées), actualmente adscrito al Departamento de Matemáticas de la Universidad Fudan de Shanghai gracias a la labor de su Director chino, Li Ta-Tsien.

Fue también Presidente de la IMU (International Mathematical Union) desde 1991 hasta 1995. En 1992, con ocasión de una reunión en Río de Janeiro, tuvo la idea genial de proponer que el año 2000 fuera declarado “Año Mundial de las Matemáticas”. Esta iniciativa, proseguida después con el éxito que ya conocemos, ha contribuido no solamente a mejorar la imagen de las Matemáticas entre el gran público, sino también a apoyar y alentar la investigación matemática en los países en vías de desarrollo.

De la misma manera, ofreció un apoyo constante a las actividades de la Third World Academy of Sciences (T.W.A.S.) bien sea directamente, bien por intermedio de sus colaboradores. A este respecto, su acción a favor del desarrollo de la investigación matemática en África fue particularmente determinante.

La obra matemática de Jacques-Louis Lions es inmensa. Escribió, solo o en colaboración, más de veinte libros, de los cuales la mayor parte se han

convertido en “clásicos” sistemáticamente traducidos a varias lenguas extranjeras y más de quinientos artículos. Los diferentes temas de sus trabajos se describen brevemente a continuación, en un orden que respeta grosso modo su cronología.

Tuvo y tendrá aún durante mucho tiempo una influencia considerable sobre las Matemáticas y sus aplicaciones, no solamente por sus propios trabajos, también por los de la Escuela que creó a su alrededor. Esta Escuela, con más de cincuenta alumnos (sin contar los alumnos de sus alumnos), goza en Francia y en el extranjero de una gran notoriedad no sólo en el mundo universitario, sino también en el mundo industrial, lo que revela la pertinencia de las direcciones de investigación que suscitó y alentó.

Si fuera preciso señalar un hilo conductor de los trabajos de Jacques-Louis Lions, se podría decir, simplificando, que se trata de las “ecuaciones en derivadas parciales en todos sus estados”: existencia, unicidad, regularidad, control, homogeneización, análisis numérico, etc., sin olvidar las aplicaciones de las que éstas han surgido, como la Mecánica de fluidos, la Mecánica de sólidos, la Oceanografía, la Climatología, etc.

Los primeros trabajos de Jacques-Louis Lions datan de los años 1950-1951, años en los que aparecieron el libro de Laurent Schwartz sobre las Distribuciones y el de Sergei Sobolev sobre sus aplicaciones a la Física Matemática, así como un artículo fundamental de John von Neumann y Robert Richtmyer sobre el cálculo numérico de las soluciones de problemas hiperbólicos no lineales de la Hidrodinámica.

A la luz de estos trabajos, su primer objetivo fue un estudio sistemático de los problemas de contorno lineales y no lineales, fundamentalmente por utilización constante de la Teoría de Distribuciones, así como su análisis numérico.

A partir de 1954, colaboró de manera muy activa y estableció relaciones de amistad con eminentes matemáticos italianos, como Enrico Magenes, Guido Stampacchia, Ennio de Giorgi o Giovanni Prodi (hermano del actual Presidente de la Unión Europea). Esta colaboración fructificó principalmente en un análisis sistemático de los problemas de contorno planteados en espacios de Sobolev con exponente fraccionario, gracias a la teoría de interpolación entre espacios de Banach que él había desarrollado con Jack Peetre a partir de 1961. Este estudio fue objeto de los tres volúmenes del célebre “Problèmes aux Limites Non Homogènes” (1968-1970), que escribió con Enrico Magenes. Con Guido Stampacchia desarrolló también, entre 1965 y 1967, los fundamentos de la teoría de las inecuaciones variacionales, como las que intervienen, por ejemplo, en el modelado de problemas unilaterales en Elasticidad.

Su interés por las aplicaciones le condujo a proponer una primera demostración elegante de la desigualdad de Korn, gracias a un resultado fundamental sobre las Distribuciones que ha sido después conocido como el “lema de Lions” (¡aunque existen muchos otros resultados llamados también así!). Desarrolló también de forma considerable las aplicaciones de la teoría de las ecuaciones o inecuaciones variacionales a la Mecánica, analizando matemáticamente los modelos de fluidos de Bingham, del frotamiento, de la Visco-Elasticidad, o de

la Plasticidad. Estas aplicaciones constituyen lo esencial del contenido del libro “Les Inéquations en Mécanique et en Physique” (1972), escrito con Georges Duvaut.

Simultáneamente, se interesó por el análisis numérico de estos problemas. Era la época en que se tomaba conciencia de las limitaciones de los métodos de diferencias finitas cuando se trata, por ejemplo, de aproximar problemas planteados en dominios de geometría complicada o con coeficientes irregulares. El método de los elementos finitos ya era utilizado por los ingenieros, pero los matemáticos no lo conocían. Presintiendo que el interés estaba en discretizar las formulaciones variacionales, en lugar de las propias ecuaciones en derivadas parciales, Jacques-Louis Lions orientó enseguida a sus colegas y alumnos hacia el análisis de los métodos de elementos finitos. Siguió un período muy fructífero, al cual él mismo contribuyó con otro “clásico”, “Calcul Numérique des Solutions des Inéquations en Mécanique et en Physique” (1976), escrito con Roland Glowinski y Raymond Trémolières.

Su libro “Quelques Méthodes de Résolution de Problèmes aux Limites Non Linéaires” (1969) es una contribución importantísima a la teoría de las ecuaciones en derivadas parciales no lineales, que constituye todavía hoy una fuente de inspiración considerable. Jacques-Louis Lions introdujo en él, de forma sistemática, los “métodos de compacidad”, que intervienen de manera esencial en las cuestiones de existencia de solución de las ecuaciones de Navier-Stokes o de von Karman, los “métodos de monotonía”, que había desarrollado con Jean Leray, así como los “métodos de regularización y penalización”, que se aplican por ejemplo a la ecuación de Schrödinger o a la de Korteweg-de Vries. La casi totalidad de los resultados contenidos en este libro se debía bien a él mismo, bien a alumnos que él había dirigido, particularmente Haïm Brézis y Luc Tartar.

Una buena parte de los trabajos citados hasta aquí, completados con múltiples generalizaciones a las que han dado lugar, se encuentra sistematizado en la monumental obra de referencia “Analyse Mathématique et Calcul Numérique pour les Sciences et les Techniques”, cuya concepción Jacques-Louis Lions compartió con Robert Dautray. Este compendio de casi cuatro mil páginas (1984-1985) es, a justo título, considerada como la versión contemporánea del célebre “Courant-Hilbert”.

Jacques-Louis Lions se interesaba también por los problemas “con pequeños parámetros” y su libro “Perturbations Singulières dans les Problèmes aux Limites et en Contrôle Optimal” (1973) puso los fundamentos del “análisis asintótico” de estos problemas. Los métodos y nociones que introdujo o desarrolló entonces, tales como las “estimaciones a priori”, los problemas “stiff”, el análisis matemático de las “capas límite”, las “escalas múltiples”, etc., iban a revelarse fundamentales después. Por ejemplo, algunos de ellos han jugado posteriormente un papel esencial en el modelado de estructuras y “multi-estructuras” elásticas compuestas de placas, vigas o cáscaras, o de mezclas de ellas.

Otro dominio en el que los “pequeños parámetros” intervienen de modo natural es el modelado de materiales compuestos, por ejemplo de uso constante en la industria espacial. El análisis asintótico correspondiente, conocido por el nombre de “homogeneización”, fue abundantemente desarrollado e ilustrado en una obra fundamental escrita con Alain Bensoussan y George Papanicolau, “Asymptotic Analysis of Periodic Structures” (1978), donde un gran número de fórmulas “empíricas” utilizadas en el modelado de diversas estructuras periódicas fueron por vez primera justificadas de forma satisfactoria, gracias en particular a la “compacidad por compensación”, debida a sus alumnos François Murat y Luc Tartar y al “método de las funciones-test oscilantes”, debido a Luc Tartar. En 1958, un trabajo fundamental de Lev Semenovich Pontryagin que versa sobre el control óptimo de sistemas gobernados por ecuaciones diferenciales (se trataba de controlar las trayectorias durante los vuelos espaciales), había llamado su atención. Las cuestiones que le planteaban entonces los ingenieros le convencieron rápidamente de que convenía extender este acercamiento a los “sistemas distribuidos”, es decir aquéllos cuyo “estado” está gobernado por ecuaciones en derivadas parciales. Así fue como Jacques-Louis Lions comenzó a interesarse por cuestiones de control óptimo para tales sistemas. Esta preocupación ya no le abandonaría.

Fiel a su estilo de pionero, comenzó naturalmente por plantear los fundamentos de la teoría general. Es el objeto de otro de sus libros más célebres, “Contrôle Optimal de Systèmes Gouvernés par des Équations aux Dérivées Partielles” (1968), donde introdujo la ecuación de Riccati en dimensión infinita.

En dos libros escritos con Alain Bensoussan, “Applications des Inéquations Variationnelles en Contrôle Stochastique” (1978) y “Contrôle Impulsionnel et Applications” (1983), continúa con el control óptimo de sistemas no necesariamente bien planteados, con el control de sistemas de estados múltiples y luego con el “control óptimo estocástico” y el “control impulsional”.

Después de haber “barrido” así todos los aspectos del control óptimo, Jacques-Louis Lions se volvió hacia la “controlabilidad” que, grosso modo, proporciona la respuesta a una pregunta del tipo: ¿cómo hacer evolucionar un sistema desde un estado inicial arbitrario hacia un estado final dado en un tiempo finito, actuando de forma apropiada, por ejemplo, sobre las condiciones en el contorno?

Tras la prestigiosa “John von Neumann Lecture” que dio en Boston durante el Congreso SIAM en 1986, introdujo su célebre método “HUM” (Hilbert Uniqueness Method) para la controlabilidad “exacta” de ecuaciones de evolución lineales. La terminología elegida para el método recuerda que esta controlabilidad viene esencialmente dictada por la propiedad de continuación única de la solución del problema adjunto, propiedad que resulta, por ejemplo, del teorema de Holmgren o del de Carleman.

Esta conferencia fue el punto de partida de numerosos trabajos de Jacques-Louis Lions y de su escuela. Publicó así, uno tras otro, tres libros sobre el tema, dos volúmenes titulados “Controlabilité Exacte, Perturbations et Stabi-

lisation de Systèmes Distribués” (1988) y “Modeling, Analysis and Control of Thin Plates” (1988) con John Lagnese, en los cuales el interés de este método para las aplicaciones está abundantemente ilustrado mediante aplicaciones a la teoría de las placas elásticas. En 1995 demostró también, con Enrique Zuazua, un resultado de “controlabilidad genérica” para las ecuaciones de Stokes en dimensión tres con controles escalares: si no hay controlabilidad (“aproximada” en este caso) para un abierto dado, entonces siempre se puede encontrar un abierto arbitrariamente próximo para el cual ésta sí se tiene.

Los trabajos anteriores ilustran una vez más su deseo constante de considerar “verdaderas” aplicaciones. También tenía el de desarrollar métodos numéricos para la controlabilidad exacta. Lo que fue hecho en un largo “artículo”, escrito en colaboración con Roland Glowinski, cuyas casi trescientas páginas debieron ser repartidas en dos volúmenes de “Acta Numérica” (1994-1995).

Los últimos trabajos de Jacques-Louis Lions, aunque se aplicaron a otros dominios, continuaron siendo influenciados en parte por la metodología que él había desarrollado para los problemas de control.

Es así que desde 1990 Jacques-Louis Lions manifiesta su interés por la Climatología en su libro “El Planeta Tierra”, publicado directamente en español, donde expone de manera magistral y abordable los problemas de modelado, simulación numérica, sensibilidad a las condiciones iniciales, etc., que encierra esta disciplina, y después en los cursos que dio en el Collège de France desde 1994 hasta 1998.

Los modelos utilizados en Climatología están constituidos por sistemas complejos de ecuaciones en derivadas parciales, que incluyen las de Navier-Stokes y las ecuaciones de la Termodinámica. Aunque utilizados de forma masiva desde los años sesenta para la simulación numérica de la previsión del tiempo, estos modelos no habían sido objeto de ningún análisis matemático serio.

A pesar de la complejidad “verdaderamente diabólica” (¡como él mismo la calificaba!) del conjunto constituido por las ecuaciones en derivadas parciales, las condiciones de contorno, las condiciones de transmisión, las no-linealidades, las hipótesis físicas, etc., que aparecen en dichos modelos, Jacques-Louis Lions, en colaboración con Roger Témam y Shouhong Wan, consigue estudiar las cuestiones de existencia y unicidad de la solución, establecer la existencia de atractores, y hacer el análisis numérico de estos modelos. Consigue incluso explicar esos trabajos en la pizarra, ¡un verdadero reto pedagógico!

En una serie de trabajos con Evariste Sánchez-Palencia que comienza en 1995, desarrolló además la teoría de los “problemas sensitivos”, como los que aparecen en la teoría de las cáscaras “membranarias” linealmente elásticas. Tales problemas se caracterizan por cambios “brutales” que pueden provocar en la solución “pequeñas” perturbaciones de los segundos miembros de las ecuaciones en derivadas parciales, por muy regulares que sean. Sucede que el análisis de estos problemas reposa en particular sobre propiedades de unicidad, análogas a las que intervienen en el método HUM.

Finalmente, en una serie de Notas en los *Compte-Rendus de l'Académie des Sciences*, la mayoría de ellas escritas con Olivier Pironneau y publicadas hasta el año 2001, Jacques-Louis Lions retornó al análisis numérico, en particular al cálculo paralelo y a los métodos de descomposición de dominios. Estos temas le interesaban en realidad desde hacía tiempo, pues ya había contribuido al desarrollo de un proyecto de ordenador paralelo en el I.N.R.I.A., en los años ochenta. Su idea directriz es la de introducir el paralelismo en el problema continuo, en lugar de hacerlo en el problema discreto. Como han mostrado los resultados de dichas Notas C.R.A.S., este acercamiento es de hecho general, puesto que se aplica a todo problema que se desea aproximar por un método iterado, como un método de paso fraccionario, de descomposición en “sub-problemas” en optimización, de descomposición de dominios, etc.

Ante la unidad de esta obra inmensa tan sólo podemos sentirnos impresionados, ya sea por la calidad, diversidad y novedad de las Matemáticas utilizadas, ya sea por el deseo constante de descifrar y hacer comprensible en las aplicaciones los vastos territorios tenidos hasta entonces por inaccesibles.

Como John Von Neumann, por quien sentía una profunda admiración, Jacques-Louis Lions fue un visionario que se dio cuenta muy rápidamente de que la utilización de métodos de cálculos cada vez más potentes podía revolucionar el modelado de los fenómenos y, por tanto mejorar, el conocimiento y el dominio del mundo físico, a condición de que las Matemáticas correspondientes fueran creadas y desarrolladas. A esta labor se entregó tan admirablemente.

Jacques-Louis Lions fue con todo merecimiento cubierto de honores. Pero se mantenía sorprendentemente discreto sobre este asunto, a pesar de que la lista de sus títulos y honores es fuera de lo común: Comendador de la Legión de Honor y Gran Oficial de la Orden Nacional del Mérito, cuya insignia recibió de las mismas manos del Presidente de la República Francesa el 23 de febrero de 1999, miembro de veinticinco Academias de Ciencias extranjeras, Doctor Honoris Causa de diecinueve universidades.

Recibió también los premios más prestigiosos e impartió las conferencias más codiciadas. Le fueron otorgados tres Premios de la Academia de Ciencias, el Premio John Von Neumann en 1986, el Premio Harvey du Technion en 1991 y el Premio Lagrange durante el Congreso ICIAM de Edimburgo en 1999. Se sentía muy orgulloso de haber tenido el honor de apretar la mano del Emperador Akihito cuando el prestigioso “Premio del Japón” le fue concedido en 1991, al término de un viaje de una semana de duración, cuya organización, tan perfecta como meticulosa, le había impresionado fuertemente.

Fue tres veces Conferenciante Invitado en el Congreso Internacional de Matemáticos, en 1958, 1970 y 1974, impartió la “John Von Neumann Lecture” en el Congreso SIAM en Boston en 1986, fue Conferenciante Invitado en el Congreso ICIAM de Hamburgo y en el Congreso anual SIAM de 1995, fue titular de la Cátedra Galileo de la Universidad de Pisa en 1996. ¡Fue incluso invitado a hablar ante un Parlamento!, honor rarísimo para un científico y todavía más para un matemático. En efecto, se dirigió a las Cortes, reunidas especialmente en Madrid el 21 de enero de 2000 (en el marco del Año Mundial

de las Matemáticas), para escucharle responder a la pregunta: “¿Podrán el mundo vivo y el mundo inanimado ser descritos, comprendidos y regulados gracias al lenguaje matemático y al lenguaje informático?”.



Pertenecía a las Academias más renombradas, tales como la Academia de Ciencias de la URSS, y la American Academy of Arts and Sciences, de las que fue elegido miembro en 1982 y 1986, respectivamente. En 1996 fue elegido simultáneamente miembro de la Royal Society del Reino Unido, de la National Academy of Sciences de los Estados Unidos y de la Third World Academy of Sciences, antes de ser elegido miembro de la Academia Sinica de China y de la Academia Nazionale dei Lincei de Roma en 1980. Parecía tener un aprecio particular por la Academia Pontificia de Ciencias, de la que fue elegido miembro en 1990, quizá a causa de su carácter “improbable”; de hecho es poco conocida, ¡pero es particularmente difícil formar parte de ella!

¿Qué hombre se escondía tras todas estas actividades? Lo que yo conocía de él me convenció de que sus cualidades humanas y profesionales eran excepcionales.

Jacques-Louis Lions escribía en abundancia, muy rápidamente y con una facilidad desconcertante, no solamente Matemáticas, sino también numerosas cartas, que eran su medio de comunicación predilecto. En particular, había llegado a ser un maestro en la utilización del fax, ¡del que se servía con temible eficacia! Así, era corriente que cada uno de sus colaboradores del momento recibiera cuatro o cinco faxes por semana, a veces con una treintena de páginas, si se trataba de trabajos matemáticos.

Si bien escribía en abundancia, aseguraba por el contrario no conservar trazas de sus múltiples correspondencias, quizá porque su memoria le dispensa-

ba de esta precaución, ¡o quizá también porque prefería ahorrarse un hercúleo trabajo de archivo! Deseamos fervientemente que sus destinatarios hayan tenido la buena idea de conservar su correspondencia y que ésta sea publicada en el futuro.

Su capacidad de trabajo era fantástica. Un día me dijo haber escrito el famoso “Diplodocus” al cual he hecho alusión antes, documento de varias centenas de páginas, ¡en sólo algunas semanas! Asimismo, su resistencia al sueño, su indiferencia total ante los cambios horarios más extremos y su frescura después de los más largos vuelos despertaban la admiración de sus compañeros de viaje.

Como muy bien dijo John Ball: “Jacques-Louis Lions was a man of considerable personal magnetism and charm, whose charisma, brilliance as a teacher, and accessibility attracted others to work with him”. Era en efecto evidente que Jacques-Louis Lions tenía mucho carisma, ¡aunque esa cualidad no sea fácil de definir de forma rigurosa! Tenía igualmente una enorme disponibilidad, siempre amistoso y con una gran sencillez, nunca apresurado, dejando pensar a su alumno o interlocutor una vez que estaba en el centro de sus preocupaciones, cualidades que por supuesto facilitaban enormemente las relaciones con él.

Era también un hombre muy valiente, tanto ante el peligro físico como ante el dolor, incluso cuando éste se hizo insoportable. Nunca se lamentaba, reservando por el contrario su compasión para los demás.

Su profunda inteligencia, su visión comunicativa y su calurosa amistad marcaron de forma imborrable a todos los que se le acercaron.

Philippe G. Ciarlet
Laboratoire d'Analyse Numérique
Université Pierre et Marie Curie, Casier 187
4, place Jussieu
75005 París, Francia
correo electrónico: pgc@ann.jussieu.fr

(Traducción de Rosa Echevarría, por cortesía de SEMA)

Jacques–Louis Lions: Hasta siempre

por

Enrique Zuazua

Agur, Jauna!

EL HOMBRE

La tarea de escribir sobre el reciente y prematuramente desaparecido Jacques-Louis Lions me resulta muy difícil.

Conocí a Lions en la primavera de 1986 cuando yo iniciaba mi Tesis Doctoral en el Laboratoire d'Analyse Numérique de l'Université de Paris VI, fundado por él, y hoy denominado Laboratoire Jacques-Louis Lions.

Las circunstancias en las que encontré a Lions fueron sin duda un tanto singulares. Él, en aquella época, era Presidente del CNES (Centre National d'Etudes Spatiales), acababa de recibir el premio John von Neumann de la SIAM (Society for Industrial and Applied Mathematics) y se estaba dedicando intensamente al estudio de la controlabilidad de sistemas, para lo cual había introducido el hoy clásico Hilbert Uniqueness Method (HUM). Tal y como él acostumbraba a hacer, se había puesto en contacto con diversos colaboradores, entre ellos Alain Haraux, mi director de Tesis, con el objeto de clarificar algunas cuestiones relacionadas con la ecuación de ondas. Lions estaba a punto de iniciar su curso 1986-87 en el Collège de France y pensó que Alain podría redactar las notas del curso, pero éste, a su vez, pensó en mí pues él iba a ausentarse durante el semestre. Así, al final de una de aquellas conferencias del inolvidable seminario de los viernes por la tarde en el Collège de France, fui presentado a Lions quien, con la mirada cálida pero firme que le caracterizaba y aquella sonrisa que delataba su aguda inteligencia y singular ingenio, me preguntó si era capaz de escribir en francés. Yo, con franqueza, le dije que, con la ayuda de mi diccionario, sí. Esa respuesta le bastó y me confió aquella tarea que ocupó buena parte de mi tiempo durante un año y que influyó de manera decisiva en mi carrera profesional.

Nunca supe cuál era el sorprendente mecanismo que él utilizaba para seleccionar las personas a las que confiaba tareas profesionales y que conducía, por ejemplo, a dejar en manos de un joven estudiante con escasa experiencia, semejante tarea. Yo creo que había mucho de intuición y otro tanto de aquel espíritu mediterráneo que le empujaba a asumir riesgos con el único objetivo de descubrir y entender nuevas cosas a través de las Matemáticas. En efecto, siempre tuve la sensación que Lions se interesaba en los problemas de Ma-

temáticas en la medida en que estos representaban pequeños laboratorios de cuestiones mucho más trascendentes del mundo que nos rodea.

Evidentemente, sus apuestas no siempre fueron acertadas. Pero el optimismo que le caracterizaba hacía que cada una de esas apuestas erradas se convirtiese en realidad en un acierto. Eso, junto con la extraordinaria energía con que la naturaleza le había regalado, hicieron de Lions muy pronto un hombre sabio y así, además de continuar con su trabajo como matemático, se vio llamado a desempeñar muchas otras tareas de gran envergadura.

Se ha escrito mucho sobre Lions y aún se seguirá escribiendo. Creo pues que mi aportación ha de ser breve. Sería sin duda pretencioso por mi parte ocupar muchas páginas de esta GACETA hablando de una persona de su trascendencia y proyección para la que las Matemáticas fueron el eje central de su polifacética tarea profesional en la que no solamente estableció y mantuvo numerosas colaboraciones científicas a lo largo de todo el planeta sino que fue a la vez una persona implicada en tareas de gestión del más alto nivel. Entre otras, la presidencia del Institut National de la Recherche en Informatique et Automatique (INRIA) que él fundó, del CNES antes citado o de la Academia de Ciencias de Paris y de la Unión Matemática Internacional.

Sí que me gustaría mencionar una de las frases que le escuché en más de una ocasión: “Los problemas no resueltos vuelven a surgir una y otra vez”. Tuve la ocasión de comprobar eso en varias ocasiones a lo largo de los años en los que colaboramos. Efectivamente, los problemas que en su momento no habíamos resuelto surgían nuevamente en más de una ocasión condicionando de ese modo la comprensión y el avance en la materia a la resolución de la vieja cuestión. En Matemáticas eso es frecuente, si no sistemático: descifrar una pequeña clave abre las puertas a infinidad de nuevas avenidas. Tal vez por eso Lions fue, dentro de su flexibilidad a la hora de tomar decisiones, una persona de convicciones firmes y sumamente resolutiva. Así, rara vez tuvo que echarse atrás en una decisión que ya hubiese tomado.

En lo que respecta a su contribución a las Matemáticas se ha dicho mucho también y creo que el artículo de Philippe Ciarlet que, traducido al castellano, se incluye en este número de LA GACETA es un fiel reflejo de su obra. Yo conocí de cerca sus realizaciones a partir de 1986 y más de cerca las desarrolladas en el ámbito del Control.

La Teoría del Control es sin duda una de esas disciplinas en las que las contribuciones de Lions marcarán un antes y un después. La revista ESAIM:COCV (European Series in Applied and Industrial Mathematics: Control, Optimization and the Calculus of Variations) (<http://esaim.emath.fr/>) acaba de publicar, en un volumen de dos tomos, un número especial en su memoria en el que se recogerán contribuciones de sus colaboradores más próximos en esta disciplina y podrá ser de utilidad para todos los interesados en conocer las aportaciones de Lions a este campo. Qué duda cabe, éstas son profundas y variadas, lo mismo que su rica descendencia matemática en la que a alumnos directos hay que sumar los muchos investigadores que colaboraron con él.

SUS CONTRIBUCIONES AL CONTROL

Una de las áreas de trabajo preferidas de Lions fue la de la Teoría del Control que él cultivó de una manera muy personal y con enorme eficacia. Cuando a finales de los sesenta comenzó a interesarse por este campo, su formación era la de un matemático puro que había contribuido de manera decisiva a lo que hoy forma ya parte de los fundamentos de la teoría moderna de las Ecuaciones en Derivadas Parciales y después había cultivado el ámbito del Análisis Numérico.

En la Teoría del Control Lions encontró el laboratorio perfecto donde ensayar todas sus técnicas e ideas. En efecto, controlar un sistema, algo fundamental tanto en la propia supervivencia de la especie humana como en los ámbitos más avanzados y sofisticados del desarrollo tecnológico, exige no sólo saber si las soluciones existen o no, si son regulares, o ser capaces de aproximarlas numéricamente. Efectivamente, controlar un sistema necesita también de una profunda comprensión de las propiedades cualitativas del sistema para poder prever la respuesta de las soluciones y su sensibilidad a las variaciones que en el sistema se introduzcan a través de los controles. Así, el Control fue siempre una de las piezas clave del paradigma que él popularizó: *Modelización - Análisis - Simulación Numérica - Control*.

Tras publicar en 1969 su célebre libro sobre Ecuaciones en Derivadas Parciales No-Lineales [L2], que constituye todavía hoy en día una referencia básica, Lions se interesó por la Teoría de la Homogeneización. Su libro [BLP] en colaboración con Alain Bensoussan y George Papanicolaou es una referencia obligada en esta disciplina.

Pero ya para entonces Lions se interesaba por la Teoría del Control y en 1968 había publicado un libro [L1] en francés en el que generalizaba a las EDP el principio del máximo que Pontryagin y sus colaboradores habían desarrollado en el caso de sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias y que constituyó uno de los hitos más importantes de la Teoría del Control. Este libro fue posteriormente traducido al inglés en 1971 e influyó de manera muy importante en el área.

Más adelante Lions escribió un nuevo libro sobre el Control de Sistemas Singulares [L3] y otro en colaboración con A. Bensoussan [L4] sobre el control de sistemas estocásticos. Más tarde publicó en China un libro con algunas contribuciones de Li-Ta-Tsien [L5]. Todos ellos son obras bien conocidas en el campo.

Esta actividad se vio reforzada y continuada a partir de 1973 por sus cursos anuales en el Collège de France en el marco de su cátedra “Analyse et Contrôle des Systèmes” en los que, cada año desarrollaba, un nuevo tema. No puedo dejar de resaltar que resulta sorprendente que una persona que compaginaba su cátedra del Collège de France con cargos como la presidencia del CNES fuese capaz de desarrollar cada otoño un nuevo curso que constituía foro de encuentro de muchos profesores franceses y extranjeros, jóvenes y seniors, y que inspiró a tantos investigadores en sus trabajos posteriores.

Más adelante Lions se interesó por los problemas de controlabilidad en los que se pretende saber si un sistema de evolución puede llevarse de un dato inicial a un dato final mediante la acción de un control adecuado. En 1986 Lions publicó una Nota en los Comptes Rendus de l'Académie des Sciences de Paris [L6] en la que introdujo su ya célebre método HUM para la controlabilidad de sistemas lineales de evolución. Lions desarrolló un poco más esta teoría en su artículo publicado en SIAM Review [L7] en la ocasión de la recepción del premio John von Neumann. Este tema fue el que eligió para sus cursos en el Collège de France en los años académicos 1986-87 y 1987-88. Los textos de estos cursos [L8] y [L9] fueron publicados en 1988 por Masson en sendos volúmenes de la colección RMA (Recherche en Mathématiques Appliquées) que Lions dirigía junto con Philippe Ciarlet.

Estos dos textos constituyeron una contribución central de Lions y el inicio de un fructífero período de investigación en el área durante los últimos quince años. Asimismo, sus trabajos posteriores en otros temas estuvieron fuertemente marcados por las técnicas y puntos de vista desarrollados en estos dos volúmenes y su trabajo posterior en este ámbito.

Existen aún numerosos problemas abiertos en Teoría del Control. Pero el área conoce dos eras: la anterior y posterior a las contribuciones de Lions.

Lions, en su trabajo en este campo, hizo gala de su talante abierto y creativo: Todos los métodos eran buenos si servían para resolver problemas y, además, la vida diaria o el mundo de la Industria por el que tanto se interesó, estaba llena de problemas que podían ser formulados en términos matemáticos que conducían con frecuencia a interesantes problemas de control.

Para Lions el binomio "*Matemáticas - Mundo real*" fue siempre indisoluble.

UN PROBLEMA ABIERTO

En homenaje a Lions, entendiendo que para él las cuestiones matemáticas habían siempre de jugar un papel central, y que fue en ese contexto que tuve la ocasión de conocerlo, me gustaría concluir estas líneas formulando un problema abierto que desde hace quince años le intrigó y que, a pesar de los esfuerzos de muchos, sigue aún estándolo. El lector interesado en una presentación más detallada de este problema podrá consultar [ZZ]. La teoría lineal correspondiente es una de las contribuciones maestras de Lions a la que antes hacíamos referencia ([L6]-[L9]).

Consideramos la ecuación de ondas semilineal

$$\begin{cases} y_{tt} - y_{xx} + y^3 = \chi_{\omega}(x)u(t, x) & \text{en } (0, 1) \times (0, T), \\ y = 0 & \text{para } t \in (0, T); x = 0, 1 \\ y(0) = y_0, \quad y_t(0) = y_1 & \text{en } (0, 1). \end{cases} \quad (1)$$

Se trata de un modelo no-lineal simplificado para las vibraciones de una cuerda. El *estado*, que representa la deformación de la cuerda, viene dado

por $y = y(x, t)$. El *control* viene dado por la función $u = u(x, t)$ que actúa sólo en una parte de la cuerda pues χ_ω denota la función característica del subintervalo $\omega = (\alpha, \beta)$. El problema que nos ocupa es sólo relevante cuando (α, β) es un subintervalo estricto de $(0, 1)$. En caso contrario, el control actúa en todo el dominio y hace que la presencia de la no-linealidad sea totalmente irrelevante.

El sistema anterior está bien puesto: Para cualquier par de datos iniciales (y_0, y_1) en el espacio de energía $H_0^1(0, 1) \times L^2(0, 1)$, y cada control u en $L^2((0, 1) \times (0, T))$ existe una única solución y en $C([0, T]; H_0^1(0, 1)) \cap C^1([0, T]; L^2(0, 1))$.

Además es conocido que, para cada dato inicial (y_0, y_1) de energía finita, existe un tiempo $T(y_0, y_1) > 0$, de modo que la solución se puede llevar al equilibrio en ese instante mediante un control adecuado. Es decir, existe $u \in L^2((0, 1) \times (0, T(y_0, y_1)))$ tal que la solución de (1) satisface

$$y(T) \equiv y_t(T) \equiv 0, \quad (2)$$

en ese instante.

Se trata de un resultado de *controlabilidad*. El resultado es de naturaleza global pues es válido para todos los datos iniciales pero no es uniforme pues el tiempo de control depende del dato inicial (las estimaciones de las que se dispone hasta el momento indican que T depende de manera logarítmica de la norma de los datos iniciales a controlar) en contraposición con lo que ocurre en el marco de las ecuaciones lineales.

El problema abierto al que hacía referencia es: *¿La ecuación (1) es controlable en un tiempo independiente de la talla de los datos iniciales a controlar?*

Esto es así en el caso de la ecuación de ondas lineal para la cual el tiempo puede calcularse fácilmente viendo cuánto tiempo una característica del sistema puede propagarse sin interceptar la región ω donde el control actúa. Se obtiene así un tiempo de control $T = 2 \max(\alpha, 1 - \beta)$.

Como decíamos más arriba, a pesar de intensos y múltiples esfuerzos, el problema está aún abierto. Estoy seguro de que a Lions le hubiese gustado conocer la respuesta y que ésta exigirá de ideas innovadoras con respecto a lo que hasta hoy se conoce.

A MODO DE CONCLUSIÓN

Lamento profundamente la pérdida de Lions que se manifiesta ya en el día a día, pues ya no llegan aquellos faxes en los que, con la amabilidad, elegancia y profundidad de pensamiento que le caracterizaban, planteaba alguna de aquellas cuestiones matemáticas que constituían para mí y muchos otros, mucho más que un trabajo, uno de los mayores alicientes para empezar los días con optimismo y trabajar con pasión.

Nos queda el indeleble legado del maestro, pues lo era, y del hombre que, pese al gran prestigio profesional y social del que gozaba, siempre estuvo

dispuesto a escuchar, sin distinguir edades ni procedencias. Después de ver el volumen de correo que recibía a diario en el Collège de France, nunca conseguí entender cómo hacía para responder a tantas cartas y con tanta celeridad y eficacia, aportando casi siempre la idea o sugerencia acertada.

Lions, mediante su obra y escuela, seguirá influyendo en buena medida en nuestra concepción de las Matemáticas y, a través de ellas, en nuestra manera de entender el mundo que fue siempre su gran fuente de problemas abiertos.

Espero que sus valores humanos, su concepción del mundo y su manera de hacer también dejen su traza. Lions fue siempre muy francés, en el mejor sentido de la palabra, siendo universal. La Universidad española, que lo es de manera tan peculiar, tiene mucho que aprender del legado de hombres como él.

Pero el siglo XXI que estrenamos será sin duda otra cosa. Con Lions se nos va, ya casi del todo, una etapa épica de las Matemáticas que cada vez es más difícil reconocer hoy en el día a día.

Queda en cualquier caso su huella y mi más profundo agradecimiento.

REFERENCIAS

[BLP] A. BENSOUSSAN, J. L. LIONS Y G. PAPANICOLAOU, *Asymptotic Analysis for Periodic Structures* en “*Studies in Mathematics and its Applications*”, vol. 5, North-Holland, Amsterdam (1978).

[L1] J. L. LIONS, *Sur le Contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*, Dunod, Gauthier Villars, Paris (1968). Traducción al inglés (S.K. Mitter), Springer-Verlag, Lecture Notes, vol. 170 (1971).

[L2] J. L. LIONS, Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires, en “*Etudes Mathématiques*”, Dunod, Gauthier Villars, Paris (1969).

[L3] J. L. LIONS, *Perturbations singulières dans les problèmes aux limites et en Contrôle optimal*, Springer Verlag, New York, Lecture Notes in Mathematics, vol. 323 (1973).

[L4] J. L. LIONS, *Applications des inéquations variationnelles en Contrôle stochastique*, Dunod-Bordas, Collection M.M.I., Paris (1978).

[L5] J. L. LIONS, *Some Methods in the Mathematical Analysis of Systems and their Control*, Science Press, Beijing (China) y Gordon & Breach Science Publishers Inc., New York (1981).

[L6] J. L. LIONS, Contrôlabilité exacte des systèmes distribués. *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, t. 302 (13), série I, 471-475, Avril 1986.

[L7] J. L. LIONS, Exact Controllability, Stabilization and Perturbations for Distributed Systems, John Von NEUMANN Lecture 1986, SIAM Annual Meeting, 1986, Boston, *SIAM Review*, **30** (1) (1988), 1-68.

[L8] J. L. LIONS, Contrôlabilité exacte, Perturbations et Stabilisation de Systèmes Distribués: Contrôlabilité exacte, Masson, Paris, Collection R.M.A. (Recherches en Mathématiques Appliquées), vol. 8, 1988.

[L9] J. L. LIONS, Contrôlabilité exacte, Perturbations et Stabilisation de Systèmes Distribués: Contrôlabilité exacte, Masson, Paris, Collection R.M.A. (Recherches en Mathématiques Appliquées), vol. 9, 1988.

[ZZ] X. ZHANG Y E. ZUAZUA, Exact controllability of the semilinear wave equation, en “*Open problems in mathematical systems theory and control*”, en vías de publicación. (<http://www.inma.ucl.ac.be/blondel/op/>).

Enrique Zuazua
Departamento de Matemáticas
Universidad Autónoma de Madrid
28049 Madrid
correo electrónico: enrique.zuazua@uam.es

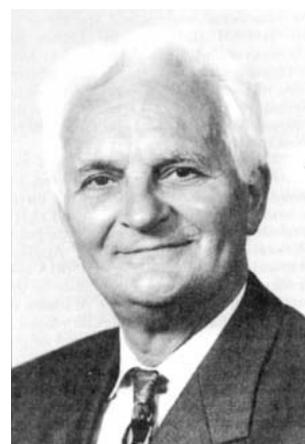
El legado de Jacques-Louis Lions (1928-2001) a través de sus libros: mi limitada visión

por

Jesús Ildefonso Díaz

El 17 de mayo de 2001 fallecía en París uno de los matemáticos más distinguidos del siglo XX: Jacques-Louis Lions.

El legado de Jacques-Louis Lions va mucho más allá de sus 20 libros y casi 600 publicaciones³. Su intuición excepcional y una capacidad de trabajo fuera de lo normal le llevaron a abrir nuevos campos de desarrollo para la matemática cultivados después por numerosos especialistas. Fundador de lo que se podría denominar como Matemática Aplicada francesa, su obra ha dejado también una enorme huella en otros muchos países y en especial en el nuestro. Su activa participación como formador de doctores españoles⁴ (lista que comenzaría en los sesenta con Antonio Valle Sánchez y se extendería más tarde a J.A. Fernández Viña, J. L. Andrés Yebra, C. Fernández Pérez y M. Lobo Hidalgo)⁵ fue reconocida con su nombramiento como Doctor Honoris Causa por las universidades Complutense, Politécnica de Madrid, Santiago de Compostela y Málaga, y como miembro extranjero de la Real Academia de Ciencias.



Desde la triste fecha de su desaparición han sido muchos los obituarios dedicados a su figura (véase por ejemplo Temam [113], Magenes [107], Ciarlet [11], el dedicado por la AMS a cargo de Lax, Magenes y Temam [42], las notas aparecidas en nuestro país, Valle [115], Díaz [18], y los *Temoignages*⁶ vertidos

³La gran actividad mantenida hasta unos meses antes de que le venciera la enfermedad explica que puedan existir trabajos suyos aún en trámites de publicación.

⁴Su primera visita a España data de 1963. Su viaje, financiado por la Embajada de Francia, consistió en tres etapas (Barcelona, Zaragoza y Madrid) en las que impartió una serie de conferencias de las que existen unas notas escritas ([57]). Fue con ocasión de ese viaje cuando entabló gran amistad con Alberto Dou, quien desde entonces favoreció, de manera providencial, los contactos con él y su escuela.

⁵No siempre figuraría oficialmente como su director y, de hecho, su labor de formación se extendió a muchos otros “jóvenes” matemáticos españoles.

⁶Debidos a J. P. Aubin, A. Bensoussan, J. Cea, J.-P. Dias, J.I. Díaz, E. Magenes, J. Periaux, O. Pironneau, J. P. Puel, P.-A. Raviart, E. Rofman, R. Temam, A. Theis, G. Tronel y E. Zuazua.

en el número 55, de octubre de 2001, de la revista *Matapli* de la sociedad francesa SMAI. Seguramente, muchos otros están por aparecer. A parte de pequeños *workshops* que colateralmente recuerdan su obra, un gran coloquio en su honor ha sido organizado en París, del 1 al 5 de julio de este año⁷. Pese a la magnitud de ese evento estoy seguro que no será el último que se organice con esa finalidad.

Cuando los anteriores directores de LA GACETA tuvieron la gentileza de invitarme a escribir una notas sobre el profesor Lions me sugirieron abordar prioritariamente una descripción de su obra científica, dada la avalancha de testimonios de otro tipo que se iba a producir en los que sus responsabilidades en grandes centros e instituciones (INRIA, CNES, UMI, Académie des Sciences, del Año Mundial de las Matemáticas, etc.) serían objeto de consideración.

Entre otras opciones posibles, me decanté por utilizar la cronología de sus libros como jalones indicativos de tan abrumador empeño, con la intención de ilustrar, aunque sólo fuese de manera sucinta, su inmensa obra⁸. Pero esta perspectiva no podrá dejar de ser limitada en varios sentidos. En primer lugar, difícilmente puede dejar de ser limitado un artículo de este estilo cuando existe tal diferencia de talla científica entre quien lo escribe y el homenajeado. Pero además, el artículo aparece también limitado pues se trata de una glosa en alguna manera inacabada: lo comencé antes del verano del año pasado y lo cierro ahora, en enero de 2002, siguiendo la sugerencia de los directores de la revista de no aplazar su aparición por más tiempo. Cada vez que lo releía añadía nuevos comentarios y referencias y otros muchos que me venían a la cabeza quedaban sin plasmar. Temía que esto se pudiese alargar eternamente, por lo que tomé como buena la sugerencia de los directores. Finalmente, no quisiera dejar de señalar que la redacción de estas líneas está en deuda con numerosos amigos y colegas que leyeron y enriquecieron el manuscrito.

DE SU TESIS DOCTORAL A SU PRIMER LIBRO: PROBLEMAS DE CONTORNO LINEALES

Jacques-Louis Lions nació en Grasse, un bello pueblo cercano a Niza. Su padre fue alcalde de dicha localidad durante casi treinta años. Su mujer, Andrée, que le ha sobrevivido, también es oriunda de allí. Los Lions disfrutaban pasando las vacaciones en su localidad natal, alternando con otras estancias en la montaña. La luminosidad y peculiaridades del sur de Fran-

⁷Información detallada sobre el coloquio y sobre otros testimonios aparecidos sobre Jacques-Louis Lions pueden encontrarse en la página <http://acm.emath.fr/congres-jllions>

⁸J.-L. Lions solía facilitar únicamente la lista de sus libros junto a una breve descripción de los detalles de su perfil académico y un breve listado de sus distinciones más sobresalientes cuando le requerían su curriculum por motivos oficiales. De alguna manera, otorgaba a sus libros carta de representatividad de su dilatada obra científica.

cia seguramente impregnaron el carácter abierto y optimista de Lions⁹, quien hacía gala, en sobremesas distendidas, del privilegio de ser mediterráneo. Por deseo suyo, sus restos reposan en Grasse.

Su periodo de formación universitaria le llevaría a París, donde ingresaría y permanecería, de 1947 a 1950, en la Ecole Normale Supérieure, una institución creada en tiempos de Napoleón que acoge a los alumnos más brillantes de cada promoción tras unas pruebas de selección de gran dificultad. Su primer puesto de trabajo fue como investigador, sin docencia, en el CNRS, trabajando bajo la dirección de Laurent Schwartz, quien había recibido la *medalla Fields*, en 1950, por su *teoría de las distribuciones*. El tema de tesis de Lions, así como el de otros alumnos de Schwartz, Bernard Malgrange y François Trèves, era el desarrollo de la aplicabilidad de la *teoría de las distribuciones* a los problemas de contorno, tema que el propio Schwartz apenas abordaría a lo largo de su dilatada obra¹⁰.

En junio de 1955 y tras una serie de notas en las Comptes Rendus de la Académie des Sciences de París¹¹, Lions defendía su tesis ([49]), en París, en la que sistematizaba la aplicación de la teoría de las distribuciones a los problemas lineales de contorno. Eran los inicios de una manera de abordar esos problemas de ecuaciones en derivadas parciales mediante la aplicación de resultados abstractos del Análisis Funcional en espacios de Banach y del que el famoso *Lema de Lax-Milgram* ([43]) es un excelente ejemplo para el caso de ecuaciones elípticas. Lions pronto amplió el espectro de problemas considerado en su tesis, abordando numerosos problemas diferentes como, por ejemplo, el difícil caso de las condiciones de contorno de tipo oblicuo ([50]) o el de los problemas lineales de evolución (tanto parabólicos como hiperbólicos) para los que obtuvo un resultado abstracto semejante al de Lax-Milgram y que hoy día es denominado como *Teorema de Lions* en los textos de Análisis Funcional y de Ecuaciones en Derivadas Parciales (véase, por ejemplo, el texto de Brezis [10]). La sistematización de esas contribuciones le conduciría a su primer libro ([55])

⁹En lo que sigue me referiré a Jacques-Louis Lions meramente por su apellido, especificando su nombre únicamente en caso de posible confusión con su hijo Pierre-Louis.

¹⁰Lions y Schwartz escribieron un único artículo en colaboración (Lions y Schwartz [92]), de interés marginal para el conjunto de sus obras científicas. En mi opinión, y como se puede deducir de la descripción de sus inquietudes en su autobiografía (véase Schwartz [110]) el interés de Schwartz por las aplicaciones fue mucho más tenue. Pese a esta obvia diferencia, Lions mantenía un gran aprecio y guardaba un recuerdo constante de sus años bajo la dirección de Schwartz. En una ocasión me comentó que preparando las palabras de agradecimiento ante la recepción de la Legión de Honor (en grado de Commandeur) que le entregaría Mitterrand unos días más tarde, en 1993, todavía le venía a la cabeza la figura de Schwartz diciéndole que su discurso se podía refinar aún más.

¹¹Ésta sería una revista muy apreciada por él a lo largo del resto de su vida científica. En ella presentaría, de manera sistemática, las primeras versiones de sus contribuciones. Lions contribuyó, de manera crucial, a la buena salud que hoy goza tal revista, potenciando la publicación en ella entre sus discípulos, colaboradores y otros autores.

que publicaría en 1961 aludiendo a las *ecuaciones diferenciales operacionales* por referirse a ecuaciones abstractas, $u'(t) + Au(t) = f(t)$, sobre espacios de Banach en los que “los coeficientes” dependientes de la solución $u(t)$ vienen dados por un operador no acotado $Au(t)$.

ACTIVIDAD EN FRENTES SIMULTÁNEOS: CUASI-REVERSIBILIDAD

La actividad de Lions dejará pronto huellas de un interés desplegado en diferentes líneas de investigación. Así, en breve sus trabajos tratarían sobre un tema distinto al de su tesis: el estudio de los soportes para productos de composición y la transformada de Laplace ([47], [48]). En el mismo periodo de elaboración de lo que sería su primer libro también había abordado temas muy diversos tales como el estudio de los espacios de Beppo Levi (junto a J. Deny, [16]), los espacios definidos por una integral de Dirichlet (en colaboración con L. Hörmander [38]), la *transmutación* de operadores diferenciales en el campo complejo (con J. Delsarte [15]). También había comenzado la consideración de temas que, más tarde, serían objeto de sendos libros: los problemas no lineales ([52]) y la interpolación de espacios¹² y sus aplicaciones ([53]).

En 1967 Lions publicaba su segundo libro (en colaboración con Lattès [41]), que traduciría al inglés¹³ el mismísimo R. Bellman. Trataba de un tema distinto a los anteriores: el estudio de las condiciones bajo las cuales un problema en ecuaciones en derivadas parciales está “bien puesto” (en el sentido de J. Hadamard) y cuándo es posible vulnerar esas condiciones generales para “hacer reversible” lo que usualmente no lo es. A diferencia de otras ocasiones, la colaboración con R. Lattès no tenía más antecedente que un pequeño trabajo conjunto ([40]).

PERIODO DE ACTIVIDAD MÁGICA: PROBLEMAS NO HOMOGÉNEOS, CONTROL Y PROBLEMAS NO-LINEALES

En el periodo en que redactaba esos dos libros, Lions desplegó una actividad investigadora que le llevaría a publicar tres libros en 1968, seguidos de otros dos muy cercanos en el tiempo; uno en 1969 y otro en 1970.

¹²Esta sería una de sus aportaciones más cercanas a lo que se podría denominar “matemática pura”: partiendo de una función perteneciente a dos espacios vectoriales topológicos distintos, se trata de caracterizar los muchos otros espacios en los que esa función queda automáticamente inmersa.

¹³Un aspecto permanente en cada uno de los libros de Lions, sobre el que no volveré a incidir, es su traducción a otros idiomas, entre los cuales el inglés y el ruso son fijos y a veces incluyen el japonés y el chino. A Lions le gustaba hacer referencia explícita a los nombres de los traductores.

Tres de los libros antes mencionados se refieren a la obra en colaboración con Enrico Magenes¹⁴ ([84]) desarrollada con una larga serie de artículos que se iniciaba en 1960. En este caso, el objetivo que los autores abordaban era los *problemas de contorno no homogéneos*. En la práctica, las ecuaciones en derivadas parciales y/o las condiciones de contorno no son homogéneas sino que vienen igualadas a unas funciones independientes de la incógnita del problema (ya sea escalar o vectorial). Se trataba de caracterizar, con la mayor precisión posible, los espacios funcionales requeridos para que tales problemas estuviesen bien planteados. Era necesario ir más allá de los espacios de Sobolev de índices naturales (introducidos por L. A. Sobolev a finales de los años treinta) y recurrir a datos en espacios de Sobolev de índices negativos y fraccionarios de manera que las “energías asociadas” a las soluciones estuviesen bien definidas. Las soluciones de los problemas de contorno no tienen por qué ser funciones continuas, aunque siempre son integrables en el sentido de Lebesgue y la correcta interpretación de su *traza*, o restricción, sobre un conjunto de medida nula (como es el borde del abierto sobre el que se plantea la ecuación en derivadas parciales) requiere un análisis fino. En realidad, en el periodo entre 1957 y 1968, Lions estaba desarrollando en paralelo la *teoría de la interpolación* entre espacios de Hilbert, o de Banach, cuyas aplicaciones al caso de los espacios de Sobolev suministraban la materia prima de su extensa y sistemática obra con Magenes. Parece que Lions comenzó a interesarse por estos temas a raíz de una estancia posdoctoral de un año en la Universidad de Kansas con Nachman Aronszajn. Lions comenzó aplicando métodos de la teoría de funciones de variable compleja (al igual que lo haría A. Calderón). Más tarde (bien mediante contribuciones suyas o en colaboración con C. Foias [30] y en especial con J. Peetre [85]) desarrolló nuevos métodos, esta vez de funciones de variable real.

Otro de los libros antes aludidos, en lo que muy bien se podría denominar “periodo de actividad mágica” de Lions, se refiere a un campo distinto a los anteriores que pasaría a ser su campo principal de actividad¹⁵: *la Teoría de Control*. El acercamiento de Lions hacia ese tema vino precedido de un trabajo de 1965, en colaboración con Guido Stampacchia ([93], [94]), sobre *inecuaciones variacionales*, tema muy cercano al Cálculo de Variaciones al que me referiré más adelante. Es a partir de 1966 cuando Lions se plantea dar respuesta a una pregunta tan general y ambiciosa como ésta: ¿es posible “controlar” los sistemas regidos por ecuaciones en derivadas parciales? Las herramientas de la Teoría de Control asequibles en ese momento eran el *principio del máximo de Pontryaguin*, el de la *programación dinámica de Bellman*

¹⁴Magenes se convertiría en uno de sus mejores amigos. Sería quien pronunciase unas palabras de reconocimiento en los dos homenajes celebrados en París con motivo del 60 y 70 aniversarios de Lions.

¹⁵La cátedra del Collège de France que ocuparía Lions desde 1973 hasta su jubilación, en 1998, llevaba como título el de *Analyse Mathématique des Systèmes et de leur Contrôle*.

y la *teoría del filtro de R. Kalman*¹⁶: todas ellas introducidas para sistemas finito-dimensionales dados por ecuaciones diferenciales ordinarias. El impulso decisivo para su extensión a sistemas infinito-dimensionales, regidos por ecuaciones en derivadas parciales, fue dado por Lions en una serie de tres notas en 1966 ([59])¹⁷ a las que siguió su libro ([60]) que no ha cesado de ser objeto obligado de referencia por haber marcado “un antes y un después” en esa teoría, abriendo un fértil campo de investigación.

El último libro, que culmina el “periodo de actividad mágica” de Lions es el dedicado a problemas no lineales aparecido en 1969 ([61]). Tras las breves notas, de 1958, dedicadas a problemas cuasilineales ([52]), Lions se ocupó, en 1959, del sistema de ecuaciones de Navier-Stokes que modela la dinámica de los fluidos incompresibles. Pese a la multitud de profundos estudios anteriores sobre tan fundamental sistema, que parten ya de la obra de L. Euler, este complicado problema no lineal no había recibido un tratamiento matemático general hasta la aparición de los resultados de Jean Leray en una serie de trabajos de comienzos de los años treinta (véase, por ejemplo, [44]). La existencia de soluciones globales en el tiempo, para el caso tridimensional y bajo adecuadas hipótesis, fue obtenida en 1950 por E. Hopf. En su nota ([54]) Lions simplificó y extendió el resultado de Hopf, abordando la cuestión de la unicidad de soluciones, para el caso bidimensional¹⁸ en colaboración con G. Prodi([87]). De esta manera, sus contribuciones junto a las de O.A. Ladyzhenskaya y J. Serrin, daban cuerpo a la forma usual en la que se presenta ahora el tratamiento matemático de la dinámica de fluidos incompresibles (véase, por ejemplo Temam, [112]). Su afamado libro de problemas no lineales fue la fuente en la que muchos autores, entre los que me cuento, iniciaron sus pasos. El texto, abarcaba una gama enormemente variada de problemas no lineales, presentados de una manera altamente original y pedagógica; no tanto en atención al problema particular considerado sino organizado en diferentes capítulos según los métodos empleados. Lions recogía en él tanto sus resultados sobre ecuaciones de evolución no lineales (obtenidos con W. A. Strauss [95]) como los obtenidos con su admirado J. Leray¹⁹ ([45]), sobre ecuaciones elípticas cuasilineales motivadas

¹⁶Lions me comentó en varias ocasiones su profunda admiración por el resultado de Kalman que, en particular, hacía posible el control “en tiempo real” de las trayectorias de las naves espaciales tras fluctuaciones imprevistas.

¹⁷Un testigo excepcional de aquel momento crucial para la teoría de control para EDPs fue Antonio Valle. Lions citó, durante bastante tiempo, los resultados obtenidos bajo su dirección (Valle [114]).

¹⁸El problema de la unicidad de soluciones globales y el estudio de posibles singularidades para datos iniciales generales es uno de los siete problemas abiertos que la Fundación Clay distinguió en el 2000 dotando su resolución con un millón de dolares.

¹⁹Lions dejó muchas trazas de su gran admiración por la obra de Leray, encumbrado al Collège de France anteriormente a él. Recuerdo que una noche de mayo de 1998, cenando con él y su esposa, Andrée, en el restaurante “Le coupe chou”, cercano al Collège y al que acudía con asiduidad con sus invitados, nos rogó que le dispensásemos pues Leray le había

por el Cálculo de Variaciones, provenientes en ciertos casos particulares, como ecuaciones de Euler-Lagrange asociadas a puntos estacionarios de adecuados funcionales.

Un capítulo de lectura obligada durante muchos años fue el dedicado al método de monotonía. Los resultados abstractos de la teoría lineal (como el *Lema de Lax-Milgram* o los de su tesis) ahora requerían la noción de *operador monótono* ya sea de un espacio de Hilbert en su dual o bien en sí mismo²⁰. El segundo de los casos es requerido a la hora de extender el *Teorema de Hille-Yosida* de generación de *semigrupos de contracciones* al caso de operadores no lineales. Lions ya se había ocupado tempranamente, en 1957 ([51]), de este bello teorema enlazando las ecuaciones diferenciales en espacios de Hilbert (de dimensión infinita en las aplicaciones a ecuaciones en derivadas parciales) y el Análisis Funcional. La noción de monotonía aparecía también ligada al Cálculo de Variaciones pues la *derivada Gâteaux* de un funcional (que igualada a cero expresa las ecuaciones de Euler-Lagrange) es un operador monótono, supuesto que el funcional sea convexo (propiedad satisfecha en numerosas aplicaciones relevantes). La *teoría de operadores monótonos* estaba siendo desarrollada, en paralelo, por muchos otros autores, tales como Eduardo Zarantonello, George Minty y, especialmente, Felix Browder. Una de las aportaciones fundamentales del trabajo de Leray y Lions [45] fue observar que bastaba que los términos de mayor orden de la ecuación en derivadas parciales fuesen monótonos, aunque la presencia de términos de orden inferior impidiesen que “todo” el operador lo fuese. Propusieron una noción abstracta a ese respecto (*operador del Cálculo de Variaciones*) que más tarde sería redondeada con la noción de *operador pseudo-monótono* por un joven discípulo de Lions en su tesis de tercer ciclo: Haïm Brezis. El libro de Lions extendía unas notas (tomadas por F. Murat) de su curso de tercer ciclo²¹ en la universidad de París VI²² en 1968/1969 que,

pedido que le telefonara a las nueve en punto para terminar una conversación iniciada en la mañana. Lions tenía entonces 71 años y Leray 93. En aquella cena me contó detalles sobre como Leray había rehecho, sin saberlo, resultados previos sofisticados a la hora de culminar su artículo en común.

²⁰El lector no ha leído mal: pese a que el *teorema de Riesz* permite identificar el dual de un espacio de Hilbert a sí mismo, tal identificación no puede ser aplicada cuando se manejan a la vez dos espacios distintos (aunque uno tenga inclusión continua y densa en el otro $V \subset H$). En ese caso se alcanza lo que Lions, jocosamente, llamaba “trinidad” $V \subset H = H' \subset V'$. Con gran frecuencia el espacio H viene dado por $L^2(\Omega)$, donde Ω es un abierto acotado de \mathbb{R}^N . El espacio V suele corresponder a un espacio de Sobolev que incluye las condiciones de contorno (por ejemplo, $V = H_0^1(\Omega)$ para problemas de segundo orden y condiciones de Dirichlet homogéneas).

²¹Lions tenía por costumbre cambiar de año en año el tema de su curso de postgrado. Desde su afiliación en el Collège de France esto constituía su única obligación docente.

²²Aunque impartido en el Institute Henri Poincaré.

de un carácter excepcionalmente exhaustivo para su tiempo, contenía también resultados originales suyos o de sus distintos alumnos²³.

MODELOS: INECUACIONES VARIACIONALES

Si la obra de Lions, hasta 1969, se puede enmarcar en dos campos típicos de su actividad (el Análisis Matemático y la Teoría de Control), otro de ellos, el de la construcción de modelos, no sería desarrollado sistemáticamente hasta que comenzó su colaboración con Georges Duvaut en el curso 1969-1970 ([25])²⁴. Tal colaboración se plasmó en una serie de más de una decena de trabajos y culminaría con el texto [26] en el que se exponía, de manera sistemática, la obtención de modelos para numerosos problemas de la Mecánica y de la Física dados en términos no ya de ecuaciones sino de inecuaciones, que se pueden ilustrar, a modo de ejemplos elementales, mediante problemas de la Mecánica Analítica con ligaduras unilaterales²⁵. El texto de Duvaut y Lions se centra en la consideración de ese tipo de ligaduras en el contexto de la Mecánica de Medios Continuos. Los antecedentes se remontan al llamado *problema de Signorini* en el que de un cuerpo elástico sólo se conoce su imposibilidad de penetrar (aunque con capacidad de apoyarse) en otro cuerpo rígido. Tras el tratamiento dado por G. Fichera [29], Guido Stampacchia había encontrado en [111] un resultado abstracto (generalizando el *Lema de Lax-Milgram*) que permitía mostrar la existencia de solución para inecuaciones variacionales de tipo estacionario. La sistematización matemática a casos más generales y, especialmente, a problemas dinámicos fue fruto de la colaboración entre Stampacchia y Lions ([93], [94]). Con su libro, Duvaut y Lions mostraron la universalidad de ese tipo de formulaciones al hacerlas emerger en contextos insospechados: desde problemas de climatización, flujos de fluidos no-newtonianos (como los polímeros, la lava, los glaciares, etc.), hasta problemas de antenas formulados en términos de inecuaciones variacionales asociadas a las ecuaciones de Maxwell.

En dos libros escritos con Alain Bensoussan ([3], [4]), Lions analizaría las aplicaciones de las inecuaciones variacionales a la *teoría de Control Estocástico* y al *Control impulsional*. Ambos textos son fruto de una intensa

²³Lions agradece en el prólogo los comentarios recibidos de sus alumnos C. Bardos, H. Brezis, P. Raviart, L. Tartar y R. Temam.

²⁴Como ya se ha comentado, Lions se había ocupado antes del análisis matemático de las ecuaciones de Navier-Stokes pero apenas desde el punto de vista de su obtención a partir de los principios fundamentales de la Mecánica de Fluidos.

²⁵No viene mal recordar que si bien la definición de *ligadura unilateral* aparece en las primeras páginas de casi todos los textos de Mecánica Analítica, con el fin de distinguirla de la usual, de tipo *bilateral*, sin embargo, la práctica totalidad de los textos se limitan a la consideración de estas últimas (véase, como ejemplo indicativo, las primeras páginas del texto de Goldstein [36]).

colaboración²⁶ que se inició en 1972 a raíz de la creación por Lions del IRIA (más tarde INRIA). Contienen una gran cantidad de conexiones con problemas planteados en Economía²⁷. En el primero de esos libros se ofrece un tratamiento muy exhaustivo de la posibilidad de obtener expresiones formalmente explícitas de las soluciones de EDPs (incluso no lineales). En el caso de las ecuaciones hiperbólicas de primer orden es bien sabido que su solución viene dada explícitamente en términos de las características. En el caso de las ecuaciones parabólicas o elípticas se tienen fórmulas semejantes pero ahora las características deben ser reemplazadas por *procesos estocásticos*. Los métodos probabilísticos aplicados a EDPs son muy adecuados para obtener estimaciones en L^∞ frente a las estimaciones en espacios de Sobolev obtenidas por métodos de energía. Bensoussan y Lions abordan las *ecuaciones de Hamilton-Jacobi* y *problemas de la teoría de juegos* asociados a procesos de control estocástico denominados de *tiempo de parada*. Es por esto que, a mi juicio, el libro puede entenderse como antesala de una buena parte de la obra de Pierre-Louis Lions, quien años más tarde llevaría a cabo un tratamiento mucho más sistemático y general de las ecuaciones de Hamilton-Jacobi (P.L. Lions [104]) que no están en forma divergencial para las que introduciría (junto a Mike Crandall) la crucial noción de *soluciones de viscosidad*²⁸. También se aborda, tempranamente, la construcción de un modelo matemático sofisticado (dado en términos de inecuaciones variacionales) para problemas provenientes ahora (a diferencia del libro con Duvaut) de Economía como, por ejemplo, problemas de opciones mercantiles (allí denominado *Probleme de Warrant*) abordado originalmente en Samuelson-Mac Kean ([108]) antes de la explosión de los modelos matemáticos sobre el riesgo en mercados financieros cuyo exponente más famoso es la conocida ecuación de Black-Scholes²⁹. El interés de Lions por modelos provenientes de la Economía se mantendría a lo largo de su

²⁶Tal colaboración se mantuvo viva hasta el final de sus días. De la gran cercanía entre ambos da buena fe el hecho de que sería Alain Bensoussan (entre los muchos discípulos de Lions con una obra excepcional) quien le sucedería (por dos veces) al abandonar la presidencia del INRIA, primero, y más tarde del CNES (en ese caso no de forma consecutiva).

²⁷En realidad la colaboración entre ellos comenzó en torno al Análisis Numérico. Tal y como me señaló Lions, su artículo conjunto con Temam ([7]) de más de 150 páginas podría considerarse como un libro. Curiosamente, aunque tal trabajo apenas fue mencionado en su día entre los especialistas (apareció en las actas de un congreso), en los últimos años está siendo muy citado (especialmente desde que Lions se ocupase, junto con Pironneau, de los métodos de descomposición para el cálculo paralelo).

²⁸Los dos excepcionales matemáticos (Jacques-Louis y su hijo Pierre-Louis) apenas se harían mención mutua en sus trabajos. Únicamente, a raíz de la incursión de Pierre-Louis en problemas de la Mecánica de Fluidos, las citas (especialmente del padre a los dos libros de su hijo sobre el tema: [106]) se harían algo más frecuentes, aunque, en todo caso, en grado muy reducido.

²⁹El reconocimiento de la importancia del estudio matemático de los “derivados financieros” llegaría en 1997 con la concesión a R.C. Merton y M. Scholes del premio Nobel en Economía. F. Black había fallecido en 1973.

vida (véanse, por ejemplo sus trabajos sobre los equilibrios de Pareto ([69]), de Nash y de von Stakelberg ([79]) y nuestro artículo en común sobre esos temas [23]).

Ese libro contiene también unos resultados sobre estimaciones de localización de fronteras libres (previamente publicado en forma de artículo en [2]) que abundaba en un resultado pionero de Brezis ([10]). Lions fue uno de los fundadores del amplio campo de los denominados *Free Boundary Problems* que hoy día cultivan multitud de especialistas. No sólo consideró tempranamente las inecuaciones variacionales como problemas típicos que originan fronteras libres (delimitando las regiones donde se alcanzan las restricciones impuestas). Su libro sobre problemas no lineales ([61]) dedicaba también una enorme atención (inusual para la época) a otros problemas de frontera libre que luego han sido objeto de atención pormenorizada y monografías especializadas tales como el problema de Stefan, la ecuación de los medios porosos y diversas ecuaciones para el p-Laplaciano³⁰.

El segundo libro fruto de la colaboración con Bensoussan ([4]) fue concebido como una continuación de [3]. Los problemas de control considerados se refieren al caso en el que, entre otras cosas, se ha de decidir en qué instantes y con qué impulso se actúa sobre un sistema complejo. Es el llamado *control impulsional* que tiene gran relevancia en las aplicaciones (por ejemplo, en el caso de las centrales hidráulicas) y que conducen a una variante de las inecuaciones variacionales en las que *el obstáculo* depende de la propia solución: son las denominadas *inecuaciones cuasivariacionales*. Además de poseer interesantes aplicaciones a problemas surgidos de la Economía, años más tarde se vería que tal tipo de modelos son de interés también en ciertos problemas de la Mecánica de Medios Continuos (véase, por ejemplo, la monografía de Baiocchi y Capelo [1]). Lions haría una sucinta presentación del contenido de sus dos libros con Bensoussan en varios cursos que luego aparecerían publicados en forma de libros y que contenían también nuevos resultados y otros temas distintos: el que impartió en la Universidad de Montreal³¹ en 1976 ([64]) y el impartido en Beijing en 1981 y que citaba con frecuencia ([66]).

³⁰Lions participó de manera activa en los primeros congresos monográficos que se celebraron sobre el tema. Asimismo inauguró la nueva revista *Interfaces and Free Boundaries* con su artículo (Lions [81]).

³¹Tuve ocasión personal de constatar tempranamente la generosidad y atención de Lions hacia los más jóvenes cuando, en 1976, tras haber visitado Madrid para recibir el nombramiento de Doctor Honoris Causa por la Universidad Complutense, José Luis Andrés Yebra y yo le escribimos solicitándole información sobre las notas de aquel curso. Su respuesta nos dejó impresionados: a vuelta de correo mandó a José Luis (antiguo alumno suyo) una copia, de más de trescientas páginas, de sus notas manuscritas (de su puño y letra) de lo que luego sería el texto de su libro.

ANÁLISIS NUMÉRICO DE EDP'S

Desde sus comienzos, el nombre de Lions ha sido asociado al tratamiento matemático de los mayores problemas tecnológicos (tanto de su país como de la esfera internacional) inquietud que contrastaba con el espíritu bourbaquista imperante en la matemática francesa. El tratamiento de esos sistemas complejos no podría limitarse, obviamente, a aspectos teóricos y cualitativos sino que requería ineludiblemente una aproximación cuantitativa en términos de algoritmos del Análisis Numérico. Sin embargo, es curioso que la primera *publicación oficial* de Lions sobre Análisis Numérico data de 1966 (Lions-Raviart [88]) pese a que su interés en ese campo tuviera sus orígenes en 1958 cuando impartió diferentes cursos sobre el tema tras su llegada a la Universidad de Nancy (de la que fue profesor de 1954 a 1962). De hecho, Lions impartió tempranamente cursos en París, antes y después de marchar a Nancy: lo hizo en el CEA (la agencia francesa de energía nuclear) y más tarde lo haría en Electricité de France, el Instituto del CNRS Blaise Pascal (cuyas notas aparecerían en tres tomos ([58])) y en su propia universidad parisina. Fruto de sus enseñanzas y dirección arrancarían las carreras de prestigiosos especialistas tales como J. Cea, P.A. Raviart, R. Temam, J.P. Aubin, Ph. Ciarlet, R. Glowinski y muchos otros.

Comenzó interesándose por métodos en diferencias finitas. Más tarde se ocupó (tesis doctoral de Cea, de 1960) del método de elementos finitos (aunque en aquellas fechas no fuese denominado como tal) discretizando, no ya la propia ecuación en derivadas parciales sino la formulación variacional correspondiente, dada en términos de multiplicación por adecuadas funciones *test*, para los problemas de contorno que él había sistematizado en su propia tesis. El método era usado de manera rudimentaria por los ingenieros pero le faltaba una fundamentación matemática. A continuación, centró su atención en las condiciones de estabilidad de los algoritmos (tesis de Raviart) y en algoritmos de descomposición (trabajos en colaboración con Temam y Bensoussan). Unas notas de sus cursos de Análisis Numérico, tomadas por sus estudiantes en 1961 (que comenzó impartiendo en la que más tarde pasaría a ser la Universidad París VI) aparecerían en 1973 ([62]) al hacerse cargo de un curso análogo en la Ecole Polytechnique (que mantendría entre 1966 y 1986).

Las etapas naturales que se le planteaban a continuación fueron las de desarrollar métodos de aproximación para las inecuaciones variacionales y la Teoría de Control. La primera tarea la comenzó con su artículo ([63]) y culminó con la publicación, en 1976, de dos volúmenes en colaboración con R. Glowinski y R. Trémolieres ([35]) y la segunda, años más tarde con una serie de artículos en los que Glowinski sería de nuevo su colaborador principal: [32] en 1990 y [33], en 1995 (este último de más de 300 páginas publicado en los dos primeros números de la revista *Acta Numérica*).

Tan sólo unos años antes de su muerte comenzaría a desarrollar un ambicioso programa sobre la adecuada formulación de procesos de descomposición

para el cálculo paralelo³². Esto le llevó a preparar un largo listado de notas en las Comptes Rendus en colaboración principalmente con O. Pironneau, aunque también con Glowinski y otros autores (véase, por ejemplo, [86], [34] y sus referencias), llegando a anunciar un libro en preparación sobre el tema en colaboración con Pironneau³³.

PERTURBACIONES SINGULARES Y HOMOGENEIZACIÓN

El curso 1970/71 Lions comenzó a impartir una serie de cursos de doctorado sobre problemas de contorno conteniendo un pequeño parámetro, ε , en alguno de los muchos datos posibles de su formulación (término independiente, datos en el contorno, operador diferencial, dominio, etc.) y que en general respondía a regularizaciones del problema límite formal obtenido para $\varepsilon = 0$. De nuevo, su propósito era dar una coherencia matemática a diferentes métodos asintóticos, técnicas clásicas de la Matemática Aplicada (véanse, por ejemplo, el texto de Eckhaus [27]), de uso frecuente en Ingeniería³⁴, pero con enormes dificultades para justificar resultados rigurosos de convergencia en los espacios funcionales en los que “debía” encontrarse la “solución límite”. Un primer resultado de esas inquietudes fue una serie de artículos que culminará con el voluminoso Lecture Notes de la Serie de Springer-Verlag aparecido en 1973 ([65]).

Esa nueva línea de investigación tendría su continuación natural en una larga colaboración con A. Bensoussan y G. Papanicolau (que comenzó con [6]) y que cristalizó con el famoso libro Bensoussan-Lions-Papanicolau [5]) en el que se sistematizaba el llamado *método de homogeneización* referente al estudio de problemas involucrando dos escalas características (espaciales o temporales) bien distintas: una microscópica, rápidamente oscilante, y la macroscópica. Estos métodos se revelaron fundamentales para el estudio de numerosos problemas tales como la construcción de modelos matemáticos para multi-estructuras elásticas (sólidos tridimensionales acoplados con paneles, varillas, etc.), flujos de fluidos en medios porosos y fabricación de nuevos materiales a través de materiales compuestos. El desarrollo matemático de ese tipo de técnicas tuvo (y mantiene en la actualidad) un vigor excepcional desarrollado por alumnos directos como Tartar, Ciarlet, Murat y otros, y por

³²A este respecto solía mencionar el artículo de Pierre-Louis Lions ([105]) como un avance conceptual relevante.

³³Quizás debido a sus responsabilidades en grandes instituciones, Lions se mantenía muy al día sobre los progresos en las capacidades de computación de las distintas generaciones de superordenadores. Se ocupó del tema en varios artículos y libros de carácter divulgativo ([46], [75], [73], [24]). A este respecto, manifestó reiteradamente su admiración por la clarividencia de J. von Neumann.

³⁴Uno de los ejemplos más ilustrativos es la teoría de la *capa límite* de Prandtl en Hidrodinámica.

matemáticos de gran prestigio como, por ejemplo, E. de Giorgi y O. Oleinik, por citar tan sólo dos de ellos³⁵.

CONTROLABILIDAD: EL MÉTODO HUM

Tras la publicación de su primer libro sobre control ([60]), Lions fue abordando nuevos problemas de esa teoría a medida que se iba embarcando en nuevas líneas de investigación. Así, por ejemplo, fue desarrollando, como capítulos aislados, el estudio del control para problemas con perturbaciones singulares y problemas de escalas múltiples.

En 1980, Lions centró su curso en el Collège de France sobre el control de sistemas distribuidos singulares en los que la ecuación de estado presenta singularidades y origina fenómenos peculiares tales como: inestabilidades, fenómenos de explosión en tiempo finito, soluciones múltiples, fenómenos de bifurcación, etc. Fruto de su atención por tales problemas (que mantendría hasta el final de sus días) fue el libro ([67]). Poco a poco fue interesándose más por cuestiones de controlabilidad que por el control óptimo. La controlabilidad para ecuaciones que dan lugar a fenómenos de explosión en tiempo finito atrajo de manera profunda su atención. Una conjetura que mantenía a este respecto era que a medida que un sistema generaba más inestabilidades era más fácil de controlar³⁶.

En 1986, con motivo de la conferencia impartida al recibir el premio “John von Neumann” otorgado por SIAM ([70]), Lions introdujo un nuevo método general para estudiar la controlabilidad de sistemas: el HUM o “Hilbert Uniqueness Method”. Su idea clave fue la de construir unas nuevas normas en el espacio de los datos (condiciones iniciales, datos de contorno, etc.) y aplicar sofisticados teoremas de unicidad retrógrada del tipo de los debidos a Holmgren, Calderón o Mizohata. El método fue primeramente aplicado a ecuaciones hiperbólicas, dando lugar a dos volúmenes ([71]) que correspondían de nuevo a las notas de su curso en el Collège de France (esta vez tomadas por E. Zuazua). En un libro posterior, escrito en colaboración con Lagnese ([83]), desarrolló la

³⁵Es de resaltar el papel (más o menos implícito) que varios científicos españoles desempeñaron en los orígenes de la teoría de la homogeneización, en especial de la mano de E. Sánchez Palencia quien se interesó muy tempranamente por ese tipo de técnicas, publicando su primer libro sobre el tema ([109]), en 1980. Sánchez-Palencia se instaló en París a mediados de los sesenta tras terminar sus estudios de ingeniero aeronáutico en la Escuela de Madrid e impartió, en 1965, un par de conferencias en el seminario sobre técnicas asintóticas organizado por Amable Liñán (destacado especialista en métodos de escalas múltiples aplicados a problemas de Mecánica de Fluidos y de Combustión). E. Sánchez Palencia mantuvo una estrecha relación con Lions (que se prolongaría hasta el final y que originó varios trabajos en colaboración: véase, por ejemplo, [89], [90] y [91]).

³⁶Esto fue rigurosamente mostrado en dos trabajos en colaboración con E. Zuazua sobre ecuaciones de orden superior a dos ([102], [103]). Véanse también nuestros trabajos ([21], [22]) para la ecuación semilineal de orden dos.

aplicabilidad de ese método al caso de problemas provenientes de la Teoría de la Elasticidad.

Me parece interesante resaltar, por lo que tiene de significativo sobre las conexiones de la obra de Lions con nuestro país, que la (nada trivial) adaptación de esa fina técnica al caso de ecuaciones parabólicas la presentó Lions en las *Jornadas Hispano-Francesas sobre control de sistemas distribuidos* que, organizadas por Antonio Valle, tuvieron lugar en Málaga, en 1991. En su conferencia (que luego aparecería en las actas [76] y continuaría en [74]) Lions se refirió también a un problema que a partir de ese momento sería objeto de atención de los especialistas en el campo: la controlabilidad de las ecuaciones de Navier-Stokes. Entre los muchos trabajos a los que dieron origen sus conjeturas son de citar los de E. Fernández-Cara ([28], sobre una versión debilitada de la controlabilidad), Coron ([12], para el caso de las ecuaciones de Euler), Fursikov-Imanuvilov [31], Lions-Zuazua ([99], [100], [101] en los que se da un resultado de controlabilidad genérica para el sistema de Stokes y respuestas en términos del desarrollo de Galerkin) e Imanuvilov [39], entre otros muchos trabajos de esos y otros especialistas.

Estos nuevos métodos de demostración de la controlabilidad (aproximada) para ecuaciones parabólicas contrastan con los establecidos previamente por Lions en su libro ([60]) que tenían un carácter no constructivo (empleaban el Teorema de Hahn-Banach). Gracias al carácter constructivo ahora introducido se hizo posible la aproximación numérica de los controles (programa desarrollado principalmente por Lions y Glowinski al que ya me he referido anteriormente).

ENCICLOPEDIAS: DAUTRAY Y CIARLET

Una descripción de la obra de Lions sería necesariamente parcial sin aludir a su inmensa labor de edición y, más en particular, a la enciclopedia, de más de cuatro mil páginas³⁷ concebida y coordinada en colaboración con Robert Dautray entre 1984 y 1985 ([14]). Su título, *Analyse Mathématique et Calcul Numérique pour les Sciences et les Techniques*, da idea de la ambición de la tarea emprendida. La enciclopedia podría ser catalogada como una visión actualizada de la crucial obra de Courant y Hilbert ([13]). Muchos son los temas que no aparecían ni siquiera esbozados en aquella obra de la primera mitad de los cincuenta. Pero como se indica en el prólogo de Dautray y Lions

La llegada de los ordenadores, sus progresos inmensos e incesantes, han permitido -por primera vez en la historia- calcular con gran seguridad y rapidez, a partir de modelos, cantidades que hasta entonces no habían podido ser más que estimadas de manera muy

³⁷Llama la atención que el listado de colaboradores de tan magna obra se limite a 17 matemáticos franceses, aunque todos ellos de reconocido prestigio internacional de la talla del fallecido Philippe Benilan.

aproximada. Esto brindó, a investigadores e ingenieros, la posibilidad fundamental de poder utilizar resultados numéricos para la modificación o adaptación de razonamientos, experiencias y realizaciones en curso.

Lions formó parte del comité editorial de un número casi interminable de revistas y de series de libros. Sin embargo, a él le gustaba resaltar en especial la serie de 12 volúmenes coeditados con Haïm Brezis en Pitman-Longman conteniendo buena parte de las conferencias tenidas en el Seminario semanal que ambos mantuvieron en el Collège de France y que se prolongarían en dos volúmenes más, desde el 1998, esta vez coeditado con Doina Cioranescu. Asimismo, prestó una especial atención a dos series de libros publicados por Masson, ambas coeditadas con P.G. Ciarlet (*Mathématiques Appliquées pour la Maîtrise*, de 21 volúmenes, y *Recherches en Mathématiques Appliquées*, de 42 volúmenes). Finalmente, había comenzado, de nuevo con P.G. Ciarlet, la publicación del *Handbook of Numerical Analysis*, en North-Holland, del que de momento han aparecido 7 volúmenes a los que seguirán otros que están en trámites de publicación.

MEDIO AMBIENTE: CENTINELAS PARA DATOS INCOMPLETOS Y “EL PLANETA TIERRA”

El primer testimonio oficial del interés de Lions por temas de Medio Ambiente (entendido en un sentido amplio que incluye campos tales como la Meteorología, Climatología, Oceanografía, Ecología, etc.) parece ser que fue su conferencia *Pollution, Atmosphère et Climat* impartida en el Colloque Présidence de l’Assemblée Nationale, Hôtel de Lassay, París, el 4 de marzo de 1989. Desde el punto de vista matemático, su interés se acrecentó a medida que iba desarrollando la *teoría de los centinelas* que introdujo para el tratamiento de *sistemas con datos incompletos* (característicos en procesos del Medio Ambiente) en una serie de Notas en las Comptes Rendus ([72]) y que más tarde darían lugar a su libro [77]. Roger Temam subraya en [113] que quizás fuese el hecho de presidir, en 1990, el CNES (Centre National d’Etudes Spatiales) y el Consejo Científico de la Agencia Meteorológica francesa lo que le llevase a ocuparse de ese tipo de temas. En todo caso, lo que me parece digno de reseñar es que fue con motivo del curso que impartió en el Instituto de España, del 15 al 19 de enero de 1990, con el que aparecería el primer trabajo de Lions al respecto. Las notas de su curso (que él trajo previamente mecanografiadas en francés) darían lugar a su libro de divulgación *El Planeta Tierra: el papel de las matemáticas y los superordenadores* que tuvo el honor y el placer de traducir al castellano (junto a Miguel Artola). Ello me dio la oportunidad de sugerirle algunos comentarios. El libro apareció publicado en Espasa-Calpe ([73]) junto a un apéndice, de carácter más técnico, para el que solicitó mi colaboración.

En una serie de artículos con Roger Temam y Shouhong Wang (que comenzaron con dos largos artículos [96], [97]) Lions y esos autores lograron culminar el análisis matemático de las ecuaciones que gobiernan el movimiento de la atmósfera, el océano, el sistema acoplado atmósfera-océano [98]³⁸, y que venían siendo utilizadas para la previsión computacional desde los años sesenta en que su admirado von Neumann abordara tan complejo programa. Desarrollaron también estudios rigurosos de tipo asintótico y numérico. Con motivo de su nombramiento como miembro extranjero de la Real Academia de Ciencias española, Lions impartió una conferencia ([80]) en la que se refirió al programa japonés sobre “El simulador de la Tierra” en el que el objetivo es acoplar globalmente numerosos modelos deterministas y estocásticos sobre cada uno de los subsistemas del planeta Tierra.

Tuve la gran suerte de organizar con él dos cursos de verano³⁹ de la Universidad Complutense de Madrid en torno a Matemáticas y Medio Ambiente: el primero en El Escorial, en 1991, concentrado en aspectos físicos y la construcción de los modelos ([19]) y el segundo en Almería, en 1992, abordando modelos relacionados con los aspectos económicos originados por el Medio Ambiente ([20]). Fueron experiencias inolvidables para mí. Tuve ocasión de conocer de cerca las dotes de Lions en el diseño de los cursos, ofreciendo una idea de conjunto ante situaciones enormemente complejas y su trato exquisito, tanto desde el punto de vista científico como humano, con todos los participantes⁴⁰.

Más recientemente, desde julio de 1999, nuestra relaciones científicas se habían estrechado aún más. En su fax de 29 de julio⁴¹ me informaba que le habían propuesto publicar una segunda edición de su libro del Planeta Tierra (agotado en menos de dos años) pero que su intención era la de preparar todo un nuevo libro incorporando referencias aparecidas desde 1990 y añadiendo varios capítulos complementarios [24]. Me proponía que llevásemos a cabo tal tarea de forma conjunta dada la cercanía de alguno de mis trabajos y mi participación en la preparación del texto original. Desde entonces trabajamos duramente en aquel proyecto. El texto estaba prácticamente acabado a finales

³⁸De hecho, Lions incluía este largo trabajo en su lista de libros.

³⁹Lions mantuvo una activa participación en múltiples cursos de verano desde sus comienzos (además de los cursos de Montreal de 1962 y 1976, participó en varios en Italia como, por ejemplo, el del C.I.M.E. de 1962, 1967, etc.). En todos ellos dio muestra de su extraordinaria accesibilidad, lo que era de enorme importancia hacia los más jóvenes, en periodo de formación en esa época.

⁴⁰Lions también me ayudó a organizar, en calidad de co-director junto a C.J. van Duijn, el Advanced Institute de la NATO que celebramos sobre esos temas en Santa Cruz de Tenerife, del 11 al 21 de enero de 1995. En aquella ocasión una pequeña enfermedad le impidió participar y pese a mis insistencias no quiso aparecer como coeditor de las actas ([17]).

⁴¹Lions desplegaba una correspondencia sorprendente por medio del fax de mensajes que solía escribir personalmente de su puño y letra: conservo, como un tesoro, más de cuatrocientas páginas.

del 2000, unos meses antes de su fallecimiento. Lions hizo explícita mención en uno de sus últimos artículos ([82]).

Estas líneas no podrían concluir sin unas palabras de agradecimiento hacia una persona como él al que una buena parte de la matemática aplicada española le debe tanto. Pese a su indudable carisma, ofrecía una accesibilidad, una generosidad científica y un temperamento tan extraordinariamente afable que colocaba a su interlocutor en el centro de su preocupación y atención. Su ejemplo será siempre un acicate para las presentes y futuras generaciones.

REFERENCIAS

- [1] BAIOCCHI, C., CAPELO, A., *Variational and Quasivariational Inequalities*, J. Wiley, New York, 1984.
- [2] BENSOUSSAN, A., LIONS, J.-L., On the support of the solution of some Variational Inequalities of Evolution, *J. Math. Soc. of Japan*, **28**, 1976,1-27.
- [3] BENSOUSSAN, A., LIONS, J.-L., *Applications des inéquations variationnelles en Contrôle stochastique*, Dunod-Bordas, Collection M.M.I., Paris, 1978.
- [4] BENSOUSSAN, A., LIONS, J.-L., *Contrôle impulsional et inéquations variationnelles*, Dunod-Bordas, Collection M.M.I., Paris, 1982.
- [5] BENSOUSSAN, A., LIONS, J. L., PAPANICOLAU, G., Sur quelques phénomènes asymptotiques stationnaires (I), *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, **281**, 1975. 89-94.
- [6] BENSOUSSAN, A., LIONS, J. L., PAPANICOLAU, G., *Asymptotic Methods in Periodic Structures*, North Holland, Amsterdam, 1978.
- [7] BENSOUSSAN, A., LIONS, J.-L., TEMAM, R., Sur les méthodes de décomposition, de décentralisation et de coordination et applications, en *Methodes Mathematiques de l'Informatique*, J.-L. Lions y G.I. Marchuk eds. Dunod, Paris 1974, págs. 133-257 (también en *Cahiers IRIA*, **11**, 1972, págs. 5-190).
- [8] BREZIS, H., Équations et inéquations non linéaires dans les espaces vectoriels en dualité, *Ann. Institut Fourier*, **18**, 1968, 115-175.
- [9] BREZIS, H., Solutions of variational inequalities with compact support, *Uspekhi Mat. Nauk*, **129**, 1974, 103-108
- [10] BREZIS, H., *Analyse Fonctionnelle*, Masson, Paris, 1983. (Hay traducción española: *Análisis Funcional*, Alianza Editorial, Madrid, 1984).
- [11] CIARLET, PH., Jacques-Louis Lions 1928-2001, *Matapli*, **55**, 2001, 5-16.
- [12] CORON, J.M., On the controllability of 2-D incompressible perfect fluids, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, **75**, 1996, 155-188.
- [13] COURANT, R., HILBERT, D., *Methods of Mathematical Physics*, Vol. 1 y 2. Interscience, Nueva York, 1953.

- [14] DAUTRAY, R., LIONS, J.-L., *Analyse Mathématique et Calcul Numérique pour les Sciences et les Techniques*, En 3 volúmenes, Collection du C.E.A., Série scientifique, Masson, Paris, 1984 y 1985, reedición en 9 volúmenes, Masson, Paris, 1988. Traducción inglesa *Mathematical Analysis and Numerical Methods for Science and Technology*, 6 volúmenes, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg, 1988-1990.
- [15] DELSARTE, J., LIONS, J.-L., Transmutation d'opérateurs différentielles dans le domaine complexe, *Commentarii Mathematici Helvetici*, **32**, 1957, 832-834.
- [16] DENY, J., LIONS, J.-L., Les espaces du type Beppo Levi et applications, *Annales de l'Institut Fourier*, **5**, 1954, 305-370.
- [17] DÍAZ, J. I., ED., *The Mathematics of Models for Climatology and Environment*, NATO ASI Series, Springer Verlag, 1997.
- [18] DÍAZ, J.I., Jacques-Louis Lions: matemático, **EL PAIS**, 19 de mayo de 2001.
- [19] DÍAZ, J.I., LIONS, J.-L., EDS., *Mathematics, Climate and Environment*, Research Notes in Applied Mathematics 27, Masson, Paris, 1993.
- [20] DÍAZ, J.I., LIONS, J.-L., EDS., *Environment, Economics and Their Mathematical Models*, Research Notes in Applied Mathematics 35, Masson, Paris, 1994.
- [21] DÍAZ, J.I., LIONS, J.-L., Sur la contrôlabilité approchée de problèmes paraboliques avec phénomènes d'explosion, *Comptes Rendus Acad. Sci. Paris*, **327**, Série I, 1998. 173-177.
- [22] DÍAZ, J.I., LIONS, J.-L., On the approximate controllability for some explosive parabolic problems, en *International Series of Numerical Mathematics*, Vol. 133, Birkhäuser Verlag, Basel, 1999, 115-132.
- [23] DÍAZ, J.I., LIONS, J.-L., On the Approximate Controllability of Stackelberg-Nash Strategies. En *Mathematics and Environment*, Actas de la Vioconferencia sobre Environment de la EMS, J.I. Díaz ed., Springer Verlag, Berlin, 2002.
- [24] DÍAZ, J.I., LIONS, J.-L., *Matemáticas, superordenadores y control para el planeta Tierra*, Editorial de la UCM, 2002.
- [25] DUVAUT, G., LIONS, J.-L., Ecoulement d'un fluide rigide visco-plastique incompressible, *Séminaire sur les Equations aux Dérivées Partielles, Collège de France, années 1969-1970*, **II**, 2, 8-14.
- [26] DUVAUT, G., LIONS, J.-L., *Les inéquations en Mécanique et en Physique*, Dunod, Gauthier Villars, Paris, 1972.
- [27] ECKHAUS, W., *Singular perturbations*, North Holland, Amsterdam, 1973.
- [28] FERNÁNDEZ-CARA, E., REAL, J., On a conjecture due to J.-L. Lions, *Nonlinear Analysis*, **21**, 1993, 835-847.
- [29] FICHERA, G. Problemi elastostatici con vincoli unilaterali: il problema de Signorini con ambigue condizioni al contorno, *Mem. Accad. Naz. Lincei*, **8**, 1964, 91-140.

- [30] FOIAS, C., Sur certains théorèmes d'interpolation, *Acta Scientiarum Mathematicarum*, **XXII**, 1961, 269-282.
- [31] FURSIKOV, A., IMANUVILOV, O. YU, On the exact boundary zero controllability of the two dimensional Navier-Stokes equations, *Acta Appl. Math.*, **36**, 1994, 1-10.
- [32] GLOWINSKI, R., LI, C. M., LIONS, J. L., A numerical approach to the exact boundary controllability of the wave equations, *Jap. J. of Applied Math*, **7**, 1990, 1-76.
- [33] GLOWINSKI R., LIONS J.-L., Exact and approximate controllability for distributed parameter systems. *Acta Numerica*, 1994, págs. 269-378, 1995, 159-333.
- [34] GLOWINSKI, R., LIONS, J.-L. Y PIRONNEAU, O., Decomposition of energy spaces and applications. *C.R.A.S.*, Paris, **329**, 1, 1999, 445-452.
- [35] GLOWINSKI, R., LIONS, J. L., TREMOLIERES, R., *Analyse Numérique des Inéquations Variationnelles*, 2 volúmenes, Dunod, París, 1976
- [36] GOLDSTEIN, H., *Classical Mechanics*, Second Edition, Addison-Wesley, Massachusetts, 1990. (Hay traducción al castellano: *Mecánica Clásica*, Reverté, Barcelona, 1992).
- [37] HOPF, E., Über die Anfangswertaufgabe für die hydrodynamischen Grundgleichungen, *Math. Nachr.*, **4**, (1950/51), 213-231.
- [38] HÖRMANDER, L., LIONS, J.-L., Sur la complétion par rapport à une intégrale de Dirichlet, *Mathematica Scandinavica*, **4**, 1956, 259-270.
- [39] IMANUVILOV, O. YU, Remarks on the exact controllability for the Navier-Stokes equations, *ESAIM Control Optim. Calc. Var.*, **6**, 2001, 39-72.
- [40] LATTÈS, R., LIONS, J.-L., Sur une classe de problèmes aux limites intervenant en Physique des réacteurs. En, *Symposium Centre International provisoire de Calcul*, Birkhäuser, 1960.
- [41] LATTÈS, R., LIONS, J.-L., *Quasi-Réversibilité*, Dunod, Paris, 1967.
- [42] LAX, P., MAGENES, E., TEMAM, R., Jacques-Louis Lions (1928-2001), *Notices of the AMS*, **48**, 2001, 1315-1321.
- [43] LAX, P., MILGRAM, A.N, Parabolic equations, En *Contributions to the theory of Partial Differential Equations*, Ann. Math. Studies **33**, Princeton, 1954, 167-190.
- [44] LERAY, J., Etude de diverses équations intégrales non linéaires et de quelques problèmes que pose l'hydrodynamique, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, **12**, 1933, págs. 1-82.
- [45] LERAY, J., LIONS, J.-L., Quelques résultats de Visik sur les problèmes elliptiques non linéaires par les méthodes de Minty-Browder, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **93**, 1965, 97-107.

- [46] LICHNEVSKY, A., LIONS, J.-L., Super-ordinateurs. Evolutions et tendances, *La vie des sciences, C. R. Acad. Sci., Paris*, **1**, núm. 4, julio-septiembre 1984, 263-284.
- [47] LIONS, J.-L., Supports de produits de composition, *C.R.A.S. Paris*, **232**, 1951, 1530-1532.
- [48] LIONS, J.-L., Supports dans la transformation de Laplace, *C.R.A.S. Paris*, **232**, 1951, 1622-1624.
- [49] LIONS, J.-L., Problèmes aux limites en Théorie des Distributions, *Acta Mathematica*, **94**, 1955, 13-153,
- [50] LIONS, J.-L., Sur les problèmes aux limites du type dérivée oblique, *Annals of Mathematics*, **62**, 1956, 207-239.
- [51] LIONS, J.-L., Une remarque sur les applications du théorème de Hille-Yosida, *Journal of the Mathematical Society of Japan*, **9**, 1957, 62-70.
- [52] LIONS, J.-L., Sur certaines problèmes mixtes quasi-linéaires I, *C.R.A.S. Paris*, **246**, 1958, 1644-1647. Sur certaines problèmes mixtes quasi-linéaires II, *C.R.A.S. Paris*, **246**, 1958, 1796-1799.
- [53] LIONS, J.-L., Espaces intermédiaires entre espaces hilbertiens et applications, *Bulletin Mathématique de la Société Mathématique et Physique de la R.P. de Roumanie*, **2**, 1958, 419-432.
- [54] LIONS, J.-L., Sur l'existence des solutions des équations de Navier-Stokes, *C.R.A.S. Paris*, **248**, 1959, 1099-1102.
- [55] LIONS, J.-L., *Equations différentielles opérationnelles et problèmes aux limites*. Springer-Verlag, Berlin, 1961.
- [56] LIONS, J.-L., *Problèmes aux limites dans les Equations aux Dérivées Partielles*, Les Presses de l'Université de Montreal, 1962.
- [57] LIONS, J.-L., Ecuaciones Diferenciales y Problemas en los Límites. Notas de tres conferencias impartidas (los días 21.22 y 23 de Marzo de 1963) en la Facultad de Ciencias de la Universidad de Barcelona. *Publ. Seminario Matemático de Barcelona*. Abril 1963.
- [58] LIONS, J.-L., *Méthodes d'approximation numérique des problèmes aux limites de la Physique Mathématique*, Publications du CNRS, Institut Blaise Pascal, tome 1 (publ.14111) 1962, tome 2 (publ. CA.14.11.1/AI) 1962, tome 3 (publ. CA/14.11.1A/A1) 1963.
- [59] LIONS, J.-L., Sur le contrôle optimal de systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles linéaires. Remarques générales (I), *C.R.A.S. Paris*, **263**, 1966, 661-663. (II) Equations elliptiques, *C.R.A.S. Paris*, **263**, 1966, 713-715. (II) Equations d'évolution, *C.R.A.S. Paris*, **263**, 1966, 776-779.
- [60] LIONS, J.-L., *Sur le contrôle optimal de systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles*, Dunod, Gauthier Villars, Paris, 1968.

- [61] LIONS, J.-L., *Quelques méthodes de résolution des problèmes aux limites non linéaires*, Dunod, Gauthier Villars, Paris, 1969.
- [62] LIONS, J.-L., *Cours d'Analyse Numérique*, Ecole Polytechnique, Paris, 1973.
- [63] LIONS, J.-L., Approximation numérique des inequations d'évolution. En *Constructive Aspects of Functional Analysis, Part I*, Cremonese, Roma, 1973, 295-361.
- [64] LIONS, J.-L., *Sur quelques questions d'Analyse, de Mécanique et de Contrôle optimal*, Les Presses de l'Université de Montreal, 1976.
- [65] LIONS, J. L., *Perturbations singulières dans les problèmes aux limites et en contrôle optimal*, Lecture Notes in Math., 323, Springer, 1973.
- [66] LIONS, J. L., *Some methods in the Mathematical Analysis of Systems and Their Control*, Science Press, Beijing y Gordon Breach, Nueva York, 1981.
- [67] LIONS, J. L., *Contrôle des systèmes distribués singuliers*, Gauthier-Villars, Paris, 1983.
- [68] LIONS, J. L., Remarks on systems with incomplete data, en *Variational Methods in Geosciences*. Y. K. Sasaki, ed., Elsevier, 1986, págs. 145-159.
- [69] LIONS, J. L., Contrôle de Pareto de Systèmes distribués, *CRAS Paris*, **302**, 1986, págs. 223-227 y 413-417.
- [70] LIONS, J. L., Exact Controllability, Stabilization and Perturbations for Distributed Systems, *SIAM Review*, **30**, 1988, 1-68.
- [71] LIONS, J. L., *Contrôlabilité Exacte, Perturbations et Stabilisation de Systèmes Distribués*, tomo 1, *Contrôlabilité Exacte*, tomo 2, *Perturbations*, Masson, Paris, 1988.
- [72] LIONS, J. L., Sur les sentinelles des systèmes distribués. 1) Le cas des conditions initiales incomplètes, en *CRAS Paris*, **307**, 1988, 819-823. 2) Conditions frontières, termes sources, coefficients incomplètement connus, *id.*, 865-870. 3) Colloque IFAC, Perpignan, junio 1989.
- [73] LIONS, J.-L., *El planeta Tierra. El papel de las Matemáticas y de los superordenadores*. Serie del Instituto de España **8**, Espasa-Calpe, Madrid, 1990.
- [74] LIONS J.-L., Are there connections between turbulence and controllability? in *Analyse et Optimisation des Systèmes*, Springer Verlag, Lecture Notes in Control and Information Sciences, **144**, 1990, A. Bensoussan and J.-L. Lions eds.
- [75] LIONS, J. L., De la machine à calculer de Blaise Pascal aux ordinateurs, *La vie des Sciences, C.R.A.S. Paris*, **8**, 1991, 221-240.
- [76] LIONS, J. L., Remarques sur la contrôlabilité approchée. En *Jornadas Hispano-Francesas sobre control de sistemas distribuidos*, Univ. de Málaga, 1991, 77-87.
- [77] LIONS, J. L., *Sentinelles pour les systèmes distribués á données incomplètes*, Masson, Paris, 1992.

- [78] LIONS, J. L., Contrôle à moindres regrets des systèmes distribués, *CRAS Paris*, **315**, 1992, págs.1253-1257.
- [79] LIONS, J.-L., Some Remarks on Stackelberg's Optimization, *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, **4**, 1994, 477-487.
- [80] LIONS J.-L., Le simulateur de la Terre, *Rev. R. Acad. Cien. Exact. Fis. Nat.*, **92**, 1998, 71-85
- [81] LIONS J.-L., Parallel algorithms for the solution of variational inequalities, *Interfaces and Free Boundaries*, **1**, 1999, 3-16.
- [82] LIONS J.-L., Some Remarks on the Mathematical Modelling of Planet Earth System, *Atti dei Convegni Lincei*, Accademia Nazionale dei Lincei, **158**, 2000, 73-93.
- [83] LIONS, J.-L., LAGNESE, J.E., *Modelling. Analysis and Control of Thin Plates*, Masson, Paris, 1988.
- [84] LIONS, J.-L., MAGENES, E., *Problèmes aux limites non homogènes et applications*, Dunod, Paris, Vol.1 1968, Vol.2 1968, Vol. 3, 1970.
- [85] LIONS, J.-L., PEETRE, J., Sur une classe d'espaces d'interpolation, *Publications Mathématiques de l'I.H.E.S.*, **19**, 1963, 5-68.
- [86] LIONS, J.-L., PIRONNEAU, O., Algorithmes parallèles pour la solution des problèmes aux limites, *CRAS Paris*, **327**, 1998, 947-952.
- [87] LIONS, J.-L., PRODI, G., Un théorème d'existence et d'unicité dans les équations de Navier-Stokes en dimension 2, *C.R.A.S. Paris*, **248**, 1959, 3519-3521.
- [88] LIONS, J.-L., RAVIART, P. A., Remarques sur la résolution et l'approximation d'équations d'évolution couplées, *International Computation Center Bulletin*, (UK), **5**, 1-21.
- [89] LIONS, J.-L., SÁNCHEZ-PALENCIA, E., Ecoulement d'un fluide viscoplastique de Bingham dans un milieu poreux, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, **60**, 1981, 341-360.
- [90] LIONS, J.-L., SÁNCHEZ-PALENCIA, E., Problèmes aux limites sensitifs, *C.R.A.S., Paris*, **319**, 1994, 1021-1026..
- [91] LIONS, J.-L., SÁNCHEZ-PALENCIA, E., Sensivity problems for some shells with edges, *Topological Methods in Nonlinear Analysis*, **9**, 1997, 1-16.
- [92] LIONS, J.-L., SCHWARTZ, L., Problèmes aux limites sur des espaces fibrés. *Acta Mathematica*, **94**, 1955, 155-159.
- [93] LIONS, J.-L., STAMPACCHIA, G., Inéquations variationnelles non coercives, *C.R.A.S., Paris*, **261**, 1965, 25-27.
- [94] LIONS, J.-L., STAMPACCHIA, G., Variational Inequalities, *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **20**, 1967, 493-519.
- [95] LIONS, J.-L., STRAUSS, W.A., Some Nonlinear Evolution Equations, *Bulletin de la Société Mathématique de France*, **93**, 1965, 43-96.

- [96] LIONS, J.-L., TEMAM, R., WANG, S., New formulations of the primitive equations of atmosphere and applications, *Nonlinearity*, **5**, 1992, 237-288.
- [97] LIONS, J.-L., TEMAM, R., WANG, S., On the Equations of the Large-scale Ocean, New formulations of the primitive equations of atmosphere and applications, *Nonlinearity*, **5**, 1992, 1007-1053.
- [98] LIONS, J.-L., TEMAM, R., WANG, S., Models for the coupled atmosphere and ocean, *Computational Mechanics Advances*, **1**, 1993
- [99] LIONS, J.-L., ZUAZUA, E., A generic uniqueness result for the Stokes system and its control theoretical consequences, in *PDE and Applications*, eds. P. Marcellini, G. Talenti and E. Visentini, Dekker, **177**, 1996, 221-235.
- [100] LIONS, J.-L., ZUAZUA, E., Contrôlabilité exacte des approximations de Galerkin des équations de Navier Stokes. *C.R.A.S. Paris*, **234**, 1, 1997, 1015-1021.
- [101] LIONS, J.-L., ZUAZUA, E., Exact boundary controllability of Galerkin's approximations of Navier Stokes equations. *Annali Scuola Norm. Sup. Pisa*, **XXVI**, 4, 1998, 605-621.
- [102] LIONS, J.-L., ZUAZUA, E., The cost of controlling unstable systems : time irreversible systems. *Revista Mat. Complutense*. **10**, 2, 1997, 481-523.
- [103] LIONS, J.-L., ZUAZUA, E., On the cost of controlling unstable systems : the case of boundary controls. *J. d'Analyse Math.* **73**, 1997, 225-249.
- [104] LIONS, P.L., *Generalized solutions of Hamilton-Jacobi equations*, Pitman, London, 1982.
- [105] LIONS, P. L., On the Schwarz Alternating Method, en *Domain Decomposition Methods for Partial Differential Equations*, Glowinski et al., ed., SIAM, Philadelphia, 1988, 1-42.
- [106] LIONS, P. L., *Mathematical Topics in Fluid Mechanics. Volume 1. Incompressible Models*. 1996, *Volume 2. Compressible Models*. 1999, Clarendon Press, Oxford.
- [107] MAGENES, E., Ricordo di Jacques-Louis Lions, *UMI Bolletín*, 2001, 24.
- [108] SAMUELSON, P.A., MAC KEAN, H., Rational theory of Warrant Pricing, *Industrial Management Review*, **6**, 1965, 13-39.
- [109] SANCHEZ-PALENCIA, E., *Non homogeneous Media and Vibration Theory*, Springer, Verlag, Berlin, 1980.
- [110] SCHWARTZ, L., *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, Editions Odile Jacob, Paris, 1997.
- [111] STAMPACCHIA, G., Formes bilinéaires coercitives sur les ensembles convexes, *C.R.A.S., Paris*, **258**, 1964, 4413-4416.
- [112] TEMAM, R., *Navier-Stokes equations, Theory and Numerical Analysis*, 3^a. ed., North Holland, Amsterdam, 1984.
- [113] TEMAM, R., Obituary of J.-L. Lions, *SIAM News*, **34**, 6, 2001, 2-4.

- [114] VALLE, A., Un problème de contrôle optimum dans certaines équations différentielles d'évolution. *Annali Scuola Norm. Sup. Pisa*, **20**, 1966, 25-30.
- [115] VALLE, A., En memoria de Jacques-Louis Lions, *Boletín de SEMA*, **18**, 2001, 9-13.

Jesus Ildefonso Díaz
Departamento de Matemática Aplicada
Facultad de Matematicas,
Universidad Complutense de Madrid
28040 Madrid,
correo electrónico: ji_diaz@mat.ucm.es

Testimonios

ANTONIO VALLE SÁNCHEZ*, Catedrático de la Universidad de Málaga y primer presidente de la Sociedad Española de Matemática Aplicada (S.E.M.A.)

El 17 de mayo de 2001 fallecía en París, a la edad de 73 años, el gran matemático francés Jacques-Louis Lion, tras meses de duro enfrentamiento con una cruel enfermedad, dejando un último testimonio de su temple que, muy avanzado su deterioro físico, le impedía rendirse ante la adversidad y renunciar al trabajo habitual con la dedicación y autoexigencia que, aunque bien conocidas para sus numerosos discípulos y colaboradores, no dejaban por ello de sorprendernos.

Tan luctuosa noticia produjo una profunda impresión en los medios científicos de todo el mundo, más acusada lógicamente, en quienes habíamos seguido los altibajos de la inesperada degradación de su estado de salud desde el verano del año 2000 y de su dramática lucha final. Y es que, tal vez, su actividad desbordante, su enorme vitalidad y su optimismo, hacían más difícilmente asimilable el hecho de su desaparición física.

En el primer aniversario de tan triste efemérides, atendiendo a la amable invitación de LA GACETA de la Real Sociedad Matemática Española, parece oportuno comentar brevemente algunos aspectos de su extraordinaria biografía que, probablemente familiares para sus antiguos alumnos y próximos colaboradores, no lo sean tanto para la comunidad matemática española en general. Para ello es indispensable tener en cuenta que cualquier descripción que pretenda reflejar con un mínimo de fidelidad la personalidad –a la vez tan sencilla y espontánea como rica en matices– de Jacques-Louis Lions, no puede ignorar ninguna de las varias facetas que en ella se superponían: el Hombre, el Maestro, el Científico, el Responsable de grandes Centros de Investigación y el Asesor Científico de importantes organismos o empresas.

Jacques-Louis Lions nació en 1928 en Grasse –Departamento francés de los Alpes Marítimos– privilegiada atalaya sobre la Costa Azul y primer centro de la industria europea del perfume. Cursó los estudios secundarios en el Liceo de Niza, tras los cuales fue admitido en la Escuela Normal Superior de París –un centro de formación de élites científicas– donde permaneció entre 1947 y 1950. Investigador en el C.N.R.S. de 1951 a 1954, defendió su tesis de estado con toda brillantez bajo la dirección de Laurent Schwartz que acababa de recibir la medalla Fields por su Teoría de las Distribuciones. Fue profesor en la Universidad de Nancy de 1954 a 1962, en la Universidad de París de 1962 a 73 y en la Escuela Politécnica Superior entre 1966 y 1986, siendo designado en 1988 profesor honorario de tan prestigioso centro.

*Departamento de Análisis Matemático, Universidad de Málaga, correo electrónico: a.valle@uma.es

En 1973, a los 45 años de edad, fue elegido, de una parte miembro de la Academia de Ciencias de Francia que presidió, posteriormente, de 1996 a 1998 y por otra profesor del Collège de France, la institución del máximo rango académico del país vecino, donde desempeñó hasta su jubilación en 1998 la cátedra de “Análisis Matemático de Sistemas y de su Control”.

En los años 50, en pleno auge del movimiento bourbakista, influido por las ideas de J. von Neumann sobre las posibilidades entonces incipientes de los ordenadores para hacer avanzar la Ciencia, convencido de que ésta debe también contribuir a la resolución de los problemas cotidianos y especialmente interesado por las aplicaciones industriales de las Matemáticas que parecía posible abordar seriamente por primera vez, empezó a profundizar en el origen de muchas de ellas para estudiar, a continuación, su modelado matemático y su resolución tanto teórica como algorítmica comprendiendo hasta qué punto las aportaciones del mundo real podían vivificar las Matemáticas. Esta actitud puede hoy parecer natural, pero mantenerla entonces, requería una considerable dosis de coraje. Tal preocupación no le abandonó a lo largo de su vida y, 50 años después, a la vista del proceso de transformación que la Informática ha propiciado en la Matemática –y por supuesto fuera de ella– bien se puede decir que hizo gala de una intuición casi–profética. Hasta el final estuvo persuadido de que los ordenadores cambiarían todos los esquemas.

Matemático de renombre universal, J.–L. Lions consagró sus trabajos al Análisis Matemático y Numérico de las Ecuaciones en derivadas parciales, al Control de Sistemas regidos por dichas ecuaciones y, en síntesis, al tratamiento matemático, numérico e informático de los fenómenos y procesos de las Ciencias Aplicadas, desde la Mecánica de Fluidos o la Mecánica del Sólido a la Climatología, la Oceanografía o la Economía. Fue él quien, en frase feliz, otorgó sus credenciales de nobleza al Análisis Numérico. Por otra parte, el progreso de sus trabajos y la puesta a punto de los adecuados útiles matemáticos, originó importantes aportaciones de índole más teórica pero asimismo de gran calado. Ahí están para dar fe de ello, la Teoría de interpolación de espacios funcionales, las inecuaciones variacionales y casi–variacionales, etc.

La concesión de la Legión de Honor en su Grado de Comendador y de la Orden Nacional del Mérito, sancionaron desde una perspectiva política, en la más noble acepción del término, la entidad de su labor. El actual Presidente de la Academia Francesa de Ciencias y ex–ministro de investigación H. Curien, refleja la actuación de J.–L. Lions en este ámbito más próximo al mundo de la Política y de la Economía, con estas palabras: “Desprendía una autoridad natural que constituía un triunfo en las grandes instancias internacionales. No era hombre de ‘diktat’, sino de contacto, de discusión y a continuación, de decisión”.

¿Cómo omitir una referencia a aspecto tan esencial en la actividad de un profesor universitario, como es el de la dirección de sus discípulos? En este sentido, Jacques–Louis Lions se reveló, desde el inicio de su actividad, como una figura excepcional. Su disponibilidad y su cordial acogida, netamente meridionales, lograron siempre eliminar toda suerte de barreras. Me atrevería a

evaluar en casi un centenar, número siempre exorbitante y en Matemáticas increíble, el de doctores personalmente tutelados por él, entre los cuales numerosos matemáticos actuales de primera línea y en el que varios españoles tenemos la fortuna de contarnos habiendo podido constatar las anteriores cualidades.

Fue un lejano día de 1963 –gracias a nuestro querido Maestro Alberto Dou, Catedrático entonces de la Universidad Complutense, Profesor Emérito después de la Autónoma de Barcelona, cuya aportación a un planteamiento actual del estudio de las ecuaciones diferenciales en nuestro país ha sido decisiva– en el que se estableció una relación científica con J.-L. Lions con ocasión de un viaje por las tres Secciones de Matemáticas entonces existentes, Madrid, Barcelona y Zaragoza, organizado por los Servicios Científicos de la Embajada Francesa. Tuve así la dicha de contarme como su primer discípulo español, por fortuna, aventajado años después por queridos y más jóvenes compañeros.

Jacques-Louis Lions ha propiciado la aparición de nuevos grupos de investigación en numerosos países y señaladamente en el nuestro, creando una importantísima escuela. Su prestigio ha sido siempre una caución para la calidad de cualquier trabajo por él orientado. En España, un colectivo de jóvenes profesores e investigadores, discípulos directos e indirectos hasta en tercera o cuarta generación, están encuadrados en Departamentos de más de una docena de universidades. Cuatro de ellas, la Complutense en 1976, la Politécnica de Madrid en 1982, la de Santiago de Compostela en 1988 y la de Málaga, donde me cupo el honor de apadrinarle, en 1994, se han honrado incorporándolo a su Claustro como Doctor Honoris Causa.

El Profesor Lions participó en numerosas actividades científicas en nuestro país en los últimos 30 años: congresos, escuelas hispano-francesas, jornadas, cursos de verano, etc., celebrados en Madrid, Santiago de Compostela, Sevilla, Málaga, Laredo, Tenerife, El Escorial, Almería y, en su última visita a España ya en el año 2000, Barcelona, lo tuvieron como invitado especial, respaldando su presencia nuestro desarrollo en el dominio de la Matemática Aplicada que él seguía con especial atención complaciéndose en resaltarlo, cada vez que se le presentaba la ocasión, como excepcional conocedor del esfuerzo que había supuesto llegar a una situación tan satisfactoria como la actual, partiendo de muy bajos niveles iniciales.

¿Qué decir, por fin, de la persona? En el plano estrictamente familiar, era llamativa la plena identificación con Andrée Lions, su esposa y compañera inseparable desde la juventud. El hijo de ambos Pierre-Louis, nacido en 1956, ya consagrado como otro gran matemático contemporáneo, fue distinguido en 1994 con la medalla Fields.

Por lo demás, resulta difícil mejorar la semblanza que, interpretando el sentir de un numerosísimo grupo de colegas y antiguos discípulos, hizo de él E. Magenes con ocasión del homenaje que se le tributó en la Sorbonne al cumplir los 60 años: “Irradiando inteligencia, de una gentileza y amabilidad extremas, Jacques-Louis Lions está siempre dispuesto a escuchar a los demás, consiguiendo que sus interlocutores se sientan cómodos. Optimista a

todo trance, sabe enfrentarse con humor a las dificultades. Es el hombre que ha sabido resistir fantásticas proposiciones de lugares prestigiosos, de importantes recursos y de puestos elevadísimos... Si mucho ha recibido, ello se debe a que ha sabido proporcionar a los demás, los medios para su propia realización científica.

¡Cuántas pequeñas anécdotas y cuántos inspirados comentarios no sólo sobre el papel de la Matemática en el progreso humano, sino también sobre los más variados aspectos de la vida, con el humor, la agudeza y la penetrante visión de futuro que le caracterizaban, guardaremos entre nuestros más preciados recuerdos quienes tuvimos el privilegio de tratarlo! Quizás ese carácter explique, cómo una relación inicial discípulo–maestro, se haya transformado en tantos casos, con el paso del tiempo, en otra de amistad y afecto profundos.

En España, la apertura de las actividades organizadas con motivo de “2000, Año Internacional de las Matemáticas”, iniciativa que, en gran medida, él había propiciado durante su etapa de Presidente de la IMU, contó con su presencia y participación que una vez más evidenció como la profundidad no es incompatible con la amenidad, en la sesión multitudinaria celebrada en el Congreso de los Diputados, el 21 de enero de 2000. Fue para la mayoría, la última ocasión de oírlo y constatar la claridad de sus ideas. Después, en septiembre de dicho año, se produjo su última visita a España, ya con problemas de salud que sin embargo no parecían alarmantes, con motivo de ECCOMAS celebrado en Barcelona y sólo contadas personas, entre las cuales J.I. Díaz que ultimaba con él una reedición ampliada de su obra ya citada “El Planeta Tierra”, mantuvieron contacto posterior, hasta que por desgracia las circunstancias lo truncaron.

Amable como siempre y pese a su saturada agenda de actividades, encontró, a nuestro requerimiento, unas fechas en noviembre de 2000 para venir de nuevo a Málaga y clausurar las actividades aquí organizadas con motivo del Año Internacional de las Matemáticas. Cuando la situación aconsejó retrasar su visita, propuso aplazarla hasta principios de 2001 lo que no le parecía plantear ningún problema... “salvo que tendremos un año más”, me escribía. El 5 de febrero recibí su último mensaje, respuesta a otro mío interesándome por la evolución de su salud del que me siento autorizado a repetir estas palabras: “... la salud marcha así–así, estoy en plena batalla, ya veremos,... pero la moral es buena”.

Estoy seguro de que a los muchos que mucho le debemos, su recuerdo nos acompañará siempre. Y es que sin duda hemos perdido un extraordinario científico, pero además un gran amigo y un ser humano excepcional.

Valgan los precedentes comentarios, como testimonio de gratitud, admiración y sentido afecto.

Málaga, mayo de 2002.

ENRIQUE FERNÁNDEZ CARA*, Catedrático de la Universidad de Sevilla y presidente de la Sociedad Española de Matemática Aplicada (S.E.M.A.) en el periodo 1998-2000.

Mis primeros recuerdos del Profesor Lions se remontan a finales de 1979. Naturalmente, había oído hablar mucho de él y conocía con cierto detalle lo que había sido su trayectoria científica hasta ese momento. Además, varios compañeros algo mayores que yo habían tenido la ocasión de conocerle personalmente en Sevilla, en unas Jornadas organizadas por el Profesor Antonio Valle en 1976. Uno de ellos, José Real, me había dicho de él y de su charla algo que recuerdo muy bien:

En la conferencia de Lions, todo estaba absolutamente claro. Todo.

A finales de 1979, yo era becario predoctoral en el I.N.R.I.A - Rocquencourt, cerca de París. Justamente por aquella época y tan sólo unos días antes de mi llegada, Lions había sido designado Presidente del Instituto. Su cambio de despacho originó toda una avalancha de “mudanzas”. Así que, durante varias semanas, me instalaron en una sala compartida con otros dos becarios en la que, casualmente, Lions había guardado una colección de artículos seleccionados personalmente.

Confieso que, muy a menudo, por la tarde, cuando no quedaba casi nadie, no podía resistir la tentación de ojear a hurtadillas estos trabajos. Por supuesto, yo era un inexperto estudiante en aquella época y carecía de criterio serio para seleccionar temas, autores y resultados. No obstante, creo que aprendí mucho descubriendo cuáles eran, al parecer, los artículos preferidos de Lions y preguntándome por qué había seleccionado éste o aquél.

También pienso que este archivo me ayudó a comprender, al menos parcialmente, cómo pensaba Lions que había que estudiar y desarrollar las Matemáticas y qué era lo que le interesaba principalmente a él. Con el tiempo, pude comprender que Lions pretendía hacer que las Matemáticas fueran capaces de describir con la mayor precisión posible el mundo real. Sus objetivos prioritarios siempre arrancaban de problemas reales concretos que intentaba *modelar*, posteriormente analizar y comprender cualitativa y cuantitativamente y, finalmente, *controlar*. Una vez encarada la resolución de alguno de estos problemas, sus portentosas cualidades le permitían desarrollar la teoría matemática adecuada, ayudándose simultáneamente de conceptos y resultados clásicos hábilmente “revisitados” y de técnicas y conceptos nuevos, creados específicamente para ello.

Recuerdo que, en aquella época, yo miraba a Lions casi como a un dios. Con frecuencia, Juan M. Viaño y yo le veíamos llegar al comedor del I.N.R.I.A. con sus colaboradores más próximos, con paso decidido, dispuesto a rentabilizar el tiempo dedicado al almuerzo sin perder por ello el buen humor. Como

*Departamento Ecuaciones Diferenciales y Análisis Numérico, Facultad de Matemáticas, Apartado 1160, 41080 Sevilla, correo electrónico: cara@numer.us.es

a muchas personas que conozco, algo que nunca dejó de impresionarme fue su enorme capacidad de trabajo. Era capaz de resolver 20 problemas distintos, todos de envergadura, al cabo del día. Y era capaz de combinar todo esto con una dedicación constante a las Matemáticas, manteniéndose en la vanguardia de la Ciencia, en el límite de lo conocido y lo que está aún por descubrir.

En fechas posteriores, a partir de 1987, tuve la ocasión de conocer más de cerca a Lions como gestor. Fue en el marco del Proyecto HERMES, parcialmente financiado por el C.N.E.S. (Centre National des Etudes Spatiales), del que había sido nombrado Presidente. Me acuerdo muy en particular de una reunión que hubo en Madrid a la que asistimos rodeados de representantes de distintas empresas y organismos. En un pequeño descanso, con cierta complicidad, sacó tiempo para hablarme de un problema matemático que le preocupaba y que consideraba interesante. Yo era consciente de su actividad al frente del C.N.E.S. y de quién sabe cuántas instituciones más. Era ya una persona convocada con frecuencia por los consejos de administración de multitud de empresas e incluso por responsables del más alto rango político en Francia y en Europa. Resultaba asombroso que pudiera organizarse para hacer Matemáticas.

Después se supo que justamente en esta época estaba desarrollando algunas de las ideas que más han dado que hablar y más trabajo han generado. Eran los años del método H.U.M. y de su renovado interés por el control de sistemas gobernados por ecuaciones en derivadas parciales (EDPs).

A partir de 1987, Lions prodigó enormemente sus visitas a España. En muchos casos, el "culpable" directo o indirecto fue (de nuevo) Antonio Valle. Consciente de lo extremadamente útil que resultaban sus visitas, en especial para los más jóvenes, tanto él como muchos otros colegas españoles hicimos todo lo posible por tenerlo cerca.

A raíz de una de estas visitas, comencé a interesarme más, junto con otros compañeros de mi Departamento, por las cuestiones que le interesaban a él. Esto ocurrió en Málaga, en otoño de 1990 y acabó por hacer más intensa y fluida mi relación con él. A partir de 1993, tuve la enorme suerte de contarme entre las personas que, de vez en cuando, recibían un Fax con sus cuestiones, observaciones y consejos.

A modo de ejemplo, he aquí uno de los problemas que me planteó, formulado con su estilo propio hace varios años:

Problema:

(a) Se consideran los sistemas parabólicos

$$(1) \quad \begin{cases} y_t - \Delta y + a(x, t)y = v1_\omega & \text{en } \Omega \times (0, T), \\ y(x, t) = 0 & \text{sobre } \partial\Omega \times (0, T), \\ y(x, 0) = y^0(x) & \text{en } \Omega. \end{cases}$$

Sabemos que, cualquiera que sea $a \in L^\infty(\omega \times (0, T))$, (1) tiene la propiedad de la controlabilidad aproximada con controles $v \in L^2(\omega \times (0, T))$. Esto es, la

variedad lineal formada por los estados finales $\{y(\cdot, T) : v \in L^2(\omega \times (0, T))\}$ es densa en $L^2(\Omega)$. Sean $M \subset L^\infty(\Omega \times (0, T))$ y

$$V(M) = \{y(\cdot, T) : v \in L^2(\omega \times (0, T)), a \in M\}.$$

Cuanto mayor es M , más cerca está $V(M)$ de su adherencia $L^2(\Omega)$. Pero, ¿qué significa realmente que $V(M)$ se va acercando a $L^2(\Omega)$?

(b) Consideremos sistemas similares a (1) pero con la ecuación cambiada por

$$(2) \quad y_t - \Delta y + a(x, t)y - y^2 = v1_\omega \quad \text{en } \Omega \times (0, T).$$

¿Qué debe verificar ahora $M \subset L^\infty(\Omega \times (0, T))$ para que la correspondiente familia de estados finales $V(M)$ continúe siendo densa?

Está en la mente de muchos que habrá un antes y un después de Lions en las Matemáticas, en particular en la Matemática Aplicada francesa. A mí me parece apropiado extender esta afirmación, de manera que cubra también (al menos) el ámbito de la Matemática Aplicada española. Si observamos seriamente la evolución y la situación actual de los numerosos Departamentos de universidades españolas donde se estudian problemas ligados a las ecuaciones diferenciales, veremos que, en un alto porcentaje de ellos, hay personas que han sido alumnos de Lions o alumnos de alguno de sus alumnos. Y también comprobaremos que la influencia de esta presencia ha ido creciendo de forma espectacular en los últimos años. De manera que se puede decir que, en la actualidad, el espíritu de la investigación matemática realizada por Lions (e incluso en algunos casos los mismos temas y problemas que él propuso) forman parte del programa de trabajo de buena parte de nuestros compañeros.

La influencia de Lions en las Matemáticas que se han hecho en España comenzó con su feliz contacto con Antonio Valle, a mediados de los sesenta. Gracias a la abnegada labor docente de éste y a las miles de horas que dedicó a la caza y captura de Becas y Ayudas de todo organismo viviente, se pudieron establecer varios lazos, escasos en número pero de fundamental importancia, que sirvieron para que personas como Alfredo Bermúdez, Carlos Moreno, José Real y José D. Martín pudieran realizar sus Tesis Doctorales bajo la dirección de algunos de los primeros alumnos de Lions. Paralelamente, se fue produciendo la entrada en escena de otros investigadores españoles, entre los cuales estuvieron Jesús Hernández, Ildefonso Díaz, Juan Luis Vázquez y Miguel A. Herrero, que iniciaron una colaboración científica con otros miembros de la "Escuela" creada por Lions. En los años posteriores, la afluencia de estudiantes y jóvenes profesores se fue incrementando progresivamente, hasta llegar a niveles insospechados que llegaron a hacer hablar de "colonias españolas" en París. Que yo recuerde, por esas "colonias" pasaron personas como María J. Esteban, Juan M. Viaño, Luis Ferragut, Tomás Chacón, Carlos Parés, Francisco Palma, Francisco Ortegón, Rafael Muñoz Sola, Juan Casado, José M. Rodríguez Seijo, Javier Barón, etc. Mención especial debo hacer de Enrique Zuazua, que fue un verdadero testigo de excepción del acercamiento de Lions

a España y mantuvo con él un contacto permanente y muy personal casi hasta el último momento en que le fue posible.

Sin duda, Lions fue sensible a la evolución de nuestro país, al que llegó a profesar una profunda simpatía. En cierta ocasión le oímos decir con gran sencillez en presencia del Secretario de Estado de Universidades y del Embajador de Francia que él no creía realmente que existiera ya diferencia científica apreciable entre España y Francia. Naturalmente, era una elegante y educada exageración, pero el hecho es que se fue acercando cada vez más a investigadores españoles.

De todas sus visitas a España, guardo un recuerdo muy especial de la última, la que tuvo lugar en Madrid en febrero de 2000 y le permitió hablar ante el Parlamento. La iniciativa de la Real Academia de Ciencias y en especial de Ildefonso Díaz hizo posible que Lions disertara con admirable capacidad ante el gran público, con palabras bien escogidas, sobre las Matemáticas más complicadas y actuales, en un acto sin precedentes.

No obstante, me quedó un cierto sabor agridulce del 2000. Junto con varios compañeros, habíamos previsto una visita de Lions a Sevilla para mediados de marzo de ese año. Nuestra intención era, una vez más, hacerle hablar ante un público diverso, como acto central de una serie de actividades conmemorativas del Año Mundial de las Matemáticas. Debido a la convocatoria de elecciones legislativas y autonómicas para esos días, nos vimos forzados a retrasar estos actos y, por tanto, su visita, casi en el último momento. Por desgracia, ya no pudimos volver a encontrar una fecha que le resultara posible. En poco tiempo, como sabemos ahora, se agudizó su enfermedad y se vio repentinamente obligado a reducir e incluso detener su extraordinario ritmo de actividades.

Jacques-Louis Lions era una persona de talla excepcional. He tenido la gran suerte de haberle conocido y espero sinceramente haber sido capaz de aprender algo de sus muchas virtudes. Lamento profundamente que nos haya dejado tan pronto.

Era una persona capaz de hacer fácil lo difícil. Tanto en su manera de plantear y abordar la resolución de problemas matemáticos como en las actividades de gestión y en las relaciones humanas, su clarividencia le permitía simplificar los conflictos superando una tras otra todas las dificultades y vislumbrar la solución con rapidez. Ayudado además de un optimismo vital envidiable, era capaz de conseguir que la gran mayoría de las tareas que se encomendaba asimismo salieran a flote. Una lección que nos dejó es que no hay que dejarse vencer por las circunstancias.

Tenía además la rarísima virtud de conseguir que sus cursos y conferencias, aparte de amenos, fueran interesantes y útiles para oyentes de todo tipo, desde estudiantes de segundo o tercer año hasta Catedráticos de Universidad, desde personas interesadas por el Álgebra y la Geometría hasta especialistas del análisis teórico y numérico de las EDPs. Las ideas que presentaba siempre aportaban algo nuevo, siempre eran aprovechables y, con gran frecuencia, abrían nuevas posibilidades.

Otro rasgo que me fascinó de Lions fue su capacidad de iniciativa. Era capaz de lanzar propuestas constructivas tanto en Matemáticas como en sus otros ámbitos de trabajo. Y, llegado el caso, era capaz de convencer a las personas indicadas de poner manos a la obra. Todo esto no era por casualidad. Sus propuestas habían sido siempre seriamente meditadas, aunque muchas veces en tiempo “record”, dada su rapidez mental. Por otra parte, de todas las posibles vías, casi siempre se decantaba por la más constructiva, aunque esto significara innovación y pisar terreno aún no explorado. Ante una sugerencia o ruego de Lions, uno tan sólo podía aceptar, con independencia del trabajo o dificultad que trajera consigo.

Durante todo el tiempo que le conocí, Lions consiguió estar por encima de envidias y de sentimientos malsanos. Se podría decir que sus actividades fueron observadas por el 99 % de sus colegas y discípulos sin desconfianza y sin malas interpretaciones. A decir verdad, creo que este hecho le honra a él y a la “Escuela” que supo crear que ha demostrado profesionalidad y honradez a raudales. A menudo tuve la impresión de que, en presencia de Lions, no tenían cabida intereses oscuros o inconfesables. Su actitud, siempre positiva y al mismo tiempo comprensiva con los sentimientos de los demás, contribuía en gran medida a que las reuniones de trabajo, las científicas y las de otro tipo, fueran sobre todo limpias. Y esto hacía indudablemente posible el progreso, la mejora y el beneficio para todos.

Desde la óptica de las relaciones humanas, quizá sea ésta la mejor lección que hayamos recibido de este hombre de excepción. Tal vez nos convenga a todos imitarle en limpieza de sentimientos y esforzarnos como él por usar nuestro tiempo y nuestras energías en prestar nuestra colaboración a la resolución de cuestiones verdaderamente trascendentes.

ALFREDO BERMÚDEZ DE CASTRO*, **Catedrático de la Universidad de Santiago de Compostela.**

No es, ni mucho menos, el objetivo de estas breves líneas glosar la trayectoria científica del profesor Lions. Personas más autorizadas que yo lo han hecho en diversos foros a lo largo de los últimos meses y entiendo, por el contrario, que el encargo que amablemente se me ha hecho se refiere sobre todo a la relación del profesor Lions con grupos de investigadores de la antigua Universidad de Santiago, hoy dividida en tres tras la creación de las de A Coruña y Vigo. Por ello me voy a limitar esencialmente a evocar algunos recuerdos de sus viajes a Compostela.

Tuve la suerte de conocer a Jacques-Louis Lions a través del profesor Antonio Valle. Corría el año 1972 cuando Valle, que dirigía el departamento de análisis matemático en Santiago, me propuso irme al IRIA (Institut de Recherche en Informatique et Automatique), hoy INRIA, para preparar la tesis doctoral. Por aquel entonces Lions dirigía el laboratorio de investigación del prestigioso centro francés, conocido bajo las siglas LABORIA. A él me incorporé a comienzos del curso 1972-73, concretamente en el proyecto que sobre control óptimo de sistemas distribuidos encabezaba Jean-Pierre Yvon, hoy profesor en la Universidad de Tecnología de Compiègne. Mi trabajo consistió en el estudio de algunos problemas relacionados con el control por *feedback a priori* de ecuaciones en derivadas parciales, que habían sido planteados por Lions, y de los que hablaría al año siguiente en su conferencia plenaria de las Jornadas Hispano-Lusas de Matemáticas, celebradas en la Universidad de Sevilla.

Aquella estancia fue el inicio de una colaboración de nuestro incipiente grupo de investigación con el INRIA, que a lo largo de los años iba a marcar definitivamente la actividad científica del actual departamento de Matemática Aplicada de la Universidad de Santiago. A la relación inicial con los investigadores del proyecto de Yvon siguieron visitas e intercambios con otros proyectos del INRIA y del “Laboratoire d’Analyse Numérique” de la Universidad de Paris VI. Estas colaboraciones impulsaron con el paso del tiempo la creación en la Universidad de Santiago de un grupo de investigación en simulación numérica y control de procesos regidos por ecuaciones en derivadas parciales. Lions seguía de cerca nuestras actividades y valoraba de modo especial las relaciones que manteníamos con la industria. Además, de vez en cuando nos proponía algún problema o nos apoyaba ante el Consejero Científico de la Embajada de Francia, nuestra única vía de financiación durante los primeros años.

El profesor Lions visitó por primera vez el entonces llamado departamento de Ecuaciones Funcionales en 1981. De aquella estancia recuerdo la admiración que le había causado el verde de nuestra tierra y la luz otoñal sobre el piedra

*Departamento de Matemática Aplicada, Universidad de Santiago de Compostela, 15782 Santiago de Compostela, mabermud@usc.es

mojada de la plaza del Obradoiro; especialmente a su esposa, muy aficionada a la pintura, arte que ella misma cultivaba. También conservo en la memoria una anécdota que revela muy bien la cordialidad y la sencillez de Lions. Resulta que habíamos organizado una conferencia en el aula magna de la antigua Facultad de Ciencias y, temerosos de que la asistencia de público fuese demasiado reducida, anunciamos el acontecimiento en algunos de los cursos de la licenciatura de matemáticas por si algún alumno, sobre todo de los últimos cursos, se animaba a asistir. No sé muy bien por qué (en aquella época no se obtenían créditos de libre elección por asistir a conferencias) la presencia de estudiantes fue masiva, con la consiguiente sorpresa de todos, incluido Lions. Éste entendió inmediatamente que la conferencia que había preparado no era para aquel auditorio y la adaptó sobre la marcha con toda naturalidad. Recuerdo por ejemplo que incluyó la definición de diferencial de un funcional definido en un espacio de Hilbert, relacionándola con las derivadas parciales de funciones de variables reales. No sospechaba que, por aquel entonces, los alumnos del segundo año de nuestra Facultad estudiaban la diferenciación en espacios normados ...

Lions volvió a Santiago en 1987, con ocasión de un congreso de la IFIP (International Federation for Information Processing) sobre control de sistemas distribuidos, en el que pronunció la conferencia inaugural.

Poco años más tarde, en 1989, fue nombrado Doctor Honoris Causa por la Universidad de Santiago. Tuve el honor de actuar de padrino en una ceremonia que, aunque sometida al rigor de un antiguo ritual, resultó muy emotiva. Viniendo de un país como Francia, donde las ceremonias universitarias apenas existen y los trajes académicos han desaparecido, Lions aceptaba con respeto, y al mismo tiempo con sentido del humor, toda la parafernalia propia de la investidura, incluidas las frases en latín.

Desgraciadamente ésta fue su última visita a Santiago. El año 2000 organizamos una conferencia internacional sobre "Mathematical and Numerical Aspects of Wave Propagation" y le invitamos a pronunciar la conferencia inaugural. Nos respondió inmediatamente con un fax de esos que el mismo escribía a mano, tan escuetos como cordiales, diciendo algo así como: "... en Santiago, el año 2000 y en el mes de julio ... acepto con gusto !"

Sin embargo no pudo venir. Por una desafortunada coincidencia que no fuimos capaces de evitar, nuestro congreso coincidió con el de la Sociedad Europea de Matemáticas en Barcelona. Además de este importante evento, Lions tenía aquella misma semana otros compromisos ineludibles, derivados de su protagonismo en el impulso del Año Mundial de las Matemáticas que le impidieron viajar a Santiago.

Quisiera terminar estas breves líneas dejando constancia de la gratitud que yo mismo, y muchos colegas de las universidades gallegas, sentimos hacia el profesor Lions por el impulso y la ayuda que, junto con varios de sus colaboradores, nos han prestado al desarrollo de nuestro grupo. Los que hemos tenido la suerte de aprender de él, a través de sus libros, sus conferencias, sus consejos o a veces sus encargos, nos sentimos un poco huérfanos tras su muerte a la

que nos resulta difícil acostumbrarnos. En el recuerdo conservaremos siempre su magisterio, pero también su cordialidad, su simpatía y su atinado sentido de la realidad, tan escaso a veces entre los grandes científicos, que le permitió ser también un excelente gestor de grandes instituciones y organismos, y un creador e impulsor de grupos de investigación en todo el mundo.

EDUARDO CASAS RENTERÍA*, Catedrático de la Universidad de Cantabria y presidente de la Sociedad Española de Matemática Aplicada (S.E.M.A.)

Transcurrido casi un año desde el fallecimiento del Profesor Jacques-Louis Lions y animado por algunas personas me he decidido a escribir unas breves líneas en su recuerdo, desde la perspectiva de mi relación personal con él y su influencia en mi actividad investigadora.

Mis primeras noticias sobre el Profesor Lions se producen cuando, terminados mis estudios de la Licenciatura en Matemáticas, comienzo a estudiar ecuaciones en derivadas parciales. Entonces descubro que la cita Jacques-Louis Lions y Enrico Magenes (*“Problèmes aux limites non homogènes et applications”*, 3 vols., Dunod 1968–70) era punto de referencia obligado de los textos y artículos de la época. Este nombre me vuelve a aparecer cuando inicio el estudio de los problemas no lineales (*“Quelques méthodes de résolution de problèmes aux limites non linéaires”*, Dunod 1969) o en el estudio de las inecuaciones variacionales (*“Les inéquations en mécanique et en physique”*, Dunod 1972, en colaboración con G. Duvaut; *“Analyse numérique des inéquations variationnelles”*, 2 vols., Dunod 1976, en colaboración con R. Glowinski y R. Trémolières). Finalmente, al iniciar mi tesis doctoral sobre problemas de control me veo envuelto de forma irremediable en la lectura de su libro *“Contrôle optimal des systèmes gouvernés par des équations aux dérivées partielles”*, Dunod 1968, la referencia obligada, que ha marcado toda una época en la Teoría de Control de Ecuaciones en Derivadas Parciales. Tras este libro vendrían otros muchos libros y artículos sobre problemas de control de ecuaciones en derivadas parciales, abordando los sistemas lineales y no lineales, el desarrollo asintótico de las soluciones, etc. Una gran parte del trabajo de investigación del Profesor Lions se dedicó al estudio de la Teoría de Control de Sistemas Distribuidos, lo que ha influido enormemente en la investigación en este tema en todo el mundo. Su primer libro de control fue la base y el fundamento de los desarrollos ulteriores, al menos en lo referente al estudio de problemas de control óptimo. Por supuesto, se ha avanzado mucho en este terreno desde entonces, pero él abrió el camino y dio los primeros pasos que hemos seguido todos los que hemos trabajado en este área de la matemática.

He descrito cómo fue mi primer encuentro con la obra matemática de Jacques-Louis Lions, pero ¿cómo fue el encuentro con la persona? En el primer instante que yo creí que tenía algo que contar sobre teoría de control, pensé en redactar una nota para Comptes Rendus de la Acad. de Sciences de Paris y enviársela a la persona que más había influido en mi trabajo. Fui muy gratamente sorprendido por la celeridad con la que una persona tan ocupada

*Dpto. de Matemática Aplicada y C.C., E.T.S.I. Industriales y de Telecomunicación, Universidad de Cantabria, Av. Los castros s/n, 39005 Santander, correo electrónico: eduardo.casas@unican.es

respondió y aceptó mi artículo. Animado por el éxito, me decidí a escribir un segundo artículo y enviárselo de nuevo para su publicación en una revista diferente. Esta vez la respuesta no llegaba. Entre tanto yo había presentado mi tesis doctoral y me desplazé al INRIA para realizar una estancia de dos meses. En aquella época Jacques-Louis Lions era Presidente del INRIA e impartía su famoso curso en el Collège de France. Yo no podía perder la ocasión de conocerle y asistí a algunas de las sesiones. Quedé impresionado por la elegancia de sus exposiciones, su cordialidad, su capacidad para atender a todas las personas que acudíamos a él. Cuando vencí mi timidez y me atreví a preguntarle por aquel artículo del que yo no había recibido todavía respuesta, su contestación fue tan clara como demoledora. Aunque no recuerdo exactamente sus palabras, sí quedó muy claro su mensaje: ¡aquel artículo estaba muy mal escrito! La persona a quien yo más admiraba como matemático, todo un modelo para mi, me acababa de decir que mi artículo estaba mal escrito. Esto era como para hundirse y desaparecer de su seminario, sin embargo él supo decírmelo de forma nada hiriente, de manera que yo no me desmoralicé, sino que me esforcé en aprender cómo se debía escribir un artículo e intentar no volver a vivir una experiencia similar. Posteriormente, reescribiría el artículo y aparecería en la revista que yo había pretendido en su primer momento. Pero allí, en ese momento, descubrí una faceta del Profesor Lions, su claridad a la hora de decir las cosas, pero también el respeto hacia su interlocutor, no importa que fuera un principiante que tenía muchas cosas por aprender. Siempre me pareció una persona con educación exquisita. Pasados los años me honró con su amistad y aceptó la invitación que le cursé para asistir al encuentro internacional sobre Control de Ecuaciones en Derivadas Parciales que organizamos en Laredo, en 1994. Pero en aquel congreso, sentado frente a él en la cena de clausura, yo pensaba que había comenzado conociendo a un gran matemático y había terminado por descubrir a un gran hombre.
