

Entrevista a Álvaro Pelayo, Premio José Luis Rubio de Francia 2009

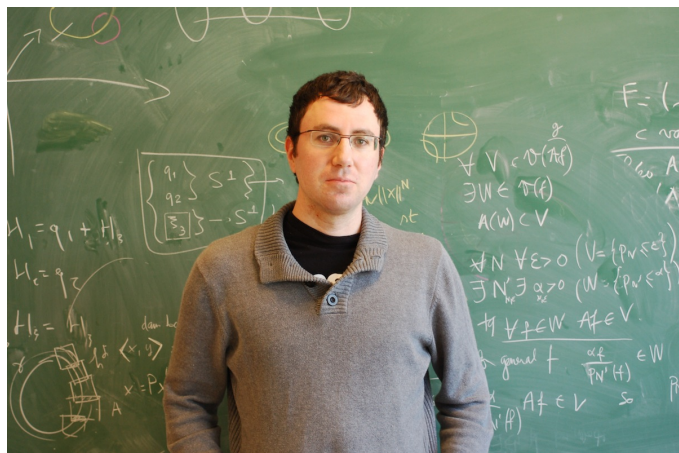
por

Francisco Presas Mata

El Premio José Luis Rubio de Francia fue creado en el año 2004 para reconocer y estimular la labor científica realizada por jóvenes investigadores en Matemáticas. Es otorgado anualmente por la Junta de Gobierno de la Real Sociedad Matemática Española, siguiendo el consejo de un Jurado compuesto por matemáticos de talla internacional. Se valoran especialmente trabajos y resultados de gran relevancia científica.

Álvaro Pelayo, de la Universidad de Washington en San Luis (Misuri, Estados Unidos), ha sido galardonado con este premio en la convocatoria del año 2009. Álvaro se licenció en Matemáticas por la Universidad Complutense de Madrid en 2001, se doctoró en la Universidad de Michigan en 2007 y ha desarrollado su investigación posdoctoral en el Instituto de Tecnología de Massachussets (MIT) y en la Universidad de California en Berkeley. Su trabajo se sitúa en la intersección entre la geometría simpléctica y los sistemas dinámicos, con interés sobre la teoría geométrica de las ecuaciones en derivadas parciales. El Jurado ha destacado sus contribuciones sobre acciones simplécticas de toros, en particular el caso de variedades de dimensión cuatro, donde generaliza la teoría clásica de acciones hamiltonianas al caso no-hamiltoniano.

Tras haber recibido el Premio José Luis Rubio de Francia en su convocatoria del año 2009, LA GACETA quiere acercarnos a su figura publicando esta entrevista en



la que nos habla de su vida como matemático y sus planes de futuro.

Fran Presas: Enhorabuena Álvaro. Te felicito personalmente y también por lo que este galardón supone para dar a conocer la geometría simpléctica en España.

Álvaro Pelayo: Muchas gracias a ti y al equipo editorial de LA GACETA por su interés en mi trabajo. Estoy muy satisfecho con el reconocimiento a mi actividad investigadora y le estoy muy agradecido a la Real Sociedad Matemática Española y al Jurado por concederme este premio. Me gustaría también aprovechar esta oportunidad para agradecer a mis profesores de la Universidad Complutense de Madrid por la formación que me dieron, que ha sido fundamental para mi desarrollo posterior como investigador.

FP: El Jurado del premio ha destacado especialmente tus contribuciones a la clasificación de acciones tóricas sobre variedades simplécticas. Toda la historia de este problema es fascinante. ¿Nos podrías dar algunas pinceladas de ella?

ÁP: La historia es larga, y ha habido muchas contribuciones de muchos matemáticos distintos. Lo que te puedo decir es mi impresión personal, desde el punto de vista de los descubrimientos revolucionarios en los años ochenta que han motivado mi investigación. La geometría simpléctica surgió en un principio como un contexto matemático apropiado, y como un lenguaje, para estudiar problemas en mecánica clásica, por ejemplo el sistema planetario. Hablando a grandes rasgos, el espacio de fases de un sistema mecánico con restricciones holónomas se puede modelar matemáticamente por una variedad simpléctica. Las simetrías del sistema corresponden, en lenguaje matemático, a acciones hamiltonianas de grupos de Lie. Por el principio de Noether, las simetrías del sistema llevan a cantidades conservadas (*conserved quantities*).

De un modo más preciso, las cantidades conservadas son las componentes de la llamada aplicación momento, que está determinada completamente por la acción del grupo de Lie. Las acciones hamiltonianas de grupos de Lie han recibido una atención enorme en los últimos cincuenta años. Su repercusión en geometría, topología y otras partes de las matemáticas y de la física ha sido profunda. Un referente importante fueron los trabajos iniciales de los matemáticos B. Kostant y J. M. Soriau, quienes introdujeron la definición de aplicación momento en un contexto muy general a principios de los años sesenta.

A finales de los años cincuenta, T. Frankel había considerado la aplicación momento en el caso de que el grupo de Lie fuese el círculo, en un artículo en el que exploró la relación profunda que existe entre la existencia de puntos fijos de acciones hamiltonianas de círculos y la existencia de la aplicación momento. Kostant, quien es uno de los matemáticos más originales de la segunda mitad del siglo XX, estudió y exploró, en una serie de trabajos fundamentales, la relación profunda entre el concepto de convexidad y las acciones de grupos de Lie. Ya antes que Kostant, Schur y Horn habían estudiado cuestiones de convexidad relacionadas en algunos ejemplos particulares.

Con posterioridad a los primeros artículos de Kostant, M. Atiyah por un lado, y V. Guillemin y S. Sternberg por otro, demostraron de forma independiente a primeros de los años ochenta que la imagen de la aplicación momento correspondiente a la acción hamiltoniana de un toro (que es un grupo abeliano de Lie, compacto y conexo, o, en otras palabras, un producto de círculos) en una variedad simpléctica compacta es un politopo convexo. Este resultado, que se conoce como teorema de Convexidad de Atiyah-Guillemin-Sternberg, supuso una auténtica revolución, y matemáticos de todo el mundo comenzaron a trabajar en esta área, que se presentaba como un campo fértil y con problemas muy interesantes.

Uno de estos matemáticos fue el francés T. Delzant, quien unos años después, a finales de los ochenta, demostró que, en el caso de que la dimensión del toro sea exactamente la mitad de dimensión de la variedad en la que actúa, este politopo caracteriza completamente la variedad simpléctica y la acción del grupo. Su teorema ha tenido una gran influencia en geometría simpléctica.

Una pregunta fundamental y natural que estaba abierta era si los teoremas de Atiyah, Guillemin-Sternberg y Delzant se podían extender a acciones de toros que sólo preservan la estructura del espacio de fases (matemáticamente hablando, ésta es la estructura simpléctica, que viene dada por una 2-forma diferencial que es no degenerada y cerrada), es decir, si la acción preserva la estructura, pero sin embargo no existe una aplicación momento. Son este tipo de acciones, más generales que las hamiltonianas, las que atrajeron mi atención cuando era estudiante de doctorado en Michigan. Desde el primer momento que conocí este problema, me fascinó. Fue la matemática israelí Yael Karshon quien me explicó el problema en el invierno de 2004, cuando me encontraba en Canadá dando una conferencia. A partir de ahí empecé a trabajar de forma intensa en esta cuestión.

FP: ¿Puedes explicarnos cuál ha sido tu aportación al problema?

ÁP: Mis aportaciones al problema se encuentran recogidas en dos artículos, cada uno de casi cien páginas. En el primer artículo, escrito en colaboración con Hans Duistermaat, dimos una clasificación completa de las acciones simplécticas de toros sobre variedades compactas, en el caso de que alguna órbita de la acción sea lo que se conoce como «coisótropa». Éste es uno de los artículos en los que el Jurado del premio ha hecho más énfasis, lo cual me ha alegrado mucho. Trabajamos de forma muy intensa y exclusiva en este artículo durante muchos meses. Tanto Duistermaat como yo nos encontramos muy sorprendidos y contentos con esta clasificación. Después de acabar este artículo Duistermaat empezó a trabajar en otro tema, pero yo continué y di una clasificación completa de las acciones de toros de dimensión dos en variedades compactas de dimensión cuatro, sin ninguna hipótesis adicional. Esta clasificación está contenida en el segundo artículo, que también ha sido mencionado por el Jurado del premio.

FP: ¿Cómo elegiste Michigan para hacer tu tesis doctoral?

ÁP: Consideré ofertas de varias universidades. En aquellos momentos estaba interesado en problemas de topología y dinámica, particularmente, en bajas dimensiones, tema en el que me introdujo el matemático inglés David B. A. Epstein cuando

estaba acabando la licenciatura como estudiante Erasmus en la Universidad de Warwick. Estuve muy cerca de continuar en Warwick, e incluso más cerca de trasladarme a la Universidad de Cambridge, de la cual había recibido una oferta, pero finalmente decidí ir a Michigan, que en aquel entonces (y ahora también) contaba con grupos de investigación buenos en estas áreas.

FP: Supongo que trabajar con Hans Duistermaat, recientemente fallecido, ha supuesto algo especial. Aprovechamos estas páginas para honrar su memoria. ¿Puedes contarnos cómo era y qué has aprendido de él?

ÁP: Hans Duistermaat ha sido uno de los grandes matemáticos de nuestra época. A mí personalmente me ha influido profundamente. Duistermaat era una autoridad mundial en ecuaciones diferenciales y aplicaciones del análisis matemático a la geometría y a la mecánica. Está considerado como uno de los matemáticos más influyentes en estas áreas en la segunda mitad del siglo XX. Escribimos juntos cuatro artículos sobre geometría simpléctica. Varios resultados fundamentales llevan el nombre de Duistermaat, incluyendo la fórmula de la traza de Duistermaat-Guillemin, el teorema de variables acción-ángulo global, el teorema de Duistermaat-Heckman, y el teorema bi-espectral de Duistermaat-Grünbaum. Duistermaat era un matemático que no sólo producía resultados de alto nivel en áreas muy diversas, sino que también los escribía extraordinariamente bien. Sus demostraciones son claras y concisas. Es un placer leer sus artículos, llenos de ideas, y en los que se ve cómo era un experto en técnicas muy diversas, del análisis, la geometría diferencial, la teoría de Lie, la mecánica, las ecuaciones diferenciales, la geometría compleja, etc. Duistermaat tenía una cultura matemática muy amplia.

FP: Has trabajado ya casi diez años en varios departamentos de Matemáticas en universidades punteras de los Estados Unidos. ¿Qué te ha aportado esta experiencia?, ¿qué crees que puede aprender la universidad española de sitios como éstos?

ÁP: En Estados Unidos mis condiciones de trabajo han sido excelentes. En mi puesto actual en la Universidad de Washington en San Luis me encuentro a gusto y muy valorado. Mi conocimiento de la universidad española es como estudiante, no como investigador o profesor. Por lo tanto me temo que no sabría responder a tu pregunta ni hacer sugerencias. Lo que sí puedo decir es que mi impresión desde el exterior es que el nivel de las matemáticas en España es excelente, y es un orgullo ver tantos matemáticos españoles haciendo contribuciones de altísimo nivel en muchas áreas distintas de las matemáticas.

FP: Has estado dos años en Berkeley. ¿Cómo era tu día a día en ese departamento?

ÁP: En Berkeley mi experiencia fue muy positiva. Durante mi estancia allí impartí la asignatura de doctorado en geometría diferencial y tres veces la asignatura de álgebra abstracta de grado. También impartí un curso de doctorado en geometría espectral y simpléctica de sistemas hamiltonianos. Los estudiantes eran muy buenos y fue un placer darles clase. El tiempo de trabajo que me quedaba lo repartí

entre ir a seminarios y continuar con mis propios proyectos, que en aquel entonces estaban enfocados hacia los sistemas integrables, la teoría espectral, la teoría de flujos periódicos y la geometría en espacios de curvas holomorfas. Estos proyectos los empecé cuando estaba en el MIT durante el curso 2007–2008, pero no cuajaron hasta bastante más adelante. Me beneficié mucho de discusiones con Alan Weinstein y Nicolai Reshetikhin, ambos matemáticos de primera fila y que han ejercido una gran influencia en mí, tanto a nivel académico como a nivel personal.

FP: Tienes un currículum en el que atacas problemas de muy diversa índole; que requieren técnicas muy distintas. Eso te da una riqueza grande como matemático. ¿Cómo te has visto involucrado en temas tan diversos?

ÁP: Normalmente de forma accidental. No recuerdo haber buscado intencionalmente ninguno de los problemas en los que he trabajado. Hasta ahora no he tenido una agenda fija, simplemente presto atención a los problemas que están «flotando» en el aire, que escucho en seminarios, o que otra gente me plantea, o que simplemente me encuentro accidentalmente leyendo. Si la cuestión me interesa, normalmente pasaré al menos unos días viendo si puedo hacer alguna contribución.

Algunas veces el problema está en un área en la que ya tengo experiencia, y otras veces no. Normalmente los problemas por los que me siento atraído tienen contenido geométrico, aunque hay excepciones. Por ejemplo, actualmente llevo trabajando varios meses en un proyecto de talante bastante elemental, pero que encuentro muy interesante: la aproximación de sumas de Riemann por fórmulas de Euler-MacLaurin. Fue Victor Guillemin quien me atrajo a este tema en 2007, cuando dio una conferencia en la que explicó sus contribuciones a la cuestión. No sé todavía si esto llevará a un artículo o no, yo espero que sí, pero de momento no tenemos resultados definitivos. Aunque sí hemos hecho algunas contribuciones nuevas que creemos que son interesantes.

FP: ¿Has desarrollado tu carrera profesional del modo esperado, o te han sucedido cosas con las que no contabas?

ÁP: Cuando empecé a investigar no tenía un plan muy definido. Lo único que tenía claro es que mi objetivo era ser profesor de universidad y dedicarme a la investigación. Desde luego no me esperaba que acabase trabajando en el MIT, Berkeley o la Universidad de Washington en San Luis. Estas oportunidades fueron surgiendo de forma natural según mi trayectoria progresaba.

Desde el punto de vista de los temas que he abordado en mi trabajo, puedo decir que mis expectativas se han visto superadas. Cuando empecé a trabajar en la teoría simpléctica de acciones de toros en variedades, alrededor de 2004, mi objetivo era hacer alguna aportación, pero en algún momento me di cuenta, aproximadamente al cabo de un año, de que muchas piezas estaban encajando de forma bastante sorprendente. Entonces empecé a sospechar, y quizás a soñar un poco también, que iba a ser posible obtener una clasificación completa en un caso muy general. Parte de este trabajo lo desarrollé en colaboración con Hans Duistermaat. Con él escribí mi primer artículo en la materia.

Poco después me empecé a interesar por la teoría de sistemas integrables hamiltonianos, después de oír una conferencia del matemático francés San Vũ Ngọc, con el que he colaborado en varios artículos. La conferencia se enfocó a dar una teoría de convexidad para ciertos sistemas integrables, conocidos como «semitóricos». El tema era nuevo para mí, pero lo encontré fascinante y empecé a estudiarlo. Pasé aproximadamente un año leyendo artículos de la materia, hasta que desarrollé intuición sobre las técnicas necesarias para atacar ese tipo de problemas, que presentaban un enfoque más analítico del que yo tenía, que era más geométrico, basado fundamentalmente en ideas de la teoría de Lie, la teoría de representaciones y la geometría diferencial clásica.

En 2006 escribí a San Vũ Ngọc para hablar de uno de sus artículos. Una cosa llevó a otra y empezamos a colaborar de forma estrecha y continua en un proyecto muy ambicioso que consistía en comprender la geometría simpléctica y espectral de los sistemas semitóricos integrables. La colaboración fue productiva, y lo continúa siendo, pues ambos tenemos experiencia con técnicas muy distintas y combinarlas ha sido fundamental en nuestro trabajo, que también ha sido mencionado por el Jurado del premio. Después de dos años de trabajo intenso conseguimos dar una clasificación completa de estos sistemas en dimensión cuatro. Algo completamente inesperado para nosotros en un principio. Así que definitivamente puedo decir que la respuesta a tu pregunta es afirmativa. Estos sistemas semitóricos son muy relevantes en mecánica clásica y cuántica.

FP: ¿Te has planteado volver a España en algún momento?

ÁP: Sí que me lo he planteado. Me encuentro muy cómodo en mis circunstancias de trabajo actuales en la Universidad de Washington en San Luis. Dicho esto, todo depende de las oportunidades y proyectos concretos que se me puedan presentar en el futuro, tanto en el ámbito europeo como en Estados Unidos.

FP: ¿Cómo ves las oportunidades de desarrollo de los matemáticos de nuestra generación?

ÁP: Cuando dices «oportunidades» me imagino que te refieres a oportunidades en lugares específicos. Desconozco la situación en España y el resto de Europa, pues toda mi labor investigadora la he desarrollado en Estados Unidos. En Estados Unidos mi impresión personal es que un doctorado en matemáticas te abre bastantes puertas y te cierra muy pocas, o probablemente ninguna. La gran mayoría de los estudiantes que reciben un doctorado en matemáticas suelen incorporarse a trabajos en los que sus cualificaciones matemáticas son requeridas, apreciadas y útiles, por ejemplo en el sector financiero o industrial, y donde su trabajo no consiste en hacer investigación en matemáticas, al menos en el sentido que el mundo académico utiliza.

Por otro lado, el número de personas que reciben doctorados en matemáticas es, normalmente, muy superior al número de plazas de profesor o investigador que están vacantes en centros o universidades dedicadas principalmente a la investigación. Dicho esto, sí que veo que existen oportunidades excelentes por las que los jóvenes matemáticos pueden competir. Yo tuve la fortuna de poder pasar tiempo en Berkeley,

el MIT y actualmente en la Universidad de Washington en San Luis, donde mis condiciones de trabajo han sido magníficas.

FP: ¿Crees que la existencia de premios como el que acabas de recibir puede ser un estímulo para los jóvenes matemáticos españoles?

ÁP: Definitivamente sí. Me alegra mucho que la RSME decidiese establecer este premio. El premio sirve también como oportunidad para dar a conocer al público en general la importante y fundamental labor que los matemáticos desarrollan.

FP: Muchas gracias por tu atención y de nuevo te felicito por el premio obtenido.

ÁP: Muchas gracias a ti. Reitero mi agradecimiento a LA GACETA por su interés en mi trabajo, y a la RSME y al Jurado del premio por concederme este honor.

FRANCISCO PRESAS MATA, INSTITUTO DE CIENCIAS MATEMÁTICAS, CSIC-UAM-UC3M-UCM, MADRID

Correo electrónico: fpresas@icmat.es