

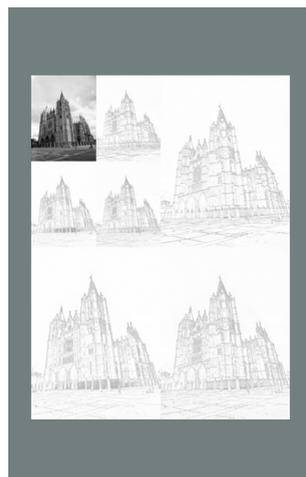
ACERCA DE LA PORTADA:

Completamos en este número la serie de portadas que LA GACETA ha dedicado en su volumen 24 a las matemáticas por las que Y. Meyer, I. Daubechies, T. Tao y E. Candès recibieron en 2020 el Premio Princesa de Asturias de Investigación Científica y Técnica. En esta se muestra cómo las ondículas permiten comprimir lo esencial de una imagen.

Como todas las de la serie, se la debemos a Davide Barbieri y Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid), quienes han comenzado con una foto en blanco y negro de la Catedral de León, de tamaño 3216×4288 píxeles, y la han sometido a dos pasos de un algoritmo de descomposición usando análisis multirresolución. En el primero, han aplicado a la foto la ondícula de Haar en las direcciones horizontal, lo que ha dado la imagen grande que aparece arriba a la derecha, y vertical, lo que resulta en la imagen grande de abajo a la izquierda. Esto corresponde esencialmente a hacer una derivación numérica en cada una de las dos direcciones y reducir a la mitad la resolución. Es decir, si $f(x, y)$ es la imagen original, la imagen de arriba a la derecha es $D_x f(x, y) = f(x+1, y) - f(x, y)$, con las dimensiones reducidas a la mitad. Sólo aparecen unos pocos píxeles claramente distintos de cero (aunque en el fondo se adivina el gris del cielo), porque la derivada es grande donde hay singularidades/saltos (en este caso, contornos horizontales) y es pequeña donde hay variaciones suaves. La imagen de abajo a la derecha es una especie de combinación de las derivadas horizontal y vertical. Hacer esto, almacenando las tres «derivadas» con resolución reducida junto a la imagen original, también en resolución reducida, es hacer un paso del algoritmo de descomposición con la ondícula de Haar.

En la portada no se ve la primera reducción de la imagen original, que se encontraría arriba a la izquierda, porque en el segundo paso se sustituye por el resultado de iterar el procedimiento: las cuatro imágenes que realmente aparecen en esa esquina se obtienen al volver a aplicar el algoritmo, esta vez a la versión de la foto que tenemos tras el primer paso. La compresión se debe a que, aunque en cada paso la imagen resultante tiene el mismo tamaño total que la foto desde la que se empezó (en nuestro caso 3216×4288 píxeles), tres de las cuatro figuras que la componen tras el primer paso, y seis de las siete (que ocupan $15/16$ de la superficie) tras el segundo, tienen pocos píxeles muy distintos de cero. Se pueden ver los detalles del algoritmo, en E. Hernández, *Gac. R. Soc. Mat. Esp.* **21** (2018), núm. 2, 275–299.

Algo similar se puede hacer, además de con la ondícula de Haar, con otras muchas ondículas. Las hay que tienen mejores propiedades —por ejemplo, mayor compresión—, pero su interpretación es más difícil (y si imprimiésemos el resultado no se vería nada, porque sería esencialmente todo cero, excepto unos pocos puntitos).



REDACCIÓN DE LA GACETA

LA GACETA de la Real Sociedad Matemática Española,
publicación cuatrimestral de la RSME.

© Real Sociedad Matemática Española, 2021

ISSN: 1138-8927

Depósito Legal: M-13573-1998

Impresión: Coria Gráfica S.L., Sevilla