

Entrevista a Sir Michael Atiyah, Medalla Fields 1966 y Premio Abel 2004

por

Óscar García-Prada

Michael Atiyah y sus colaboradores han cambiado el panorama de las matemáticas de las últimas décadas. En su trabajo destacan, entre otros temas fundamentales, el teorema del índice, realizado en colaboración con Isadore Singer, y el estudio de la geometría de las ecuaciones de Yang-Mills, con importantes aplicaciones en física teórica.

Sus contribuciones ilustran maravillosamente la unidad de las matemáticas y muestran, en particular, la importancia de la interacción entre geometría y física. Es un actor clave y con una gran influencia en el trabajo de la comunidad científica dedicada a estas disciplinas. Entre otras distinciones por su trabajo, ha recibido la Medalla Fields en 1966, la Medalla Copley en 1988 y el Premio Abel en 2004, y fue uno de los promotores de la fundación de la Sociedad Europea de Matemáticas. Es socio de honor de la RSME. LA GACETA DE LA RSME publicará próximamente, en su sección *Las Medallas Fields*, un artículo sobre las contribuciones matemáticas de Michael Atiyah.

Nos encontramos con Sir Michael Atiyah en la ciudad francesa de Brest, el 10 de julio de 2014, inmersos en un *workshop* sobre fibrados vectoriales reales organizado por el Centro Henri Lebesgue. Esta temática tiene sus orígenes en un trabajo seminal de Sir Michael de hace más de cincuenta años.

Óscar García-Prada: Pienso, Michael, que como tu trabajo ha dado lugar a capítulos fundamentales en las matemáticas de los siglos XX y XXI, de sobra conocidos, me gustaría que hablásemos más de las personas que has encontrado a lo largo de tu trayectoria matemática.

Michael Atiyah: Sí, claro. Me gusta hablar de las personas.

ÓGP: Sí, de tus memorias y recuerdos de algunas de estas personas. Así que me gustaría empezar por tus tutores cuando estabas en la universidad, o incluso en la escuela, quiero decir, tus mentores, y especialmente tus tutores en la universidad, Todd y Hodge. ¿Puedes contarnos algunos de tus recuerdos a este respecto?

MA: Sí, bueno, fui a la escuela en El Cairo, era una escuela inglesa, y también fui a la escuela en Alejandría. Tuve un profesor de matemáticas bastante bueno, aunque un poco anticuado y no muy sofisticado. Tuve una buena educación, pero nada especial en matemáticas. Siempre fui el más joven de la clase, dos años menos



Fotografía de Michael Atiyah.

que los demás. Fui el niño pequeño de la clase. Estando en la escuela y siendo dos años más joven que todos los demás, resulta que yo les ayudaba a los niños mayores con sus deberes y, a cambio de ello, ellos me defendían, así que tenía amigos poderosos. Ellos eran mayores, pero no tan listos, así que yo les ayudaba con los deberes y a cambio tenía guardaespaldas (risas), lo cual es importante si eres pequeño; ya sabes, en la escuela te pueden acosar si eres pequeño y todos son mayores, por lo tanto, eso era muy bueno.

Cuando fui al colegio en Alejandría, al mismo colegio, en mi último año teníamos un profesor de matemáticas que era de la vieja escuela. Era bastante bueno; de hecho, no se había formado como matemático, se había formado como químico, pero era un buen profesor, muy severo y disciplinado.

También tengo vagos recuerdos de un profesor de francés, que tenía una educación francesa, de estilo muy diferente... y creo que era griego. Recuerdo que me dio algunos libros de análisis moderno con los que él se había formado en Francia. Esa fue la primera vez que entré en contacto con este tipo de temas, aunque no causaron gran impresión en mí.

Luego fui al colegio en Manchester, en Inglaterra. Mi padre preguntó cuál era el mejor colegio para matemáticas y todos le dijeron que era el Manchester Grammar School. Era un colegio muy elitista desde el punto de vista intelectual, donde teníamos un profesor de matemáticas muy entregado. Había estado en Oxford alrededor de 1910 —era de la vieja escuela—, pero de alguna manera era muy inspirador. Así que trabajé mucho para superar los exámenes para entrar en Cambridge. El sistema

de acceso era muy competitivo, así que probablemente trabajé más entonces que en cualquier otra época de mi vida.

ÓGP: ¿Cuántos años tenías entonces?

MA: 17, fui allí a los 16 o 17 años. Estábamos todos muy preparados y todos conseguimos becas para entrar en Cambridge. Llegué a Cambridge con una muy buena preparación. Por supuesto que cuando llegas a la universidad no sabes cómo de bueno vas a ser en comparación con los otros, porque todos eran los mejores de sus colegios. Al final del primer año yo fui el número uno, por lo tanto me di cuenta de que era bueno desde ese punto de vista, y tenía muchos amigos que eran muy buenos matemáticos. Muchos de ellos se hicieron famosos, no sólo en matemáticas sino también en otros campos, así que tuve muy buen ambiente. Luego fui al Trinity College, que es famoso por Isaac Newton y por muchas otras personas como Ramanujan, Hardy, Littlewood. Tenía una fuerte tradición matemática —finalmente regresé allí como *Master of the College* cincuenta años más tarde (risas)—.

Así que tuve muy buena preparación. Los profesores eran muy normales, uno o dos muy buenos, la mayoría bastante comunes, y uno o dos muy malos. Hice los cursos de manera acelerada y fui a muchas clases para avanzar más rápido. Publiqué mi primer artículo en mi segundo año de universidad. Fui a algunos cursos de Todd, sobre un bonito problema de geometría clásica. Hice una pequeña contribución que él me animó a publicar. Sólo eran dos páginas, pero yo era un estudiante de segundo año y publicar un artículo me produjo un gran orgullo. Probablemente estoy más orgulloso de ese artículo que de cualquier otro trabajo, así que fue un buen comienzo. Después de esto, cuando me gradué, tuve que elegir director de tesis. Como ya he dicho, había recibido clases de Todd, que era un buen matemático, pero una persona muy tímida. Todd no hablaba cuando lo iba a ver, discutía los problemas pero nada más. Así que yo tenía que ir con una larga lista de preguntas para poder mantener la conversación.

Para hacer la tesis decidí no trabajar con él sino con Hodge, que era mucho más famoso por su trabajo y tenía fama internacional, lo cual me impresionó. Pensé que tendría una visión más amplia y la tenía, pero también era muy diferente de Todd. Era una persona muy sociable, extravertida y cordial. Si lo hubieras conocido no habrías pensado que era un matemático: parecía un frutero dirigiendo una tienda, y, de hecho, descubrí luego que venía de una familia que tenía tiendas de comida. Él fue el único que se interesó por las matemáticas, todos los demás se dedicaban a los negocios en sus tiendas. Pero era muy afable y muy cordial, así que me influyó y orientó. Fue un buen comienzo en mi carrera y tuve la suerte de llegar en el momento oportuno: tenía buenos compañeros, el mundo matemático estaba cambiando después de la guerra, en París, y en Princeton estaban pasando cosas nuevas. Yo estaba acabando y solía ir a la biblioteca cada semana para ver cuál era el último asunto tratado en las *Comptes Rendus*, los nuevos artículos de Serre, Cartan y otros matemáticos. Hodge tenía contactos en Princeton, así que me puse al día muy rápido y me fui a Princeton.

ÓGP: ¿Cuál fue el problema matemático que abordaste en tu tesis? ¿Fue Hodge quien te sugirió este problema?

MA: Bueno, hice dos cosas bastante distintas en mi tesis. Una la escogí por mí mismo; tenía que ver con lo que los géometras llaman superficies regladas, superficies que son familias de rectas y que surgieron en geometría clásica. Yo me interesé por ellas desde el punto de vista de su relación con fibrados vectoriales y con métodos de cohomología de haces. Usé métodos modernos para empezar una clasificación, pero esos eran los comienzos y luego se convirtió en una gran industria. Escribí el primer artículo sobre este tema en 1953–54, lo escribí más o menos yo solo. En mi segundo año de investigación, Hodge, con el que había trabajado, se dio cuenta de lo que estaba pasando y vio cómo usar métodos modernos para atacar el problema sobre integrales en geometría algebraica en el que él había estado interesado con anterioridad. Me dio la idea con la que empezar, que yo desarrollé y luego escribimos un artículo juntos sobre ello, que se hizo bastante famoso. Por lo tanto, hice dos cosas bastante distintas en mi tesis, que realicé en el período de 1952–1955. Una fue trabajo totalmente mío y la otra fue junto con mi supervisor. Este trabajo se concluyó prácticamente antes de que acabara el segundo año.

ÓGP: ¿De dónde era Hodge? ¿De donde venía matemáticamente hablando?

MA: Hodge era escocés. Escocia tiene una tradición matemática muy buena. Se graduó en la Universidad de Edimburgo, que es de hecho donde estoy ahora. De allí se fue a Cambridge para completar sus estudios, con lo que tenía una sólida formación en matemáticas y física, que fue muy relevante luego para su trabajo —la teoría de Hodge—. En Cambridge se incorporó a una escuela de geometría muy sólida pero anticuada. Allí se forjó su propio camino, alejado de ese tipo de ideas. Tuvo la influencia de Lefschetz, que estaba revolucionando la geometría algebraica usando métodos de topología. A distancia, Hodge seguía a Lefschetz a través de sus libros. Hodge se hizo un nombre casi sin querer, se convirtió en catedrático¹ y se fue a Princeton donde finalmente conoció a Lefschetz. Al principio Lefschetz se negaba a creer que Hodge había probado lo que había probado, seguía argumentando que estaba equivocado y a Hodge le llevó mucho tiempo demostrar que tenía razón. Estaba usando las ideas de Lefschetz de una forma más complicada. Lefschetz tenía una personalidad muy fuerte, así que cuando se convenció de que Hodge tenía razón, se retractó y pasó a ser un gran defensor después de ser un gran opositor, y le consiguió a Hodge una cátedra. Fue un gran apoyo. Al principio, ya sabes, todo fue mal y luego ¡ah! todo era magnífico. Lefschetz tenía una personalidad un tanto pintoresca. Lo conocí cuando fui a Princeton por primera vez, gracias a que era estudiante de Hodge. Resultó ser muy agresivo. Para entonces, él estaba haciendo otras cosas, pero miró el artículo que yo había escrito con Hodge, y dijo: «pero, ¿dónde está la teoría?, venga, dímelo». Era bueno pero un tanto agresivo, intentando

¹Usamos el término «catedrático» como traducción de *professor* cuando se refiere al nivel académico superior.

decir que no había nada importante en aquel artículo. Yo creo que era su estilo. Luego nos hicimos buenos amigos, pero tenía una personalidad muy fuerte.

ÓGP: De la gente que conociste después de tu tesis en Cambridge cuando fuiste a Princeton, ¿hay alguien a quien deberías mencionar?

MA: Sí, fui al Instituto de Estudios Avanzados. Aunque había un gran número de profesores permanentes muy distinguidos, llegué demasiado tarde para conocer a gente como Hermann Weyl, Von Neumann y Einstein. Todos habían muerto justo antes de que yo llegase. Además de los profesores permanentes, tenían un gran número de jóvenes brillantes llegados como investigadores posdoctorales, y como fue poco después de la guerra, que había alterado el proceso normal de educación, se juntaron varias generaciones. Así que desde el comienzo conocí a Hirzebruch, Kodaira, Spencer, Bott. Todos nosotros pasamos un año y medio en Princeton, así que ese fue realmente el momento en que conocí a la mayoría. Aprendí cosas de las que no había oído hablar antes: grupos de Lie, topología, etc.

ÓGP: ¿Y todos estaban en Princeton?

MA: Todos estaban en el Instituto de Princeton. Kodaira y Spencer eran respetados catedráticos y los demás éramos investigadores posdoctorales. Pasamos juntos un año o dos. Algunos de ellos habían estado en Princeton antes, así que era un buen sitio de reunión para la gente joven y aprendimos mucho los unos de los otros. Yo había aprendido algo de la escuela de matemáticas francesa, cuando estuve en Cambridge, pero en Princeton todo era contacto personal, Serre estaba allí, la influencia de la gente, diría que me hice muy buen amigo de todos ellos. Aprendí un montón de cosas en sólo un año. Esto fue como alcanzar la madurez; de repente, me convertí en una especie de matemático profesional. Aprendimos nuevas ideas, todo estaba en el aire, era uno de los sitios más importantes del mundo y había nuevos avances cada semana, nuevas teorías: clases características, cohomología, etc. Una época ideal para estar, y yo hice mis propias contribuciones. Conocí a Hirzebruch y luego, cuando él regresó a Europa, seguí viéndome con él y con otra gente en Bonn. Así que fue muy bueno, el momento ideal para llegar a Princeton y luego regresar a Europa. Ya sabes, la guerra acabó en el 45, y yo fui a Princeton en el 55, tiempo suficiente para que todo se asentara. Muchos de mis colegas no habían luchado en la guerra, pero habían sido llamados a filas: Singer sirvió en la Marina Americana, Bott fue adiestrado y casi participa en la guerra. Hirzebruch estuvo en el ejército alemán cuando era joven y fue capturado como prisionero de guerra por los americanos, sólo durante unos meses. Tenía 17 años y escapó. Yo era de los últimos de la lista. Así que estas son las personas a las que cogió la guerra, ya que eran mayores y estuvieron allí bastante tiempo. Cuando fui a Princeton habían pasado más de diez años, la gente se había recuperado y era una buena época.

ÓGP: Entonces volviste a Europa después de dos años.

MA: Sí, estuve un año y medio. Regresé, tenía un trabajo en Cambridge, donde pasé unos años más y luego me mudé a Oxford.

ÓGP: ¿Nos puedes decir algo sobre tus estudiantes en Cambridge y Oxford?

MA: En Cambridge no tuve muchos estudiantes porque me fui cuando era muy joven, pero tuve un par de ellos que había heredado de mi antiguo tutor. Hodge había aceptado tener estudiantes, pero en aquella época era un hombre muy ocupado, no tenía tiempo y su carrera se había deteriorado de algún modo por la guerra. Había sido famoso antes de la guerra, y durante la misma se había tenido que quedar en el College haciendo trabajos de administración. Así que cuando la guerra terminó estaba un tanto desconectado, aceptó estudiantes, pero luego me los pasó a mí. Así que mis dos primeros estudiantes eran transferidos y resultaron bien. Los dos hicieron la tesis conmigo, fue una buena preparación para mí, tenía que aprender a manejar estudiantes. No es tan obvio y, por supuesto, después de un tiempo te das cuenta de que algunos estudiantes son autodidactas, otros son independientes, pero la mayoría necesitan mucha ayuda, y como llegan con diferentes niveles de habilidad, algunos son muy buenos y otros no tanto. Luego fui a Oxford. En Oxford pasé mucho más tiempo y, por lo tanto, poco a poco tuve más estudiantes. Cuando eres joven te preguntas por qué querrían venir a trabajar conmigo; ya ves, tienes que hacerte un poco más viejo y un poco más famoso, y los estudiantes vienen. He atendido a muchos estudiantes. Bueno, es difícil contar estudiantes porque esto no está muy bien definido, a veces el estudiante de alguien se puede convertir en realidad, de facto, en tu estudiante. Digamos que he tenido unos cincuenta estudiantes durante mi carrera. En algún momento he tenido cinco o seis estudiantes haciendo el doctorado conmigo, dos o tres cada año y así estaba bien. Cuando me fui a Princeton como investigador tuve cuatro estudiantes.

ÓGP: ¿Quieres decir que cuando estabas en Oxford fuiste a Princeton otra vez?

MA: Sí, estuve en Oxford durante ocho años, de 1961 a 1969. Luego fui a Princeton durante tres años y medio y después regresé a Oxford. En Princeton la ventaja era que tú podías invitar a gente para que viniera y trabajara contigo, así que podías elegir. Una persona que vino conmigo, originalmente de Oxford, fue George Luzstig, un joven rumano y un estudiante muy brillante. También podía invitar a gente como ayudantes, así que tuve a Nigel Hitchin como ayudante.

ÓGP: ¿Él ya había sido tu estudiante en Oxford, cierto?

MA: Él había sido mi estudiante, un estudiante de facto. Oficialmente había estado trabajando para otra persona, pero trabajaba probablemente como yo sugería y contacté con él, así que se convirtió en mi estudiante. Antes de él, tuve a Graeme Segal, que había sido otro de los estudiantes de Hodge.

ÓGP: ¿Hodge lo envió a Oxford?

MA: Bueno, yo creo que se envió a sí mismo a Oxford (risas), y vino a trabajar conmigo. Por aquel entonces yo estaba cogiendo estudiantes, pero en Princeton tuve unos pocos y cuando regresé a Oxford tuve un número de estudiantes grande, porque,

supongo, ya era más conocido. Tuve muchos estudiantes que vinieron de Cambridge, muchos que venían del extranjero, varios de la India, en concreto. Patodi era un joven indio, él incluso trabajó conmigo como una especie de estudiante de facto. Y luego tuve estudiantes muy brillantes, como Simon Donaldson. Pasé un periodo donde pensé que no tenía estudiantes muy buenos, que yo no lo estaba haciendo bien, que quizás debería dejar de coger estudiantes, que no era lo suficientemente activo y luego algo cambia y, de repente, encuentras media docena de estudiantes brillantes, y es algo así como un acontecimiento al azar. Al menos estos estudiantes buenos son diferentes porque, por supuesto, aprendes de los buenos estudiantes: Donaldson fue uno de ellos. Él dio charlas al cabo de un tiempo. Yo fui a sus charlas, incluso cuando simplemente estaba haciendo su doctorado. Sí, aprendes bastante, y, con tantos estudiantes, les das un problema de tesis para que empiecen su trabajo, los animas, les dices qué dirección tomar, les ayudas de distintas maneras; y a veces ellos hacen las cosas por sí mismos, otras tú les haces el trabajo y a veces es una colaboración, así que es una experiencia muy positiva que yo disfruté. Cuando fui al Instituto en Princeton no tenía realmente estudiantes, tenía estudiantes accidentales, no había una universidad formal, ya sabes, era como los estudiantes de la Universidad de Oxford, algunos de la zona, otros de fuera para hacer el doctorado específicamente conmigo y otros para hacerlo solos, y eran de países como Australia (como Graeme Segal), Estados Unidos, India, sí, bastante internacional.

ÓGP: Así que colaboraste con algunos de tus estudiantes, como Nigel Hitchin.

MA: Sí, colaboré. . . , normalmente después de que acababan el doctorado, como colegas, colegas jóvenes. Ellos habían trabajado conmigo y trabajaban en la misma área, así que era normal que continuásemos colaborando en artículos conjuntos, con Nigel Hitchin y Graeme Segal. Normalmente, me gustaba tener a mis estudiantes trabajando en áreas un poco diferentes, unos en geometría diferencial, otros más en geometría algebraica, otros en topología. . . , así que no estaban todos en el mismo campo. Por lo tanto, yo tenía intereses y colaboraba con ellos, y ellos también tenían sus propias personalidades y gustos matemáticos. Colaboré con ellos, no todos en el mismo campo. Iban en direcciones un poco diferentes, lo cual es muy bueno, tienes que ampliar: unos con análisis, otros con geometría, otros con más topología, y de ese modo tú aprendes con estos estudiantes de veintitantos años, y también ellos se hacen más expertos. Segal se hizo experto en teoría de homotopía, Hitchin en geometría diferencial, así que fue una forma de aprender para mí. Cuando empiezas aprendes algo, pero cuando estás enseñando no tienes tiempo de estudiar; por lo tanto, tienes que aprender de una manera diferente, y una de esas maneras es a través de los estudiantes, colaborar con ellos.

ÓGP: De acuerdo, quizás puedas decir algo sobre tus colaboradores, los principales colaboradores que has tenido durante tu carrera.

MA: Sí, entre los colaboradores de mi edad o mayores está Hirzebruch, que era dos años mayor que yo, aunque aparentaba mucho más. Yo entré en el ejército e hice



Michael Atiyah (derecha) con el autor de esta entrevista.

dos años de servicio militar, él no tuvo que hacerlo. Lo ascendieron muy joven a catedrático cuando yo estaba acabando mi doctorado, pero no había mucha diferencia de edad. Así que colaboramos durante bastante tiempo porque yo solía ir a Bonn. Los trabajos se desarrollaban allí, era normal que escribiésemos los artículos juntos. Los otros dos con los que trabajé fueron Bott y Singer, que estaban en Estados Unidos, en Harvard y el MIT, respectivamente. Solía verlos en Princeton o en Harvard y el MIT, o ellos venían a Oxford y pasábamos mucho tiempo juntos. Teníamos intereses comunes y puntos fuertes diferentes. Hirzebruch estaba muy cerca de mí en muchos aspectos, aunque aprendí de él. Era un experto en clases características y topología; Bott estaba más interesado en geometría diferencial y grupos de Lie y cosas así, mientras que Singer tenía una preparación más analítica, en análisis funcional y espacios de Hilbert. Así que todos ellos tenían experiencias diferentes, aunque se solapaban y teníamos intereses comunes, así que muy bien. Pude escribir muchos artículos. No sólo eran expertos ellos, sino que además conocían también a los verdaderos expertos. Singer tenía buenos amigos que lideraban la teoría de ecuaciones diferenciales y Bott conocía a mucha gente en topología. Todos tenían una gran variedad de contactos y estudiantes. Smale y Quillen eran estudiantes de Bott. Era una buena red. Yo soy muy extravertido y me gusta hablar (risas). Me encantan las discusiones matemáticas. Íbamos al encerado e intercambiábamos ideas, era muy estimulante. Después de hablar nos íbamos a casa y pensábamos tranquilamente y luego volvíamos otra vez. Era un proceso muy social y bueno para hacernos grandes amigos —una relación laboral es muy íntima en ese sentido—. Estos fueron mis

principales colaboradores. También tuve colaboradores más jóvenes, como Graeme Segal, Nigel Hitchin, que ya mencioné antes, y más tarde otros más jóvenes como Frances Kirwan. Escribí bastantes artículos con Nigel y Frances, una relación similar pero invertida porque yo era el profesor y ellos los estudiantes. Teníamos intereses comunes, pero formaban parte de una generación nueva con nuevas ideas, así que era una red muy buena.

ÓGP: Y también tienes buenos amigos en la comunidad de físicos, Witten en concreto, ¿cierto?

MA: Eso fue más tarde. Sí, recuerdo que conocí a Witten cuando fui a Estados Unidos a principios de los 70. Nos habíamos dado cuenta de que había algo que se solapaba entre lo que los físicos estaban haciendo por una parte, y Singer y yo por otra. Así que fui y tuve un encuentro con un grupo de cuatro físicos del MIT: tres personas mayores y un joven. Al final, después de la discusión, me di cuenta de que este último era un hombre realmente inteligente; entendía mucho mejor las matemáticas que yo estaba intentando explicar: era Ed Witten, un Junior Fellow en Harvard. Después de esto, lo invité a venir a Oxford durante unas semanas, y lo llegué a conocer bien. Así que lo conozco desde que era un joven investigador en Harvard y siempre fue tremendamente espectacular. Aprendí muchísimo de él e intenté leer casi cada artículo que escribía, pero escribe gran cantidad de artículos... Creo que una de mis principales contribuciones fue introducir en el mundo matemático ideas provenientes de la física a través de gente como Ed Witten y sus colaboradores. Al principio, muchos matemáticos sospechaban de los físicos. Decían que la física no tiene nada que ver con las matemáticas, que los físicos no prueban teoremas. Era un asunto dudoso, así que me gané mala fama por mezclarme con malas compañías, ya ves (risas). Pero creo que, aunque también con Witten los matemáticos eran escépticos, comprendieron que él podía hacer muchas cosas que ellos no podían hacer, abrió muchos caminos y consiguió la medalla Fields. Así que seguir su desarrollo fue parte de mi educación y, al final, yo me convertí casi en su estudiante de doctorado (risas). Esto fue muchos años más tarde, cuando pasé un trimestre con él en CalTech y fue un poco como ser estudiante otra vez. Solía ir a verlo por la mañana, pasábamos una hora discutiendo sobre el problema, yo me iba y continuaba pensando en el problema durante 23 horas hasta que volvía. Mientras tanto él hacía otras cosas, yo volvía al día siguiente y continuábamos la discusión. Era un trabajo duro mantenerse a su nivel...

ÓGP: Escribisteis un artículo...

MA: Sí, escribimos un artículo de 100 páginas. Escribí partes de él. Witten decidió que debíamos trabajar conjuntamente en ese tema, probablemente porque tenía alguna relación con lo que yo había hecho antes, pero él tenía ideas al respecto y me animó. Era tan bueno que incluso, ocasionalmente, solíamos tener discusiones sobre la parte matemática y normalmente él tenía razón y yo no (risas). Fue toda una experiencia. En ese momento yo ya era mayor, pero fue como ser un estudiante, realmente apasionante. Incluso ahora en Edimburgo, entre la gente con la que cola-

boro, hay muchos físicos, físicos matemáticos, físicos de la nueva generación, y hago cada vez más cosas con ellos, matemáticas relacionadas con la física.

ÓGP: Volviendo atrás en el tiempo, también interactuaste mucho con Roger Penrose, ¿cierto?

MA: Sí, Roger Penrose fue compañero mío de estudios. Llegó de Londres, y empezó su doctorado a la vez que yo, como estudiante de Hodge, pero no se llevaba bien con Hodge, sus intereses eran diferentes, y después de un año se cambió a Todd.

ÓGP: Lo contrario de lo que tú hiciste.

MA: Sí, bueno, a mí me había enseñado Todd, y era curioso porque Todd estaba haciendo más geometría algebraica. Cuando Penrose acabó y se fue de Cambridge, perdimos el contacto y luego se interesó seriamente por la física. Nos encontramos otra vez cuando vino como Catedrático de Física Matemática a Oxford, después de que yo volviera de Princeton, y conseguimos reconstruir nuestras conexiones.

Teníamos nuestra raíz común en la geometría algebraica y me explicó lo que estaba haciendo. Después de un tiempo me di cuenta de que las ideas modernas de la teoría de haces eran realmente lo que necesitaba. Presenté a su grupo nuevas ideas en física, y eso fue muy bien. Escribí algún artículo con uno de sus estudiantes, Richard Ward, fue muy interesante. Cuando estuve en Princeton en aquella época, antes de volver a Oxford, hablé con Freeman Dyson y hablamos sobre Roger Penrose. Dijo: «Ah, Roger Penrose ha hecho cosas muy buenas sobre los agujeros negros, que yo siempre he admirado, pero ha hecho algunas cosas curiosas sobre los *twistors* que yo no entiendo, quizás cuando regreses a Oxford entenderás lo que son los *twistors*», y tenía razón, toda la razón. Ese fue el nexo de unión.

ÓGP: Estaba relacionado con vuestra base común en geometría algebraica, ¿cierto?

MA: Por supuesto. Ambos habíamos aprendido la representación de rectas de Klein y grassmanianas. Conocíamos la geometría clásica, así que fue una buena relación y nos llevábamos bien. Tenía un gran número de estudiantes con los que trabajaba en equipo. Conoció a Hawking cuando era más joven, así que tuve buenas conexiones con ese grupo de físicos. También aprendí mucho de Singer y Bott. Ambos tenían una titulación distinta de las matemáticas, Bott se formó como ingeniero electrónico y Singer se formó en física, luego decidió que la física no era muy rigurosa y se pasó a las matemáticas. Así que tuve muy buen contacto con la física. Bott se introdujo en las matemáticas a través de Hermann Weyl, que lo empujó en la dirección correcta. Sí, venían de diferentes entornos, porque en aquellos días las matemáticas no eran verdaderamente una profesión. Tu padre quería que te formases en un trabajo que te diera algún dinero, como ingeniero (risas). Uno no se formaba en matemáticas o física; ser físico o matemático no era considerado como una ocupación donde podías conseguir un trabajo. Por supuesto esto ha cambiado bastante ahora, pero en aquellos días era así. Singer y Bott conocían bien a Chern. Chern era amigo de Yang —los dos eran chinos—. Había una conexión entre los

chinos —Yang, Lee, Chern— y Singer. Esto nos proporcionó una entrada a la física moderna cuando las cosas estaban sucediendo, pero fue una coincidencia. Fue muy extraño. En Princeton tenían aquella gran Escuela de Matemáticas y Ciencias Naturales, al principio era una y luego fue dividida. Los primeros puestos en Princeton fueron todos para grandes figuras: Hermann Weyl, Von Neumann, Gödel, gente como Pauli estaba también allí. Por lo tanto, un gran centro de matemáticas y física, incluyendo matemáticos como Weyl y Von Neumann, pero más tarde las matemáticas se convirtieron en otro tipo diferente de matemáticas. Eran matemáticas estilo Bourbaki, matemáticas puras, y se apartaron de la física. Así que cuando yo llegué, los matemáticos y los físicos estaban totalmente separados y no se hablaban entre sí. Dyson podía haber sido un nexo porque empezó como matemático y luego se hizo físico, pero para entonces los matemáticos y los físicos habían seguido caminos diferentes, perseguían cosas distintas: los matemáticos no tenían mucha simpatía por la física, pensaban que la física era muy engorrosa y nada rigurosa, y los físicos tenían una visión semejante de las matemáticas. Las matemáticas modernas eran muy abstractas, así que no tenían ningún nexo. Cuando las cosas empezaron a cambiar y Witten entró en escena, todo fue totalmente diferente, más interactivo, con algunos seminarios juntos, pero todavía se mantenían las distancias.

ÓGP: Volviendo a los años 50, ¿es realmente un accidente que los físicos estuviesen desarrollando las teorías de Yang-Mills, y que simultáneamente los matemáticos estuvieran desarrollando la teoría de conexiones, clases de Chern y todo esto?, ¿cuál era la conexión?

MA: Es una historia muy interesante. El principal nexo realmente fue Hermann Weyl. Él fue la persona que introdujo la teoría *gauge* en física. Escribió el primer artículo sobre cómo usar los métodos de teoría *gauge* en el estudio del electromagnetismo, y estaba en el instituto desde el comienzo, pero murió en 1955, el año en el que yo llegué. La teoría de Yang-Mills se desarrolló más o menos en la misma época, 1955. Conocí a Mills, que era un hombre joven, cuando estuve de visita allí. Uno pensaría que Yang habló con Hermann Weyl, cuando Weyl todavía estaba interesado en la física.

ÓGP: Coincidieron en Princeton, pero según creo nunca tuvieron la oportunidad de debatir sobre el tema.

MA: Bueno, para entonces Weyl era un poco mayor, su interés en la física había sido 20 años antes; la física moderna había tomado diferentes direcciones; él estaba haciendo otras cosas, se habían descubierto nuevas partículas, así que Weyl no estaba ya en el asunto. Pero él era el gran hombre y si ellos hubieran hablado con Hermann Weyl, él les habría contado todo sobre conexiones y grupos de Lie. Simplemente fue un accidente de la edad y el tiempo, y es muy misterioso que él y Yang no contactaran, así que se perdió la oportunidad. Simultáneamente, uno de mis coetáneos en Cambridge, llamado Ronald Shaw, escribió su tesis sobre este tema y descubrió la teoría de Yang-Mills de manera independiente, pero su supervisor dijo: «no vale la pena publicarlo»; pobre hombre, él nunca lo publicó. Pero en aquella época había objeciones físicas a la teoría que no la hacían popular, así que se desechó.

Fue años más tarde cuando la gente la retomó, para ver si todavía se podía hacer un uso adecuado de la teoría desde el punto de vista físico. Entonces se hizo popular, pero fue probablemente 15 años más tarde, en los 70, cuando se retomó; en los años intermedios se persiguieron cosas diferentes. Se buscaban simetrías, representaciones de partículas, hacían cosas bastante diferentes y la teoría de Yang-Mills quedó atrás. Cuando resurgió, era la época en la que Singer y yo llegamos, nos involucramos, y nos interesamos porque hacíamos matemáticas que estaban relacionadas. Pero Hermann Weyl lo sabía todo sobre el asunto, la física y matemáticas, y estaba ahí antes que los físicos, pero los físicos nunca enfatizaron el lado geométrico.

ÓGP: Pero uno tiene la impresión de que falta un nexo que lo hace más misterioso, que estaban desarrollando objetos similares y les llevó tiempo darse cuenta.

MA: Bueno, Hermann Weyl introdujo la teoría *gauge* para unificar el magnetismo con la teoría de la relatividad de Einstein. Cuando escribió su artículo, Einstein indicó que no tenía sentido físico porque lo que Weyl estaba haciendo era trabajar con fibrados de línea reales, donde tenía lugar el cambio de escala. La teoría *gauge* tenía que ver con la escala y su idea era que si ibas por un camino en un campo magnético alterarías la longitud y la escala de las cosas. Einstein decía que eso no tenía sentido. Si ese fuera el caso, no todos los átomos de hidrógeno tendrían la misma masa, porque tendrían diferentes historias. Pero, a pesar de ello, el artículo fue publicado, esto es lo que yo encuentro interesante. El artículo fue publicado porque Weyl insistió en que tenía razón; las objeciones de Einstein aparecieron en un apéndice. Así que Weyl ya sabía lo que pasaba, pero fue unos años más tarde, cuando la mecánica cuántica apareció, cuando se interpretó la longitud como una fase. Entonces la objeción física desapareció y la teoría se hizo estándar, pero para entonces Weyl ya había abandonado el tema, se había desanimado, aunque sabía, por supuesto, que era toda su teoría. La versión abeliana no prosperó hasta después de su muerte. Si Weyl hubiera vivido más tiempo, él podría haber sido el principal nexo ausente entre la teoría de Yang-Mills en física y la teoría de fibrados y conexiones en geometría.

ÓGP: Pero también es interesante que en la comunidad matemática se estaba desarrollando la teoría no-abeliana.

MA: Sí, pero fue casi inevitable. La teoría de fibrados es una ramificación de la geometría riemanniana, desarrollada por Riemann, Betti y los geómetras italianos. La geometría diferencial, el transporte paralelo, era para los fibrados tangentes, para la métrica, no para una superestructura de fibrados, la métrica es más difícil.

Cuando Einstein presentó la teoría de la relatividad hubo mucho interés de los matemáticos y geómetras diferenciales; esto dio un gran impulso a la geometría diferencial, el transporte paralelo era parte de la relatividad general, fue muy natural. Lo que era nuevo era considerar fibrados vectoriales sobre el espacio. Pero toda la noción de transporte paralelo era conocida para los geómetras y poco después Chern y Weil lo trajeron a la teoría de fibrados y las clases características. En matemáticas habían estado haciendo esto durante mucho tiempo. Lo habían estado haciendo

desde Riemann y Betti. Einstein se dirigió a la geometría diferencial, mientras que la teoría Yang-Mills conectaba con la teoría de fibrados. Esto era todo parte de las matemáticas. Lo que sucedió es que Singer y yo conectamos con la ecuación de Dirac, ecuaciones diferenciales conocidas por los físicos, el espín, espinores, etc. Esto era una nueva parte de las matemáticas que no se había hecho antes, al menos no seriamente, aunque los físicos sabían del asunto. Así que yo creo que las matemáticas siempre estuvieron ahí, los físicos se habían acercado más o menos a ellas, y más tarde se interesaron realmente. Entonces Hermann Weyl murió. Es una historia interesante pero, como todo en la vida, el desarrollo de los hechos no es lo que uno se espera. Viéndolo retrospectivamente, lo habrías hecho de manera diferente, pero todo es un poco accidental, depende de las modas del momento, de la gente del momento y sus personalidades; ya sabes, es impredecible, no es automático, es un poco por casualidad.

ÓGP: El panorama de la física teórica ha cambiado enormemente, quiero decir, después de aquellos apasionantes años, de tus contribuciones y las de tus colaboradores y tu escuela. Por ejemplo, los espacios de moduli son ahora ubicuos en física.

MA: Sí, se pusieron muy de moda. Surgieron de la geometría algebraica y yo sabía sobre ellos; luego los físicos se interesaron realmente por la teoría de las cuerdas, se hicieron más matemáticos y se apropiaron de gran parte de las matemáticas que habían hecho otros. Mis estudiantes fueron arrastrados a la teoría de Donaldson, así que la interacción aumentó enormemente después de aquel episodio en los años 70, y ha sido enormemente influyente y todavía lo es. La física y las matemáticas se alimentan la una a la otra.

ÓGP: Quería preguntarte sobre eso. ¿Qué te parece el momento actual? ¿Crees que hay cosas interesantes que están pasando?

MA: Sí, las hay. Al hacerme mayor pierdo un poco de contacto con lo que está pasando. Oigo cosas indirectamente. Consigo artículos y leo algunos resultados nuevos. Hay desarrollos en la teoría de Chern-Simons y la teoría de nudos, en las que estuve interesado. Intento seguirlo hasta cierto punto, aunque ahora menos. Las matemáticas se hacen más sofisticadas. Están las categorías derivadas y cosas abstractas que no gustan a las personas mayores, ideas muy modernas. La interacción es todavía muy cercana y hay toda una generación de gente que es muy difícil decir si son físicos o matemáticos o una mezcla. Son híbridos, por lo que tienen a veces problemas ya que los físicos no los consideran físicos y los matemáticos no los consideran matemáticos. Así que para muchas de estas personas es difícil conseguir un trabajo: quién te va a dar un trabajo si no eres ni una cosa ni la otra. Pero aun así creo que es algo muy saludable, y hay centros y actividades donde se anima a desarrollar estas ideas híbridas, como la teoría de las cuerdas. Así que sin duda es un área muy activa. ¿Qué significa exactamente esto para la física? La física y las matemáticas tienen una relación muy cercana, pero ¿cuáles son las diferencias? La física está buscando una solución única para el universo, las matemáticas están explorando todos los universos posibles o posibles teorías. Así que tenemos muchas

ideas, algunas de ellas mueren en la física porque los físicos prefieren nuevas ideas, pero los matemáticos pueden trabajar en cualquier cosa. Por lo tanto, es una relación diferente ya que nunca se sabe por dónde saldrá la física.

Yo tengo mis propias ideas, intento seguir lo que está pasando, pero también ser un poco independiente. Creo que no es necesario seguir exactamente lo que los jóvenes están haciendo. Me gusta tener algunas ideas que se salen un poco de lo normal, o que son más originales. Juego con ideas que son poco ortodoxas. Estoy trabajando en algunas cosas que son diferentes a las que otros físicos están haciendo actualmente. Nadie sabe en física si hay una teoría final o si estamos cerca de una teoría final o si, de hecho, habrá puntos de vista totalmente diferentes dentro de cinco años. Creo que las cosas evolucionarán y habrá cambios radicales. En la actualidad creo que algunas de las ideas serán asimiladas, otras rechazadas, algunas cambiarán, pero las matemáticas se beneficiarán de todas ellas tanto si dan lugar a buena física o no. Todo esto tiene contenido matemático y los matemáticos han aprendido mucho. La simetría especular², todas estas dualidades de las cuerdas son ideas que han venido de la física. Así que hay mucho. . . , y creo que no fue Witten el que inventó el término, pero hizo mucha propaganda diciendo que la teoría de cuerdas era una rama de las matemáticas del siglo XXI, descubierta accidentalmente en el siglo XX. Así que es ahora cuando la teoría esta adquiriendo forma. No se sabe muy bien qué es, pero de algún modo son nuevas ideas que están transformando las matemáticas. Estamos en medio de nuevos desarrollos, en medio de un tumulto de ideas, como un torbellino en el que no sabes lo que va a pasar. Es difícil predecir y uno no quiere predecir porque, como siempre digo, lo que puedas predecir no será demasiado interesante. Las cosas interesantes son los nuevos desarrollos y, si pudieras predecirlos, no serían tan apasionantes. Hay que estar preparado para las sorpresas, hay que buscar sorpresas y de vez en cuando aparece una.

ÓGP: Precisamente, estoy muy sorprendido de lo dinámico que estás en este congreso. Sigues pensando y produciendo trabajo. ¿Qué es lo que ocupa tus días en la actualidad?

MA: Bueno, desafortunadamente, en este momento estoy haciéndome viejo y mi esposa también se está haciendo vieja. Ella tiene muchos problemas y tengo que pasar mucho tiempo cuidándola. Entre una cosa y otra, ella ocupa el 75 % de mi tiempo, así que cuando vengo a congresos como este, que es algo bastante raro, me tomo unas vacaciones para hablar de matemáticas. Cuando estoy en casa, simplemente sobrevivo. Tengo algunos amigos físicos, nos vemos una o dos veces a la semana para charlar de mis ideas. Durante los últimos dos años he estado ocupado escribiendo artículos biográficos sobre Hirzebruch. Un artículo para la Sociedad Matemática de Londres y otro para la Royal Society; no está acabado, pero me ha ocupado mucho tiempo. Obviamente era una prioridad, tenía que hacerlo mientras todavía estoy aquí. Tengo estas ideas un poco locas que estoy intentando perseguir. Hablo con gente más joven porque necesitas gente joven que te siga. Este congreso es un poco accidental. Trabajé en estas ideas hace mucho tiempo y no me había dado cuenta de

² *Mirror symmetry* en inglés.

que la gente estaba trabajando en los fibrados vectoriales reales. Así que vine y me he dado cuenta de que podía seguir muchas cosas, no todo, y mucho viene de un artículo que escribí hace cincuenta años, es una experiencia muy rara. Tengo esta experiencia ahora, vengo a una conferencia en un gran centro como este, me siento arriba porque es fácil entrar y salir, los jóvenes están sentados abajo hablando de mí y de mi trabajo afanosamente. Me siento como si estuviese viviendo en el cielo mirando a mi pasado, estoy flotando cada vez más cerca del cielo. Es una situación muy rara. A veces, esas personas no saben que estoy aquí, también miro a mi trabajo cincuenta años más tarde, ya ves, es una experiencia extraña porque uno tiene dificultades para seguir sus propios artículos. Cuando eres joven eres muy rápido, pero ahora intento leer mis propios artículos y son bastante difíciles, aunque en general los entiendo y entiendo que he olvidado algunos tecnicismos; no sería capaz de hacerlo ahora, hay algunos problemas terribles con los signos con los que tienes que tener cuidado, así que es una experiencia extraña. Supongo que es gratificante encontrar qué cosas que acabé hace años todavía están vivas; ya sabes, muchas veces las cosas avanzan y lo que la gente hace se ha olvidado, pero algunas de las cosas que hice hace cincuenta años todavía se usan, se redescubren, se desarrollan por jóvenes y se publican en nuevas direcciones, así que es muy alentador. No puedo decir que siga todo, pero puedo ver la dirección en la que progresan las cosas. Así que ha sido muy agradable venir aquí, a este evento en particular, un evento de pequeña escala. Voy a otros encuentros ocasionalmente, pero ahora no tengo muchas posibilidades. Por supuesto asisto a charlas y doy algunos seminarios. Recientemente fui a un festival en Italia. A los italianos les gustan los festivales donde tienen música, poesía, matemáticas. Es muy agradable este tipo de mezcla cultural. A los italianos les gusta este tipo de ideas renacentistas, hacen muchas. He estado en Roma, Milán, la última fue en el sur de Nápoles, y conozco a gente interesante. Creo que fue en Roma donde conocí a Boris Spassky, ya sabes, el jugador de ajedrez. Hablamos de ajedrez y cosas así, y también conocí a Nash. Estaba allí. Lo entrevistaron. Lo traté un poco en Princeton cuando estaba un poco loco, pero ahora³ se ha recuperado considerablemente, aunque por supuesto es un hombre mayor, mayor que yo.

ÓGP: ¿Pudiste charlar con él?

MA: Sí. Lo entrevistaron sobre su vida y sobre la película que hicieron sobre su vida y yo estaba allí. Fue interesante, aunque es un caso triste, por supuesto. Pero por lo menos está recuperado de sus años de enfermedad. Así que conoces a personas interesantes en estos eventos. Conocí a un hombre cuando estuve en otro hotel, Paulo Coelho, ¿sabes quién es?

ÓGP: Sí, el famoso escritor brasileño.

MA: Sí, es muy famoso. Apareció en el mismo escenario que yo. No le interesaban las matemáticas, pero era una gran figura. Conoces a una mezcla de personas interesantes: músicos, poetas. . .

³En la fecha de la entrevista Nash vivía todavía.

ÓGP: Recientemente has escrito un artículo sobre la relación de las matemáticas con la belleza, ¿cierto?

MA: Sí, tengo un amigo con el que colaboro, un neurofisiólogo, de origen libanés como yo, así que hacemos comida libanesa juntos, nos reunimos y debatimos. Él está muy interesado en el arte, ha escrito un libro sobre el arte y la visión, comparando lo que los artistas intentan lograr con el arte y los procesos que ocurren en el cerebro, ya sabes, hace escáneres, y tratamos del asunto de las matemáticas. Le pregunté qué pasa en el cerebro de la gente cuando piensa en matemáticas. Escribimos algunas cosas. Teníamos algún trabajo previo, pero el más reciente fue sobre la belleza. Cuando los matemáticos hablan sobre la belleza saben lo que quieren decir, pero ¿es el mismo tipo de belleza que perciben en el arte y en la música? ¿Es el mismo fenómeno fisiológico? Básicamente, los experimentos que hizo con su equipo muestran que sí, que hay una parte común del cerebro que se ilumina tanto si hablas de belleza en relación a las matemáticas como en otras cosas. Por supuesto, otras partes del cerebro se iluminan dependiendo del contexto. Así que la noción abstracta de belleza está construida dentro del cerebro, y hables de matemáticas, de pintura o de música, es una experiencia común. Así que es correcto usar la palabra belleza.

ÓGP: ¿Has experimentado por ti mismo este nexo entre las matemáticas y otras manifestaciones del arte?

MA: Bueno, todos sabemos lo que queremos decir cuando decimos belleza, la apreciamos a través de la música y el arte. En matemáticas también sabemos apreciarla, y yo creo que son lo mismo, pero uno no sabe si esto es muy objetivo. Ahora hay evidencia científica de que no es algo subjetivo. La noción de belleza está fisiológicamente basada en el mismo tipo de experiencia. Cuando escribimos aquel artículo, se hizo mundialmente famoso. Hubo artículos en el *New York Times*, en el *London Times*, uno en Madrid, todos podían entender lo que decía; así que se hizo famoso, de modo instantáneo. Al principio tuvimos problemas para publicar, porque este tipo de cosas tienden a no ser aceptadas por la gente ortodoxa. Para el público general, por supuesto, es fascinante.

ÓGP: ¿Crees que alguien nos puede emocionar con un teorema hermoso o probando un teorema hermoso como si escuchásemos o tocásemos una pieza musical?

MA: Sí, sí, absolutamente. Obviamente son diferentes, pero si comparas la música y la pintura, por ejemplo, uno sabe si ve un cuadro bello. No es la misma experiencia, hay una gran diferencia, pero hay un aspecto común de apreciación.

ÓGP: Quizás sea más difícil con las matemáticas, ¿cierto?

MA: Es más difícil, sí, pero ese es precisamente el asunto. No estábamos seguros de si la palabra estaba usada correctamente, pero como matemáticos sabemos lo que queremos decir con belleza y yo creo que la belleza en las matemáticas es comparable a la belleza en la música; no son lo mismo, pero son comparables, no hay duda sobre esto. Sabemos lo que es un teorema realmente bonito (risas). Es un sentimiento

subjetivo, pero es verdad. Hermann Weyl hizo el siguiente comentario: «la mayor parte de mi vida mis dos objetivos fueron buscar la verdad y la belleza, pero si dudo, siempre escojo la belleza». La gente cree que esto es ridículo, pero ¿por qué deberías estar preocupado por la verdad? En realidad yo discuto esto, ya ves, la verdad es algo que nunca alcanzas. Se encuentran otras cosas mientras buscas la verdad. Lo que se tiene en un momento dado es algo que se aproxima a la verdad, una verdad parcial, incluso podría ser una ilusión. Pero la belleza es subjetiva, una experiencia inmediata, uno ve la belleza, y no puedes argumentar contra eso. Es una experiencia inmediata y creo que la clave es que la belleza es el faro que nos guía hacia la verdad. Puedes verlo, te ilumina, te muestra el camino, lo sigues y la experiencia ha mostrado que las cosas bonitas llevan a resultados verdaderos. Así que creo que hay una conexión interesante entre la verdad y la belleza. Creo que Hermann Weyl habría estado de acuerdo con esto. Creo que esto es lo que él quería decir. Algunas personas pensaban que lo decía de broma.

ÓGP: Y hablando de belleza, tenemos la cena muy pronto.

MA: Sí (risas).

ÓGP: Así que no quiero robarte más tiempo.

MA: Vale, muchas gracias.

ÓGP: Realmente te agradezco la entrevista. He disfrutado mucho escuchándote.

MA: A mí también me ha gustado mucho hablar de todo esto.

ÓGP: Muchas gracias, Michael.

AGRADECIMIENTOS. El autor desea agradecer a Ana Jeremías y Leo Alonso la invitación a publicar esta entrevista en LA GACETA DE LA RSME, y la ayuda financiera del proyecto de la Xunta de Galicia con el FEDER, código GRC2013-045, que ha permitido la transcripción y la traducción de la entrevista original.

ÓSCAR GARCÍA-PRADA, ICMAT (CSIC-UAM-UC3M-UCM), CAMPUS DE CANTOBLANCO, 28049 MADRID

Correo electrónico: oscar.garcia-prada@icmat.es