
MATEMÁTICAS EN LAS AULAS DE SECUNDARIA

Sección a cargo de

Inmaculada Fuentes Gil

Nadie duda, actualmente, de la importancia de la Estadística como rama del conocimiento científico y como tal forma parte de los currículos en todos los niveles educativos. Sin embargo, en contraste con el papel que juega en los niveles universitarios, todos los profesores de Secundaria sabemos que, excepto en el Bachillerato de Ciencias Sociales, los temas correspondientes a Estadística o no se estudian o se dejan para el final, pasando por ellos sin dedicarles el tiempo necesario. Esta realidad nos lleva a plantear ciertas cuestiones relacionadas con la enseñanza de la Estadística en los niveles preuniversitarios.

Presentamos aquí algunas reflexiones sobre el tema, con la confianza de que el trabajo realizado por estos profesores, junto con la celebración en el 2013 del «Año Internacional de la Estadística», nos mueva a todos los docentes a encontrar soluciones para dar a la enseñanza de la Estadística el papel que le corresponde en la actualidad.

La Estadística en la Enseñanza Preuniversitaria

por

Salvador Naya, Matilde Ríos y Lucía Zapata

1. INTRODUCCIÓN

El próximo año 2013 fue declarado «Año Internacional de la Estadística», con motivo de la conmemoración del tercer centenario de la publicación del libro *Ars Conjectandi*, de Jacob Bernoulli, hecho que muchos historiadores consideran el inicio de esta disciplina matemática. Será un año de celebraciones en las que, sin duda, se reflexionará sobre el papel de la estadística en distintos campos, entre los que la enseñanza en los niveles preuniversitarios deberá ocupar también un papel importante (véase <http://www.statistics2013.org> para más detalles).

La estadística y la probabilidad forman parte, hoy en día, del currículo de matemáticas en la Educación Primaria y Secundaria en la mayoría de los países desarrollados. Esta presencia dentro de los programas oficiales de matemáticas pocas veces

se corresponde con la realidad en el aula. La experiencia de quienes impartimos estadística en distintos grados universitarios, y las encuestas realizadas a alumnos y docentes de estos niveles, avalan esta escasa o nula presencia de la enseñanza de la estadística en la enseñanza primaria y secundaria.

Con motivo del 50.º aniversario de la Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa (SEIO), tuvo lugar una reunión en la Universidad Complutense de Madrid, una de cuyas consecuencias fue la edición de un monográfico sobre la situación y evolución de la estadística e investigación operativa a lo largo de estos años. En este encuentro se presentaron los logros de la expansión de la estadística a lo largo de estos últimos 50 años en España, calificada como una verdadera «explosión» por el profesor Pedro Gil, que la define como un «apostolado estadístico» [17].

El papel que juega la estadística dentro de los nuevos grados universitarios es envidiable, y un buen indicador de esta buena salud en la Universidad es la cantidad de publicaciones científicas en esta rama en los últimos años, con publicaciones en las revistas más significativas del área [18].

Por tanto, la panorámica de la estadística en los niveles universitarios, así como su peso específico como ciencia, es muy distinta a su situación en el campo educativo preuniversitario. Hoy nadie discute su gran importancia, ya no como rama del conocimiento científico sino su interrelación con otras ciencias (Medicina, Biología, Ingeniería, Economía, Psicología, Agricultura, . . .), donde se usa como parte del método de investigación científica, y desde donde se desarrollaron muchos métodos estadísticos. Esta importancia como materia transversal hace aún más necesaria su inclusión real en los programas docentes preuniversitarios.

En este trabajo pretendemos hacer una reflexión sobre la disfunción entre lo que figura en los programas de matemáticas y lo que realmente se imparte, y también abordar qué y cómo se enseña la estadística en los distintos niveles educativos preuniversitarios, haciendo un trato especial a los ámbitos español y colombiano (por la afiliación de los autores), pero también relacionado con otros países del entorno, con los que existen muchas similitudes. El artículo se divide en varias secciones en las que se analizará el problema desde distintas perspectivas; en primer lugar se presentará, en la sección segunda, un análisis sobre el estado actual de los contenidos en los distintos programas de enseñanza preuniversitaria, en las secciones tercera y cuarta se abordará la situación de la enseñanza de esta disciplina en los casos particulares de España y Colombia, y una quinta sección analiza y propone algunas estrategias de enseñanza, finalizando con un último apartado de conclusiones.

2. SITUACIÓN DE LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA ESCOLAR

La estadística es un área presente en la mayoría de los currículos de matemáticas. Tanto el razonamiento estadístico como el razonamiento matemático son esenciales en la sociedad moderna, y deben complementarse para reforzar el currículo global de matemáticas de los estudiantes ([16] y [38]). Entre las diversas razones para incluir temas de estadística y probabilidad en estos niveles, se han apuntado en los últimos años las siguientes: su utilidad en la vida diaria, su papel instrumental en otras disciplinas, la necesidad de un conocimiento estocástico básico en muchas profesiones,

y el importante papel de la estadística en el desarrollo de un razonamiento crítico ([14] y [12]).

La estadística moderna es la encargada de descubrir los patrones y estructuras en la naturaleza, de desenterrar relaciones que desafían la percepción normal y de proveernos de herramientas poderosas para mejorar la comprensión del mundo que nos rodea, y por tanto debería ser considerada por el público en general como la más excitante de las disciplinas [11]. Otra interesante definición de la estadística, menos academicista, pero más acorde con su uso escolar, es la que aporta el profesor Pere Grima, en su libro «La certeza absoluta y otras ficciones», donde la define como «la práctica de torturar los números para que confiesen». Esta suspicacia parte de la suposición de que «cierto» significa no mucho más de «altamente probable». Con todo, es sin duda la parte más importante de la matemática aplicada, y constituye nuestra mejor guía para tomar decisiones correctas cuando nos enfrentamos a escenarios de incertidumbre, es decir, casi siempre [19].

Sin embargo, la realidad sobre el estado de la enseñanza de esta importante parte de las matemáticas es bien distinta a la reflejada en los diseños curriculares. Lo que se constata día a día, en conversaciones con profesores y en las evaluaciones del alumnado, es que no se suelen impartir gran parte (o todo) de los contenidos de estadística y probabilidad reflejados en los proyectos curriculares y, en algunos casos, el alumno termina su enseñanza preuniversitaria sin haber abordado ninguna temática de estadística.

La enseñanza de la estadística se reduce u olvida con frecuencia y, en el mejor de los casos, se enseña demasiado formalmente, con pocos ejemplos de aplicaciones reales. Por otra parte, la estadística está inmersa en las asignaturas de matemáticas como también lo está la geometría, la aritmética y el álgebra. Esta es una condición poco favorable para la estadística puesto que es la rama con menor ventaja histórica. Entre las causas que se pueden apuntar para esta disconformidad se podría mencionar la formación de los docentes sesgada hacia una estadística matemática [5].

Las reformas curriculares de las últimas dos décadas, que involucran la estadística en la escuela desde la primaria, no han considerado la necesidad de formar a los profesores para los nuevos retos. Como consecuencia, muchos estudiantes finalizan la escuela secundaria con escasa comprensión de los principios básicos que subyacen en el análisis de datos, lo que explica muchos de los problemas que encuentran en el uso posterior de la estadística en su vida cotidiana o profesional, o en los cursos de estadística en la universidad.

Algunos autores sostienen que el cambio de la enseñanza en la estadística dependerá del grado en que se pueda convencer a los profesores de que la estadística es uno de los temas más útiles para sus estudiantes [16]. También apuntan a que pocos matemáticos reciben una formación específica en estadística aplicada, muestreo, diseño de experimentos, análisis de datos de aplicaciones reales o uso del software estadístico. Además, estos profesores también necesitarían formación en el conocimiento pedagógico relacionado con la educación estadística, a la que no pueden transferirse algunos principios generales válidos en otras áreas de las matemáticas [3]. La situación es todavía más crítica para los profesores de educación primaria, ya que pocos

de ellos tuvieron una formación suficiente, ni en estadística teórica ni en estadística aplicada [13].

Entre las propuestas de contenidos son destacables las conclusiones del Proyecto Klein. Este proyecto es una iniciativa conjunta de la International Mathematical Union (IMU) y de la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) para desarrollar una versión actualizada (en la forma y en el fondo) del hito que supuso la publicación, en 1908, del libro de Felix Klein titulado «Matemática Elemental desde un punto de vista superior». Esta publicación tenía la declarada intención de contribuir a la mejora de la enseñanza de las matemáticas en Alemania, mostrando la repercusión, en la consideración de los objetos matemáticos de la enseñanza no universitaria, de los avances de esta disciplina a lo largo del siglo XIX. Actualmente se está revisando este proyecto en el que se pretende incluir, como es lógico, una parte de estadística y probabilidad que resuma las aportaciones correspondientes al siglo XX [31]. Para mayor información sobre este proyecto puede verse el artículo sobre el Proyecto Klein aparecido en *La Gaceta de la RSME* [36].

En esta reunión se debatió sobre qué contenidos matemáticos deberían estudiar los escolares del futuro. Lógicamente, la estadística, como una de las ramas más emergentes de las matemáticas, debería estar muy presente en los nuevos currículos. Las conclusiones de estas jornadas también pusieron en evidencia la falta de cumplimiento de los objetivos marcados en los programas oficiales. En palabras de uno de los participantes, el profesor José Luis Álvarez, la enseñanza de las matemáticas se desarrolla de forma «cíclica y estacional»: se repite cada curso los contenidos del anterior y en la misma época del año, y la estadística figura siempre al final de los programas [9].

Varias de estas consideraciones llevaron recientemente a la International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) y la International Association for Statistical Education (IASE) a la organización de un Estudio Conjunto para analizar la enseñanza de la estadística en los niveles preuniversitarios y hacer recomendaciones sobre cómo mejorar la formación de los profesores de matemáticas para tener mayor éxito al formar estudiantes estadísticamente cultos. Este estudio conjunto, que fue abordado en un congreso específico en la ciudad mexicana de Monterrey en 2008, se orientó a la reflexión sobre la especificidad de la enseñanza de la estadística en los niveles escolares y en la educación de los profesores para proporcionar una panorámica de la situación, tanto en la enseñanza de la estadística en las escuelas, como en la preparación inicial de los profesores de matemáticas. Las conclusiones de este trabajo se recogen en las actas del congreso de Monterrey y en un texto del ICMI [20].

Aunque esta necesidad de un fuerte alfabetismo estadístico está más que justificada, la realidad es que su presencia real en la escuela primaria y secundaria es anecdótica en muchos casos. Como respuesta a este problema habría que replantearse la pregunta de qué y cómo enseñar. Las respuestas a estas cuestiones no son fáciles. En las secciones siguientes se analizará esta situación en distintos países y se plantearán algunas propuestas de mejora.

3. LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN ESPAÑA

La buena salud de que goza la estadística en España dentro de la docencia universitaria, presente en la mayoría de los nuevos grados, y su más que envidiable posición dentro de la investigación, no se traduce al caso de la enseñanza preuniversitaria. Como conmemoración del 50.º aniversario de la Sociedad de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) se hizo un interesante estudio de la evolución (expansión) de la estadística en los distintos departamentos de las universidades de España [18]. En este documento también se recoge la excelente posición de la buena investigación en estadística y probabilidad en España. Sin embargo, esta buena posición no se ve reflejada en su presencia en la enseñanza previa a la universidad.

Un análisis de los diseños curriculares, tanto de los dos ciclos de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) como en el bachillerato y formación profesional, constata su presencia en todos los cursos de Secundaria y en el primer curso de Bachillerato y ciclos formativos, pero esta presencia dentro de los programas oficiales no se traduce en la correspondiente presencia en las aulas. Entre los motivos que pueden influir puede estar la formación de los docentes, el enfoque demasiado probabilístico de muchos de los temas o la situación dentro del programa, relegada siempre al final del temario. Este orden de presentar los contenidos estadísticos es evidente en los programas oficiales y sus correspondientes libros de texto (véanse los decretos de enseñanzas mínimas [22], [23] y [24]).

Tanto el enfoque de una estadística matemática, olvidándose en gran parte del estudio de datos reales, como su situación al final del programa, se puede constatar analizando los manuales de todas las editoriales, que aun cambiando algunas la presentación de los temas de estadística, siguen situando esos temas al final del libro de texto, siguiendo también el programa, normalmente excesivo para el tiempo previsto. Este hecho, sería fácilmente subsanable pero habría que vencer esta inercia «cíclica y estacional» de cómo se imparten las matemáticas en estos niveles.

Otro de los motivos que ayuda a que no se imparta el componente del programa de matemáticas correspondiente a la estadística es su eliminación del examen para ingresar en la Universidad en las vías de Ciencias. Al no exigirse en *Selectividad*, no se imparte. En el caso del estudiantado del bachillerato para Ciencias Sociales, ocurre lo contrario, ya que su presencia en las pruebas de ingreso hace que los temas de estadística figuren en el último curso, segundo de bachillerato, constituyendo un 25 % de los contenidos.

En el caso español esta situación varía al analizar las distintas comunidades autónomas que tienen delegadas las competencias educativas. Así, en el caso de Galicia existe la opción de cursar una materia optativa en segundo curso: «Métodos Estadísticos e Numéricos» [10]. El programa de esta materia, en la que se incluyen temas de inferencia, cadenas de Markov o series temporales, constituye una interesante opción para el alumno interesado en una mayor formación [7].

Hay que destacar la excelente promoción que se está haciendo por parte de sociedades estadísticas, como la iniciativa de los concursos «Incubadora de sondeos y Experimentos», que promueve la Sociedad Española de Estadística e Investigación Operativa (SEIO) y que apoyan otras sociedades en su organización local como la

Sociedad Gallega para la Promoción de la Estadística y la Investigación Operativa (SGAPEIO) y que, año a año, van incrementando tanto la participación como la calidad de los trabajos ([39] y [40]).

3.1. LA SITUACIÓN DE LA ENSEÑANZA EN OTROS PAÍSES EUROPEOS

El debate analizado de la enseñanza en España está también presente en otros países europeos. En Europa existen tres tendencias muy diferentes entre sí relativas a la enseñanza de la estadística. Una primera hace énfasis en el proceso del análisis de datos (caso del Reino Unido); otra se centra en abordarla como capítulo de la matemáticas (es el caso de Francia y Bélgica); y una tercera tendencia la considera como una herramienta auxiliar para el estudio de diversos asuntos y disciplinas escolares (caso de Suecia, por ejemplo) [30].

Estos enfoques se pueden correlacionar con los resultados de la última evaluación llevada a cabo por la OCDE, conocida como evaluación PISA (Programme for International Student Assessment). Este informe propone generar indicadores de los logros en educación y se lleva a cabo mediante una evaluación internacional. La información procede de los resultados obtenidos en pruebas estandarizadas de los estudiantes de 15 años. Pueden compararse países y permite también analizar regiones dentro de cada país [37]. Aunque el informe PISA no hace referencia a los conocimientos específicos sobre estadística y probabilidad, es una buena referencia para analizar la situación global en matemáticas, en donde los países con una mayor puntuación en esta materia también son los que tradicionalmente se inclinan por una enseñanza que da un valor añadido al uso de las TIC en las matemáticas, lo que hace suponer un mayor estudio de temas estadísticos ([32] y [35]).

El informe PISA utiliza la noción de lo que se ha llamado «alfabetización matemática (mathematical literacy)», que hace referencia a la capacidad de los escolares para utilizar sus competencias matemáticas con el propósito de afrontar los desafíos del futuro. En las próximas encuestas de este informe sería muy recomendable sondear al alumnado sobre el estado de su «alfabetización estadística».

4. LA SITUACIÓN DE LA ESTADÍSTICA EN COLOMBIA

En el caso de Colombia la enseñanza de la estadística preuniversitaria fue opcional por varias décadas. Solo con la publicación de los estándares de calidad del Ministerio de Educación Nacional ([25] y [26]) la inclusión en todos los niveles educativos se hizo oficial. La estadística en el currículo colombiano solo data de cerca de una década. El currículo colombiano para matemáticas está organizado en cinco componentes: numérico, geométrico, métrico, aleatorio y algebraico. A su vez, el componente aleatorio está estructurado en temáticas que van desde la estadística descriptiva a la inferencial, y desde la educación básica primaria se hace un fuerte énfasis en las habilidades de interpretar, explicar, predecir y formular más que en las habilidades de calcular. Adicionalmente, el currículo está concebido como un currículo integrado. Se espera que los cinco componentes se aborden simultáneamente desde el primer grado de la básica primaria hasta el último grado de la media vocacional

(el sistema educativo colombiano obligatorio tiene 11 grados: la básica primaria va desde 1.º hasta 5.º, la básica secundaria va de 6.º a 9.º y la media vocacional son los grados 10.º y 11.º).

La estadística llegó al currículo colombiano pero no se tuvo en cuenta la preparación de los profesores en ejercicio, ni la promoción de las orientaciones y el material de apoyo necesario para atender las demandas de las nuevas especificidades del currículo. Hoy, unos cuantos años después de la reforma curricular, los profesores en ejercicio hacen su mejor esfuerzo para enseñar estadística, que ahora es un requerimiento, pero lo hacen más atendiendo a su sentido común que a una reflexión profunda de las potencialidades de la estadística en el aula y lo que representa este nuevo elemento del currículo.

Una investigación recién terminada (véase [43]) reveló que los profesores colombianos sí enseñan estadística en el nivel preuniversitario, pero no parece existir diferencia en las temáticas ni en la profundidad con la que se aborda en los diversos niveles educativos. Al comparar la estadística enseñada en la básica primaria, secundaria y media vocacional no se encontró diferencia sustancial. En dieciocho clases de estadística preuniversitarias estudiadas en profundidad se encontró que a los estudiantes de cuarto, octavo y undécimo grado se les enseñaba a organizar datos en tablas de frecuencia y a calcular las medidas de tendencia central. Aunque en los estándares para matemáticas hay diferencias explícitas con respecto a lo que los estudiantes de los diferentes grados deben saber [25], en la práctica no se ve esta diferencia y se sigue perpetuando el formato «cíclico y estacional» que padecen otros países. Los resultados del citado estudio sugieren que, sin importar el nivel escolar, la enseñanza de la estadística en Colombia se centra en lo descriptivo más que en lo inferencial.

Las nuevas tendencias en educación estadística demandan el uso de ordenadores no solo para llevar a cabo tediosos cálculos estadísticos sino para apoyar la exploración, la visualización y la comprensión de conceptos abstractos mediante simulaciones [12]. Sin embargo, el estudio llevado a cabo por Zapata y Rocha [43] reveló que ninguna de las clases estudiadas en profundidad evidenció el uso de ordenadores. Esto indica que, a pesar del reconocido valor didáctico de los ordenadores en el desarrollo del razonamiento estadístico, las clases de estadística se desarrollan exclusivamente con el apoyo de lápiz y papel.

4.1. LA ENSEÑANZA DE LA ESTADÍSTICA EN OTROS PAÍSES LATINOAMERICANOS

Países como Brasil también sufren tensiones similares en la enseñanza de la estadística. El currículo brasileño incluye en los Parámetros Curriculares Nacionales la estadística y la probabilidad en todos los niveles preuniversitarios como componentes del área de matemáticas ([28] y [29]). Esta inclusión reconoce la importancia del desarrollo del razonamiento estadístico en la formación intelectual y cívica de los estudiantes, y valora la estadística como herramienta esencial para la formación de la actitud crítica. Sin embargo, a pesar de esta inclusión oficial en los parámetros curriculares, la implementación del currículo en las escuelas representa muchos desafíos que incluyen: la formación inicial y continuada de profesores; el desarrollo

de libros de texto que en general contienen errores conceptuales y el contenido es presentado en forma fragmentada; la escasez de materiales didácticos que puedan apoyar la labor del profesor; los resultados de investigación en educación estadística generalmente no están disponibles para las escuelas; y la carencia de software libre para apoyar las clases [6].

En la mayoría de los países latinoamericanos, la inclusión, por primera vez, de la estadística en los currículos escolares preuniversitarios se ha dado en los últimos diez años. Como consecuencia de esta inclusión, los gobiernos han empezado a tomar decisiones importantes con respecto a la formación de los profesores. Sin embargo, cualquier política pública pensada para la formación de profesores demanda tiempo de implementación. Un estudio reciente con profesores costarricenses reveló que, aunque la estadística forma parte del currículo oficial y que los profesores reconocen su importancia, en la práctica no hay un fuerte énfasis en la estadística por la falta de tiempo en el calendario escolar y por la ausencia de contenidos de estadística en la prueba nacional de evaluación de estudiantes [8].

Otro estudio reveló que los programas de formación de profesores de Panamá no atienden las necesidades de formación para responder a las demandas de los currículos. Los profesores de básica primaria de Panamá pueden optar por un título de Escuela Normal (que es equivalente a los grados 10–12 con un año adicional de formación postsecundaria) o un título universitario; lo cierto es que, cerca de la mitad de los profesores de primaria optan por el título de la Escuela Normal que no incluye formación en estadística [41]. Esto los deja mal formados para atender con calidad las exigencias de las reformas curriculares.

5. ¿CÓMO Y QUÉ ENSEÑAR EN LA ESTADÍSTICA ESCOLAR?

Existen diversas perspectivas para la enseñanza de la estadística a nivel de la enseñanza primaria y secundaria. Básicamente, unas valoran, sobre todo, los aspectos matemáticos de la estadística, otras dan especial importancia a su uso en el análisis e interpretación de datos y otras enfocan su papel como un lenguaje de descripción de la realidad.

Este mayor énfasis en el análisis de datos y la investigación científica en la enseñanza de la estadística es el caso del Reino Unido o de los Estados Unidos; la American Statistical Association (ASA) da directrices recomendando hacer hincapié en los métodos científicos de recopilación de datos.

En cuanto al cómo enseñar se apunta a que el conocimiento del contenido pedagógico requerido para la enseñanza y el modo en que los profesores usan su conocimiento estadístico al enseñar estadística también debe tenerse en cuenta [27].

A pesar de las diversas perspectivas en cuanto a cómo enseñar estadística, parece existir algunos acuerdos mínimos que conservan la esencia de la naturaleza de este campo. La enseñanza de estadística debe atender al desafío de formar principalmente consumidores de estadística y, en lo posible, usuarios de la estadística. Formar un consumidor en estadística significa que la escuela debe proveer al ciudadano común de los elementos básicos para entender información estadística necesaria para la toma de decisiones informadas. Bajo esta mirada, el ciudadano que es consumidor de

estadística debe estar en condiciones de leer, interpretar, organizar, evaluar críticamente y apreciar información estadística relacionada con los contextos sociales en los cuales está inmerso ([2], [4], [14] y [15]). Este nivel de conocimiento se ha entendido en la literatura como formar al ciudadano común en la cultura estadística.

Formar usuarios de la estadística va mucho más allá de formar consumidores de estadística. Un usuario de la estadística, además de ser un ciudadano estadísticamente culto, requiere conocimiento sofisticado de métodos formales de estadística: saber diseñar preguntas apropiadas, diseñar experimentos, recoger datos y analizarlos con procedimientos estadísticos formales, y sacar conclusiones apropiadas. Este nivel de conocimiento es lo que en la literatura se denomina razonamiento estadístico.

Uno de los desafíos en la enseñanza de la estadística es promover el razonamiento estadístico y, para atender a dicho desafío, dos modelos han emergido en contextos socioculturales apartados, pero que coinciden en su esencia. Uno de ellos es el modelo Problema, Plan, Datos, Análisis y Conclusiones (PPDAC, Nueva Zelanda), y el otro es la guía para la evaluación y la instrucción en Educación Estadística (GAISE, Estados Unidos).

De acuerdo al modelo PPADC, la enseñanza de la estadística puede ser abordada siguiendo el método que siguen los estadísticos profesionales. Este método puede ser representado como una serie de cinco etapas: (1) El Problema, que incluye el pliego de preguntas de investigación; (2) El Plan, que involucra los procedimientos utilizados para llevar a cabo el estudio; (3) Los Datos, que hace referencia al proceso de recopilación de la información; (4) El Análisis, que incluye los resúmenes estadísticos y análisis utilizados para responder a las preguntas planteadas; (5) Las Conclusiones, que son las declaraciones acerca de lo que se ha aprendido con respecto a las preguntas de investigación. Cada etapa del método estadístico viene con sus propios problemas para ser comprendidos y tratados. Una etapa lleva a la otra, y depende de las fases anteriores. Este modelo, inicialmente propuesto por MacKay y Oldford [21] y luego divulgado por Pfannkuch y Wild ([33], [34] y [42]), surge de la preocupación de algunos profesionales en estadística, ejerciendo como profesores de estadística, de promover el razonamiento estadístico y de estimular el acercamiento a la disciplina desde contextos reales. Bajo esta mirada, los estudiantes usan la estadística como una herramienta para solucionar problemas de la vida real, y el problema cobra importancia. En otras palabras, si no hay problema, la enseñanza de procedimientos estadísticos no tienen sentido porque no hay nada que resolver.

La guía GAISE fue sugerida por un equipo interdisciplinario de profesionales en diversos campos de estudio (estadística, matemáticas, educación estadística y educación matemática) preocupados por promover el razonamiento estadístico y la alfabetización estadística en los estudiantes, desde preescolar hasta formación universitaria [12]. Este modelo plantea que en la enseñanza de la estadística se debe seguir una trayectoria que involucre las etapas: (1) Formulación de preguntas; (2) Recolección de datos; (3) Análisis de datos; (4) Interpretación de resultados. Estas etapas comparten mucho con el modelo PPDAC descrito en el apartado anterior. Sin embargo, la mayor diferencia entre estos dos modelos está en las recomendaciones adicionales que ofrece la guía GAISE con respecto a la enseñanza de la estadística. La GAISE recomienda: (1) Enfatizar alfabetización estadística y desarrollar razona-

miento estadístico; (2) Usar datos reales; (3) Enfatizar la comprensión conceptual más que el aprendizaje de procedimientos; (4) Promover el aprendizaje activo en el aula; (5) Usar tecnología para desarrollar comprensión conceptual y analizar datos, no solamente para calcular procedimientos; (6) Usar la evaluación para mejorar el aprendizaje [1].

Usar datos reales tiene sentido cuando se da importancia a la autenticidad, producción y recolección de los datos, a la posibilidad de relacionar el análisis con el contexto del problema, y a la idea de acercar a los estudiantes a conceptos estadísticos. Los datos reales pueden ser datos de archivos de estadísticas oficiales o publicados en la Web, pero también podrían ser generados por la clase o simulados. Enfatizar la comprensión de conceptos sobre la aplicación de procedimientos se justifica en que, sin el aprendizaje del concepto, el procedimiento tiene poco valor para los estudiantes.

Promover el aprendizaje activo en el aula es una forma valiosa de promover el aprendizaje colaborativo. Asimismo, esta recomendación ayuda a los estudiantes a descubrir, construir y entender la importancia de las ideas estadísticas. El aprendizaje activo ayuda además a los estudiantes a comunicar sus ideas en lenguaje estadístico y a los profesores les ofrece un método informal de evaluar el aprendizaje de los estudiantes. Algunas actividades que podrían ser consideradas promotoras del aprendizaje activo son: resolución de problemas en equipos o individual, proyectos de grupo, laboratorios o demostraciones basadas en datos generados en la clase.

El uso de la tecnología en el aula debe ser orientada a la interpretación de los resultados, a la visualización de conceptos y a la comprensión de ideas abstractas más que a la aplicación de algoritmos. Algunos ejemplos de esta tecnología son: aulas de ordenadores, calculadoras gráficas, software, applets y websites.

La evaluación en la clase de estadística no es solo el punto final de la instrucción sino una forma de ofrecer realimentación útil y oportuna que conduzca al aprendizaje. La evaluación es parte del proceso y debería enfocarse en la comprensión de ideas claves, no solo en habilidades y procedimientos.

6. CONCLUSIONES

Como conclusión de estas reflexiones podría plantearse cambiar el orden en que clásicamente se presentan los temas de Estadística dentro del currículo escolar: incluirlos al comienzo y no al final del programa de matemáticas. Algo tan sencillo como el cambio de orden seguramente ayudaría a que no se dejase de impartir, pues el principal motivo es aludir a la falta de tiempo para abordar el programa completo. Esto generalmente sucede porque los profesores que tienen la responsabilidad de enseñar matemáticas bajo un currículo integrado terminan privilegiando los componentes del currículo en los cuales se sienten más preparados y dejan para el final aquellos en los que se sienten menos fuertes. Esto sugiere que es necesario pensar en un currículo de matemáticas que tenga la estadística como área propia como sucede, por ejemplo, en los Estados Unidos.

Además del libro del texto tradicional, debería potenciarse la creación de materiales que permitan establecer conexiones entre su enseñanza a nivel no universitario

y los resultados de la investigación desarrollada en los últimos años, que constituye uno de los retos del proyecto Klein. Una forma de conseguir este objetivo sería solicitando a los grupos de investigación en el área que aporten resúmenes de sus líneas de trabajo para hacerlo accesible a estudiantes y docentes. Tampoco deberían descartarse nuevos formatos como el cómic o los vídeos divulgativos con acceso desde Internet, que constituyen interesantes medios de comunicación en la población escolar actual. En el caso de la Estadística, una alternativa interesante sería involucrar también a organismos oficiales que posibiliten el empleo de datos reales, como es el caso de los institutos de estadística (INE, IGE, etc.).

En cuanto a qué contenidos podrían ofrecerse al alumnado, es evidente que la mayoría de las temáticas de la estadística pueden ser abordadas desde una perspectiva informativa, pues aun no teniendo las herramientas matemáticas para su desarrollo, podrían explicarse conceptos básicos de estadística descriptiva, inferencia, muestreo, series temporales, programación lineal, etc., es decir, podría hacerse énfasis en formar al ciudadano estadísticamente culto, en la comprensión e interpretación y en los conceptos más que en los procedimientos.

Con respecto al «cómo enseñar», la propuesta es hacer uso de ejemplos ilustrativos extraídos de problemas con datos reales. Los modelos presentados parten de un problema o de una pregunta estadística. No tiene sentido aplicar un procedimiento estadístico si no hay una intención, un problema que resolver o una pregunta que responder. Generalmente, la clase de estadística preuniversitaria empieza con la enseñanza de un procedimiento estadístico y luego se propone un problema para ser resuelto con el procedimiento estadístico recién aprendido. Esta estructura de la clase de estadística no ayuda a promover el razonamiento estadístico de los estudiantes, ya que en el mundo real los problemas vienen primero, y de acuerdo con los problemas se estudia la pertinencia de las herramientas para resolverlos: no tiene sentido una pregunta por un procedimiento o por un concepto desvinculado del problema. Lo que se debe promover es el desarrollo de la cultura estadística y el razonamiento estadístico para resolver problemas.

La enorme evolución de la estadística como ciencia, y su situación en la enseñanza universitaria, no ha sido reflejada del mismo modo en los programas educativos preuniversitarios, y se constata la necesidad de considerar la estadística como un elemento fundamental para la formación de la ciudadanía y, para eso, es necesario traer a primer plano el análisis de datos y poner atención en todas las fases del proceso de investigación.

Los cambios curriculares no terminan cuando se publican las leyes educativas, sino que es necesario dotar de una solvente formación a los profesores, crear buenos materiales de texto que propicien las condiciones necesarias para que los programas lleguen a impartirse y, en algunos casos, se precisa también un cambio de perspectiva, para dejar de considerar la estadística como la hermana «pobre» y poco interesante de las matemáticas.

REFERENCIAS

- [1] M. ALIAGA, G. COBB, C. CUFF Y J. GARFIELD, *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE)*, College report (R. Gould, L. Robin, T. Moore, A. Rossman, B. Stephenson, J. Utts y otros, Eds.), American Statistical Association, Alexandria, VA, 2007.
- [2] C. BATANERO, *Los retos de la cultura estadística*, Conferencia inaugural, Jornadas Interamericanas de Enseñanza de la Estadística, Buenos Aires, 2002. <http://www.ugr.es/~batanero/ARTICULOS/CULTURA.pdf>
- [3] C. BATANERO, *Educación estadística en los niveles no universitarios*. Consultado el 24 de abril de 2012 en http://www.sgapeio.es/descargas/congresos_SGAPEIO/ourense_2009/
- [4] D. BEN-ZVI Y J. GARFIELD, Statistical literacy, reasoning, and thinking: Goals, definitions, and challenges. En D. Ben-Zvi y J. Garfield, *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (págs. 3–15), Dordrecht (Holanda), Kluwer, 2004.
- [5] G. BURRILL, *NCTM 2006 Yearbook: Thinking and reasoning with data and chance*, Reston, VA, NCTM, 2006, 309–321.
- [6] T. CAMPOS, I. CAZORLA Y V. KATAOKA, Statistics School Curricula in Brazil. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching Statistics in School Mathematics-Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (págs. 5–8), 2011, Springer.
- [7] R. CAO, A. LABORA, S. NAYA Y M. RÍOS, *Métodos Estadísticos e Numéricos*, Baía Edicións, A Coruña, 2001.
- [8] E. CHAVES, Inconsistencia entre los programas de estudio y la realidad de aula en la enseñanza de la estadística secundaria, *Actualidades Investigativas en Educación* **7 (3)** (2007), 1–35. <http://redalyc.uaemex.mx/pdf/447/44770315.pdf>
- [9] R. CRESPO, S. GARCÍA-CUESTA, M. DE LEÓN, A. QUIRÓS, T. RECIO Y L. RICO, Conferencia Klein-España: Matemáticas para la educación del siglo XXI, *La Gaceta de la RSME*, **13, 3** (2010), 449–454.
- [10] CURRÍCULO DE LA ESO Y BACHILLERATO EN GALICIA, consultado el 29 de febrero de 2012 en <http://www.sgapeio.es/>
- [11] J. H. DAVID, Breaking misconceptions-statistics and its relationship to mathematics, *The Statistician* **47, 2** (1998), 245–250.
- [12] C. FRANKLIN, G. KADER, D. MEWBORN, J. MORENO, R. PECK, M. PERRY Y OTROS, *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report: A pre-K-12 curriculum framework*, American Statistical Association, Reston, 2007.
- [13] C. FRANKLIN Y D. MEWBORN, The statistical education of PreK-12 teachers: A shared responsibility. En G. Burrill y P. C. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance* (Sixty-eighth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, págs. 335–344), Reston, VA, 2006.

- [14] I. GAL, Adult's statistical literacy. Meanings, components, responsibilities, *International Statistical Review* **70** (1) (2002), 1–25.
- [15] I. GAL, Expanding conceptions of statistical literacy: An analysis of products from statistics agencies, *Statistics Education Research Journal* **2** (2003), 3–21.
- [16] L. GATTUSO, *Statistics and Mathematics. Is it possible to create fruitful links?*, Proceedings of the Seventh International Conference on Teaching Statistics, CD ROM, Salvador (Bahia, Brasil), 2006.
- [17] M. A. GIL, P. GIL Y L. PARDO, Historical Evolution of Statistics in Spain, *Boletín de Estadística e Investigación Operativa (BEIO)* **28**, 1 (2012), 8–23.
- [18] J.A. GIL, D. PEÑA Y J. RODRÍGUEZ, Statistical research in Europe: 1985–1997, *Test* **9** (2000), 255–281.
- [19] P. GRIMA, *La certeza absoluta y otras ficciones: Los secretos de la estadística*, RBA, Barcelona, 2011.
- [20] ICMI, *Teaching Statistics in School Mathematics, the 18th study series*, Springer, 2011.
- [21] R. MACKAY Y W. OLDFORD, *Stat 231 Course Notes Fall 1994* (Notas de clase), University of Waterloo, Waterloo (Canadá), 1994.
- [22] MEC, Real Decreto 1513/2006, de 7 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas de la Educación Primaria, 2006.
- [23] MEC, Real Decreto 1631/2006, de 29 de diciembre, por el que se establecen las enseñanzas mínimas correspondientes a la Educación Secundaria Obligatoria, 2006.
- [24] MEC, Real Decreto 1467/2007, de 2 de noviembre, por el que se establece la estructura del Bachillerato y se fijan sus enseñanzas mínimas, 2007.
- [25] MEN, *Estándares básicos de matemáticas*, Centro de Pedagogía Participativa, Bogotá, 2003.
- [26] MEN, *Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas*, Ministerio de Educación Nacional, Bogotá, 2006.
- [27] W. T. MICKELSON Y R. HEATON, Primary teachers statistical reasoning about data. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenges of developing statistical literacy, reasoning, and thinking* (págs. 353–373), Dordrecht (Holanda), 2004.
- [28] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*, Brasília (Brasil), 1997.
- [29] MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO, *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*, Brasília (Brasil), 1998.
- [30] C. MOREIRA, La estadística en la enseñanza secundaria en Europa, *Actas del X Congreso Galego de Estatística e Investigación de Operacións*, 2011. Consultado el 20 de febrero de 2012 en http://xsgapeio.uvigo.es/resumenes/Moreira_Romero_Lopez.pdf
- [31] S. NAYA, Estadística(s) en el proyecto Klein, *Actas del XXXII Congreso Nacional de Estadística e Investigación Operativa* (<http://dm.udc.es/seio2010/>), A Coruña, 2010.

- [32] OCDE, PISA 2009 results: what students know and can do, *Student performance in Reading, Mathematics and Science*, Vol. I, OECD, París, 2010. Consultado el 29 de febrero de 2012 en http://www.oecd.org/document/53/0,3746,en_32252351_46584327_46584821_1_1_1_1,00.html
- [33] M. PFANNKUCH Y C. WILD, Investigating the nature of statistical thinking, *Fifth International Conference on Teaching Statistics (ICOTS 5)*, Singapur, 1998.
- [34] M. PFANNKUCH Y C. WILD, Statistical Thinking and Statistical Practice: Themes Gleaned from Professional Statisticians, *Statistical Science* **15**, **2** (2000), 132–152.
- [35] PISA, *Mathematics Teaching and Learning Strategies in PISA*, 2010. Consultado el 29 de febrero de 2012 en <http://www.pisa.oecd.org/dataoecd/28/20/46052236.pdf>
- [36] T. RECIO, El Proyecto Klein, *La Gaceta de la RSME* **12**, **3** (2009), 445–448.
- [37] L. RICO, La evaluación de matemáticas en el proyecto PISA. En R. Pajares, A. Sanz y L. Rico, *Aproximación a un modelo de evaluación: el proyecto PISA 2000*, Madrid, 2004.
- [38] R. L. SCHEAFFER, Statistics and mathematics: On making a happy marriage. En G. Burrill y P. C. Elliott (Eds.), *Thinking and reasoning with data and chance* (Sixty-eighth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics, págs. 309–321), Reston, VA, 2006.
- [39] SEIO, I Fase Nacional de los Concursos Tipo «Incubadora de Sondeos y Experimentos», 2012, acceso en <http://www.seio.es/>.
- [40] SGAPEIO, Concurso Incubadora de Sondaxes e Experimentos, 2012, acceso en <http://www.sgapeio.es/>.
- [41] A. SORTO, Statistical Training of Central American Teachers. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds), *Teaching Statistics in School Mathematics—Challenges for Teaching and Teacher Education: A Joint ICMI/IASE Study* (págs. 47–51), Springer, 2011.
- [42] C. WILD Y M. PFANNKUCH, Statistical thinking in empirical enquiry (with discussion), *International Statistical Review* **67**, **3** (1999), 223–265.
- [43] L. ZAPATA-CARDONA Y P. ROCHA, *Qué es y qué debería ser en Educación Estadística*, Informe de investigación auspiciado por el Instituto colombiano para el desarrollo de la ciencia y la tecnología —Colciencias— bajo el contrato 782 de 2009, Código 1115–489–25309, 2012.

SALVADOR NAYA FERNÁNDEZ, DPTO. DE MATEMÁTICAS, UNIVERSIDADE DA CORUÑA
Correo electrónico: salva@udc.es

MATILDE RÍOS FACHAL, DPTO. DE MATEMÁTICAS, CPI CRUZ DO SAR, BERGONDO, A CORUÑA
Correo electrónico: matilderios@edu.xunta.es

LUCÍA ZAPATA CARDONA, UNIVERSIDAD DE ANTIOQUIA, COLOMBIA
Correo electrónico: luzapata@ayura.udea.edu.co