Entrevista a Roger Casals, Premio José Luis Rubio de Francia 2015

por

Ignasi Mundet

Roger Casals fue galardonado con el premio José Luis Rubio de Francia para jóvenes investigadores en su edición de 2015. Roger nació en Barcelona en 1988, obtuvo la licenciatura de matemáticas en la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya, y realizó el doctorado en la Universidad Autónoma de Madrid y el ICMAT bajo la dirección de Francisco Presas. En los pocos años que han transcurrido desde que empezó a investigar ha obtenido numerosos resultados muy notables en geometría simpléctica y de contacto, que le han valido un amplio y merecido reconocimiento.

Tuve la fortuna de conocer a Roger hace ya unos años, en sus tiempos de estudiante de doctorado; entonces ya mostraba la combinación de entusiasmo y agudeza que caracterizan su actividad como matemático profesional.

Intentamos realizar esta entrevista en una cafetería, buscando el entorno ideal para una conversación distendida. El café estaba muy bueno, pero la distancia se reveló un obstáculo notorio para el entendimiento mutuo: Roger estaba en una cafetería de Boston y el entrevistador en una de Barcelona. Descartada también la opción del

teléfono por la diferencia horaria, finalmente optamos por tener la conversación vía correo electrónico.

Ignasi Mundet: ¡Enhorabuena, Roger, por el premio José Luis Rubio de Francia, y también por todos tus éxitos matemáticos!

Roger Casals: ¡Muchas gracias! Es un verdadero privilegio que la Real Sociedad Matemática Española valore tan positivamente mi trayectoria científica. Estoy sinceramente agradecido a la comunidad matemática española, y especialmente a los geómetras y topólogos, por mostrar interés en mis varios trabajos e invitarme a compartirlos en seminarios y congresos.

IM: Tu ámbito de trabajo es la geometría simpléctica y de contacto. ¿Podrías explicar (pensando en un público no especializado) qué estudia esta rama de la geometría? ¿Cuál es su relación con la física?

RC: La geometría de contacto estudia los movimientos dentro un objeto geométrico liso en el cual las posibles direcciones tienen una restricción genérica. Por ejemplo, si patinamos sobre hielo podemos controlar el ángulo de la hojas que cortan el hielo, pero estaremos restringidos a avanzar en la dirección en la que apuntan los patines; el mismo fenómeno ocurre al conducir un coche, donde el ángulo de las ruedas rige el movimiento. Es fantástico que el principio de Huygens y las leyes de la termodinámica establezcan que el comportamiento de los rayos de luz y la transferencia de calor también evolucionan acorde a las mismas reglas. La geometría simpléctica estudia la propagación de configuraciones singulares en estos movimientos, por ejemplo las cáusticas que se observan en la superficie del mar, donde los rayos de luz se concentran.

Podemos dar una descripción completa de estos fenómenos localmente, es decir, qué acontece si nos movemos sólo un poco. Hoy en día la geometría simpléctica y de contacto se centran en las propiedades globales, donde la geometría del objeto en el que nos movemos es más elaborada. Una de las preguntas más interesantes es la clasificación de los espacios en los cuales las trayectorias de movimiento se comportan localmente como las descritas anteriormente: técnicamente, sería importante clasificar las posibles estructuras simplécticas y de contacto en una variedad lisa salvo difeomorfismo.

IM: ¿Cuáles son los principales resultados por los que has recibido el premio José Luis Rubio de Francia?

RC: Principalmente, la existencia de estructuras de contacto en variedades lisas de dimensión 5 y la caracterización en términos de criterios geométricos de la clase de estructuras de contacto llamadas *overtwisted*, que tienen una propiedad altamente interesante (satisfacer un *h-principio*). La existencia de estructuras de contacto ha sido una cuestión central en el campo, resaltada inicialmente por Shiing-Shen Chern en 1966, y constituye el primer paso hacia la clasificación de la estructuras de contacto. Junto con mis colaboradores Dishant Pancholi y Francisco Presas, fuimos capaces de resolver el problema en el caso 5-dimensional. Dos años después, Matthew Strom Borman, Yakov Eliashberg y Emmy Murphy obtuvieron el caso general, introduciendo, a la par, las estructuras de contacto *overtwisted* en dimensión superior.

Durante el desarrollo de su investigación, visité a Eliashberg y Borman en Stanford, donde empezamos a estudiar qué propiedades permitían decidir si una estructura de contacto era *overtwisted*. Trabajando a lo largo del siguiente año obtuvimos con Murphy y Presas un criterio geométrico eficiente para la detección de estructuras *overtwisted*. Uno de los aspectos atractivos de este criterio es la unificación de diversos puntos de vista desde los cuales se estudian las estructuras de contacto: cirugías y cobordismos, libros abiertos, entornos tubulares y obstrucciones a la rellenabilidad. Esta interacción entre aspectos aparentemente distintos enriquece la geometría de contacto con nuevas preguntas y líneas de investigación que nos entusiasma seguir estudiando.

IM: ¿Te has interesado recientemente en cuestiones distintas de las anteriores? Si es así, ¿en cuáles?

RC: Sí, junto con Emmy Murphy hemos seguido trabajando en geometría de contacto centrándonos esta vez en la descripción de espacios de dimensión alta en términos de cirugías de contacto. En particular, estamos trabajando en una representación diagramática de operaciones geométricas que nos permita estudiar propiedades de manera nítida y visual. Del mismo modo que la teoría de nudos es parte esencial en el estudio de 3-variedades, sería precioso (¡y útil!) si pudiésemos entender la geometría simpléctica y de contacto mediante la manipulación pictórica de frentes legendrianos y sus proyecciones lagrangianas. Éste es uno de nuestros primeros trabajos en los cuales podemos dar aplicaciones más allá de la geometría de contacto, siendo capaces de obtener nuevos resultados en geometría algebraica afín y topología simpléctica.

También he estado trabajando con José Luis Pérez, Álvaro del Pino y Francisco Presas en el estudio de estructuras Engel. Éstas constituyen la geometría 4-dimensional que rige los movimientos con dos restricciones en una superficie, como puede ser una moneda rodando a lo largo de una mesa. En esta línea de trabajo surge una bella conexión entre las curvas convexas en una esfera y las estructuras Engel, y estamos explorando los primeros aspectos para la clasificación de estas estructuras. Junto con la geometría de contacto y la dinámica de campos vectoriales, la geometría Engel es la tercera, y última, de las geometrías que rigen los movimientos de objetos y cuyo interés es estrictamente global.

IM: Una de las cuestiones más famosas que se estudian en la geometría simpléctica es la llamada *mirror symmetry* o simetría espejo. ¿Podrías explicar en qué consiste? ¿Tiene alguno de tus trabajos relación con ella?

RC: La simetría espejo es una relación entre la geometría simpléctica de ciertos espacios y la geometría compleja de otros, sus espacios *espejo*. Por un lado, en geometría simpléctica estudiamos la intersección de subvariedades lagrangianas, que generalizan los puntos fijos de los flujos hamiltonianos en mecánica clásica, cuyos orígenes a su vez yacen en el estudio de la estabilidad del sistema solar. Por el otro, en geometría compleja nos interesamos por las soluciones de ecuaciones polinomiales, incluyendo en particular las integrales que miden el comportamiento de un péndulo o la longitud de un arco en una elipse. Increíblemente, las estructuras algebraicas subyacentes al espacio de subvariedades lagrangianas con sus intersecciones, encuadradas en las categorías de Fukaya, coinciden (en el sentido derivado) con las estructuras que rigen las intersecciones entre espacios de soluciones de polinomios, y constituyen la categoría de haces coherentes.

Esta descripción se puede hacer precisa, dando lugar a correspondencias y relaciones entre objetos aparentemente distintos. La simetría espejo es uno de los ejemplos recientes más vívidos de interacción entre física teórica, en este caso la teoría de cuerdas y la T-dualidad, y matemáticas. Respecto a la relación entre mi investigación y la simetría espejo, hemos podido aplicar el trabajo mencionado con Murphy sobre frentes legendrianos de variedades complejas, en el cual podemos obtener una visualización diagramática de la geometría simpléctica del espacio de soluciones de un polinomio, a la simetría espejo. Esta aplicación es mediante la teoría de campos simpléctica (*Symplectic Field Theory*), que permite extraer estructuras algebraicas (*Legendrian Contact Homology*) de nudos legendrianos en dimensión alta, y que combina con nuestro trabajo del siguiente modo: podemos empezar con un espacio simpléctico, construimos el diagrama visual —un cuerpo de asas de Weinstein— y aplicamos la teoría de campos simpléctica para obtener un álgebra diferencial graduada. Entonces, las expresiones polinomiales que aparecen en esta estructura algebraica definen el espejo del espacio simpléctico inicial. Esto da lugar a una construcción explícita de ciertos espacios espejo, como el complemento de una cónica afín, y sugiere nuevas alternativas a las técnicas empleadas en simetría espejo.

IM: Ha aparecido varias veces en la conversación la profunda relación entre la geometría simpléctica y de contacto y la física, relación evidente desde los trabajos fundacionales de la disciplina (mecánica clásica, óptica, termodinámica. . .) hasta el presente (simetría espejo). Aparte de lo que ya has mencionado anteriormente sobre la simetría espejo, ¿hay otras relaciones más o menos directas entre tu trabajo y la física?

RC: La clasificación de singularidades legendrianas, ubicuas en topología de contacto, coincide con el estudio de frentes de onda descritos por una fuente de luz. La función que mide la distancia óptica entre la fuente de luz y el espacio de observación genera una subvariedad lisa del espacio de fases que obedece las restricciones impuestas por la estructura de contacto. El estudio de sus puntos críticos, la llamada teoría de Morse, da lugar a las mismas estructuras algebraicas que aparecen en teoría de campos simpléctica. En mi trabajo usamos estas herramientas frecuentemente y, aunque los argumentos suelen ser abstractos, la intuición física es una buena aliada.

En general, los problemas de interés en geometría de contacto y simpléctica se formulan hoy en día de manera abstracta, pero una cantidad más que substancial de ellos se originan en el estudio de sistemas del mundo natural. Por ejemplo, muchos fenómenos físicos, como las vibraciones de la membrana de un tambor, se rigen mediante las ecuaciones de Sturm-Liouville, y las conjeturas de Arnol'd sobre la persistencia de intersecciones entre lagrangianas tienen sus orígenes en el estudio de éstas.

IM: ¿Cuáles son en tu opinión los retos más importantes que afronta en la actualidad la geometría simpléctica?

RC: Dos de los retos más relevantes son el estudio del grupo de simetrías de las estructuras simplécticas, especialmente desde el punto de vista homotópico, y la clasificación de subvariedades lagrangianas en un espacio de fase. En el primer caso, debemos empezar por entender la diferencia entre las simetrías de un objeto sin tener en cuenta la estructura simpléctica y qué simetrías son compatibles con la estructura simpléctica. Esta cuestión, tanto en el caso simpléctico como en el de contacto, permanece abierta en dimensiones altas, y un reto fundamental es desarrollar nuevas técnicas para resolver este problema. En términos técnicos, debemos entender el tipo de homotopía de la inclusión del grupo de simplectomorfismos dentro del grupo de difeomorfismos.

En el segundo caso, se desconoce todavía si, salvo deformación lagrangiana, existen otras esferas lagrangianas exóticas en el espacio de fase de una esfera estándar. El estudio de espacios de curvas pseudo-holomorfas ha dado maravillosos resultados en esta dirección, pero la no existencia de estas esferas exóticas sigue siendo una conjetura que atrae una destacada actividad y un reto para la actual generación de geómetras simplécticos. Es decir, sería un avance crucial probar que el tipo de difeomorfismo de una esfera de homotopía lagrangiana en el cotangente de la esfera estándar coincide con el de la esfera estándar.

IM: ¿Podrías explicar brevemente tu biografía matemática?

RC: El primer recuerdo matemático que tengo es pensar en un problema que me contó Berta Meneses, mi profesora de matemáticas en quinto de primaria, sobre las edades de una familia; esto e intentar calcular el área de las piezas que constituyen las columnas griegas que estudiábamos en historia. Desde entonces he tenido un creciente interés por las matemáticas, el cual me llevó a hacer la Licenciatura en Matemáticas en la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Durante los años de la carrera tuve la oportunidad de participar en los programas JAE del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, donde tuve mis primeras experiencias en el mundo de la investigación con Tomás Luis Gómez, Vicente Muñoz y Fran Presas. Entusiasmado por la fantástica experiencia, tanto en la carrera como en el Consejo, decidí pedir una beca de La Caixa con la cual pude cursar el Máster de Investigación Matemática en la Universidad Complutense de Madrid. Defendí la tesis de máster bajo la dirección de Vicente y Fran, y a continuación obtuve una beca del Departamento de Matemáticas en la Universidad Autónoma de Madrid. Ésta me permitió hacer el doctorado, período durante el cual desarrollé mis primeros trabajos de investigación con Fran Presas, incluyendo la existencia de estructuras de contacto en dimensión cinco.

En las estancias del período de doctorado pude visitar distintas universidades, y en particular discutir y aprender de Yakov Eliashberg, Viktor Ginzburg y Emmanuel Giroux, los cuales han influenciado fuertemente mi investigación. De estas visitas también surgió la primera colaboración con Emmy Murphy, que se encontraba entonces en MIT, con la que he seguido trabajando. A principios de 2015 acepté una plaza de *CLE Moore Instructor* en MIT, y defendí la tesis el 17 de abril de 2015 en el ICMAT, donde el mismo día empecé un posdoctorado. En septiembre de 2015 me incorporé al Departamento de Matemáticas de MIT, en el cual sigo hoy en día.

IM: No puedo resistirme a preguntártelo: ¿cuál era el problema sobre las edades de la familia?

RC: ¡Ah! Era un sistema sencillo de dos ecuaciones lineales: ¡cuesta pensar que en su momento tuviese tanto efecto en mí! Las edades de un esposo y su mujer suman 91, y cuatro veces la edad del hombre entre nueve es la edad de la mujer. La redacción del problema era ligeramente más elaborada, y se basaba en una pequeña historia escrita por Charles Perrault en el siglo XVII que, en particular, justificaba la diferencia de edad resultante. Más allá del problema en sí, me impactó que mi padre sugiriese llamar x e y a las edades. En primera instancia me pareció dramático no considerar la información de que x e y eran edades, pero inmediatamente tuve una fuerte sensación de liberación: eran *infinitos* problemas de una sola tacada. Dicho esto, ¡la solución debe darse en edades!

Sigo siendo un defensor acérrimo de las unidades, y les explico reiteradamente a mis alumnos que deben tener las unidades siempre presentes cuando escriben una ecuación. Esto me es útil también en matemáticas puras: cuando uno lee una fórmula, desde una EDP a Atiyah-Singer, es crucial entender dónde habita cada uno de los términos, y en más de una ocasión esto permite intuir qué clase de términos interactúan cuando uno intenta obtener una fórmula. Aun así, sigue siendo fantástico que fórmulas idénticas aparezcan en contextos distintos: en la identidad

$$(1-x)(1+x+x^2+\cdots+x^n)=1-x^{n+1}$$

para la progresión geométrica o en el desarrollo

$$\exp(x)=1+x+x^2/2!+\cdots,$$

la variable x podría ser una variedad —el plano complejo o un círculo, por ejemplo— ¡y estas ecuaciones siguen teniendo sentido!

IM: ¿Qué profesores te han influenciado más?

RC: En las varias instituciones a las que he pertenecido, he tenido la oportunidad de aprender con muchos profesores de alta calidad, tanto humana como científica. Durante la carrera, me gustaría destacar a Jordi Quer, Xavier Cabré y Pere Pascual por hacerme apreciar el álgebra, el análisis y la geometría respectivamente. Sigo estando muy agradecido por haber podido aprender bien los fundamentos de varias ramas de las matemáticas, lo que supone tener útiles herramientas para la investigación. En el período de máster, la claridad y belleza de las matemáticas de José María Montesinos y Vicente Muñoz hicieron que me decantase hacia la topología, campo en el que investigo hoy en día. Su profunda comprensión en aspectos clave de esta rama elevó mi nivel de autoexigencia a la hora de entender un concepto por mí mismo. Finalmente, Yakov Eliashberg ha sido una de las influencias más significativas en mi manera de entender la geometría simpléctica y de contacto.

IM: ¿Cuáles son tus «héroes matemáticos»?

RC: En la historia reciente, Arnol'd, Gromov y Milnor son tres de los matemáticos que más admiro. Sus artículos han sido una de las fuentes principales de inspiración a la hora de investigar. No sólo se caracterizan por una nitidez excepcional en la exposición sino que contienen plétoras de argumentos imaginativos e increíblemente útiles —la cantidad de mis trucos matemáticos que surgen de ideas suyas es ciertamente no trivial—. Es asimismo destacable la interdisciplinariedad de sus trabajos, que combinan orgánicamente distintas ramas de las matemáticas y han dado lugar a nuevos campos de investigación. Por poner un ejemplo, los dieciséis apéndices del libro de Arnol'd *Mathematical Methods of Classical Mechanics* contienen una fértil colección de ideas que 35 años después de su publicación siguen siendo un extraordinario material de estudio.

Este último año he tenido la oportunidad de aprender sobre la historia del desarrollo de las superficies de Riemann, empezando por Gauss y Riemann y evolucionando a lo largo de décadas hasta la investigación actual. Entre los muchos héroes de esta fascinante área, me gustaría destacar al matemático Henri Poincaré, cuya brillantez de ideas y afán por las matemáticas me han sorprendido gratamente; recomiendo verdaderamente la lectura de sus artículos así como su correspondencia con Felix Klein.

IM: Si tuvieras oportunidad de conversar con algún matemático del pasado, ¿cuál escogerías? ¿Y de qué te gustaría hablar con él?

RC: ¡Preferiría conversar con un matemático del futuro! Del pasado probablemente escogería a Poincaré, especialmente teniendo en cuenta su inmensa capacidad para crear nuevos conceptos que permiten resolver antiguos problemas. En primer lugar le pondría al día, y me gustaría discutir con él la noción de funciones generatrices de variedades lagrangianas y cómo la teoría de campos simpléctica se relaciona con sistemas integrables y ecuaciones diferenciales. Es altamente probable que Poincaré diese nuevas ideas y perspectivas de cómo intentar resolver las conjeturas actuales en topología simpléctica.

IM: Cuando personas alejadas de las matemáticas te piden que les expliques en qué consiste tu investigación, ¿qué les respondes?

RC: Les explico en qué consiste. El único detalle es usar palabras no técnicas para describir ideas, pero ciertamente es posible dar una noción intuitiva mediante ejemplos que ellos mismos han podido observar; al fin y al cabo, la fuente principal de matemáticas es querer entender el mundo natural que percibimos todos. Es especialmente útil tener una cantidad generosa de ejemplos de manera que si la audiencia no está familiarizada con ciertos fenómenos, por ejemplo los contornos aparentes en una fotografía, pueda apreciar otros, en este caso la cúspide de luz que se forma en una taza de té cuando refleja el sol.

La investigación matemática es apasionante, y una de las facetas que intento transmitir es que los problemas abstractos suelen reducirse a ideas simples y profundas que a su vez tienden a surgir de forma natural a la hora de considerar un problema mucho más sencillo. Por citar otro ejemplo, la teoría de Morse sigue siendo para mí el juego de construir castillos con piezas de Lego; en realidad es casi mejor: ahora las piezas tienen más dimensiones y formas, ¡y de hecho tienen tantas como quieras!

IM: ¿Cuáles son en tu opinión las dificultades más comunes que deben afrontar actualmente las personas que inician una carrera de investigación en España? ¿Qué cambios crees que podrían mejorar su situación?

RC: Encontrar trabajo. Ésta es la misma situación que sufre gran parte de la sociedad, independientemente de pertenecer al mundo de la investigación. Hay un aspecto particularmente delicado de la investigación: no es nada fácil predecir qué resultados se pueden obtener. Aun así, investigar es parte necesaria y esencial del progreso, tanto científico como social, y es responsabilidad de los investigadores en España que sigamos avanzando y descubriendo nuevas metodologías, terapias y herramientas útiles para mejorar la sociedad.

La dificultad para encontrar puestos de trabajo y la falta de financiación lleva a veces a los investigadores a plantearse retos más modestos, por debajo de su verdadero potencial, debido a la presión de tener artículos publicados, que son actualmente el principal criterio a la hora de contratar personal investigador. Una de las dificultades en esta situación es atreverse a afrontar problemas más ambiciosos y trabajar en conjeturas de primera línea: sería ideal si los investigadores capaces de ofrecer ciencia de primer nivel en España pudiesen desatar su potencial sin tener que pensar en buscar trabajo tan frecuentemente.

IM: ¿Qué aficiones tienes aparte de las matemáticas?

RC: ¡La física! Es broma, bueno, la física es genial, pero ya me entiendes. Suelo jugar frecuentemente al baloncesto con un grupo de amigos aquí en Cambridge. En general me encanta hacer deporte con gente: en España jugaba mucho más al fútbol, pero en Estados Unidos es principalmente baloncesto. Luego las excursiones a la montaña son una de las actividades principales cuando salgo de la ciudad: los bosques de Nueva Inglaterra son fantásticos en otoño y una de las maravillas de Estados Unidos son sus Parques Nacionales. Si estoy en la ciudad, voy asiduamente a conciertos de música y en ocasiones nos juntamos con estudiantes de música de la zona para tocar.

IM: Muchas gracias, Roger, por tu tiempo, y enhorabuena una vez más. Espero que sigas trabajando con el entusiasmo y acierto que has demostrado hasta ahora, y que descubras muchos más teoremas, tanto o más bonitos que los que te han valido el premio José Luis Rubio de Francia. Estoy seguro de que será así.

RC: Muchas gracias de nuevo, ¡y hasta pronto!

Ignasi Mundet, Departament d'Àlgebra i Geometria, Facultat de Matemàtiques, Universitat de Barcelona, Gran Via de les Corts Catalanes, 585 08007 Barcelona
Correo electrónico: ignasi.mundet@ub.edu