Educación

Sección a cargo de

María José González

Yves Chevallard, profesor emérito de la Universidad de Aix-Marseille (Francia), es uno de los investigadores más prolíficos e influyentes en el ámbito de la Educación Matemática. Su obra «La Transposition Didactique. Du savoir savant au savoir enseigné» (La Pensée Sauvage, Grenoble, 1985) es una de las más difundidas a nivel internacional. En 2009 recibió el premio Hans Freudenthal, concedido por la International Comission for Mathematical Instruction (ICMI) al programa de investigación más importante en Educación Matemática, como reconocimiento a su desarrollo de la Teoría Antropológica de lo Didáctico. En España, son numerosos los investigadores que utilizan este referente teórico en sus trabajos. En abril de 2015, tuvo lugar un seminario que reunió a muchos de estos investigadores en la Universidad Autónoma de Madrid. En dicho seminario, Yves Chevallard impartió la conferencia cuyo texto se publica en este número, sobre el futuro de la enseñanza de las matemáticas en secundaria.

¿Por qué enseñar matemáticas en secundaria? Una pregunta vital para los tiempos que se avecinan

por

Yves Chevallard

1. Introducción

En estas líneas hablaré de un tema difícil pero que nos preocupa a todos: el porvenir, no de las matemáticas, sino de su enseñanza tal como la conocemos desde hace dos siglos en la educación secundaria. Mi tesis principal es que hoy en día existe una amenaza seria contra la supervivencia de este tipo de enseñanza. Y que, si queremos que la enseñanza de las matemáticas siga viviendo, es necesario un cambio radical en nuestra concepción de esta enseñanza y de sus razones de ser.

En Francia, la noción moderna de enseñanza de la matemática aparece gradualmente en la segunda mitad del siglo XVIII. Es, ante todo, una concepción política de esta enseñanza. Aquí, la palabra *política* debe entenderse en un sentido fuerte, que se refiere a la organización de la sociedad. La evolución general de la sociedad requiere en ese momento un fuerte desarrollo de la formación de los ingenieros y del personal científico en general. En este contexto, la enseñanza de la matemática aparece como un factor clave del poder nacional.

Esta situación se produce en un entorno educativo tradicional donde las humanidades siguen dominando la cultura de la gente educada. Para un hombre bien educado, lo natural era estudiar griego y latín. Era una cuestión de distinción. Un crítico literario del siglo XIX dijo cínicamente: «No pretendo que [los franceses estudiosos] sepan latín y griego; me basta con que lo hayan olvidado». En otras palabras, lo que se pretendía era establecer una cultura general, un estilo o, simplemente, formar el buen gusto de una élite. Lo que a menudo se pasa por alto es que no se pretendía para nada que los conocimientos adquiridos tuvieran algún tipo de utilidad para la mayoría de la gente bien nacida. Esto significa que la idea, que en otros ámbitos parecería natural, de que se aprende algo *para usarlo* —por ejemplo, se aprende francés para hablar (y leer) en francés—, era una idea ajena y casi extravagante en el mundo de la educación de la burguesía y la aristocracia. En la gran reforma educativa de 1902, los artesanos de la renovación de la enseñanza de las lenguas extranjeras tuvieron el coraje de decir que había que enseñar inglés para que, en particular, los estudiantes ¡supieran inglés! Dicha afirmación era profundamente modernista e incluso un tanto escandalosa. Lo enseñado no debía servir para nada, fuera de la «formación general del espíritu».

2. Utilidad del conocimiento

En este punto, tengo que introducir un concepto o, más exactamente, una pareja de conceptos que me parecen muy aclaradores. Se puede considerar que todo saber tiene dos tipos de utilidad formativa. La primera utilidad es la que he descrito hasta aquí: se trata de lo que denomino la utilidad *trascendente*, porque va más allá de aquello para lo que sirve intrínsecamente dicho saber. En este sentido, se estudia la resolución de ecuaciones porque este estudio desarrolla la lógica, el rigor, en resumidas cuentas, la mente (matemática) del discente. La segunda utilidad de un saber es la que llamo la utilidad *inherente* —inherente al saber en cuestión—. (También se podría llamar *intrínseca* o *inmanente*.) Así pues, se estudia la resolución de ecuaciones cuadráticas para ¡resolver ecuaciones cuadráticas! Este motivo suena terriblemente mezquino para los oídos de las élites culturales tradicionales. Quiero subrayar que, cuando se analiza el discurso decimonónico francés sobre la enseñanza secundaria, casi nunca se habla de la utilidad inherente; casi siempre se habla —y sin rodeos— de la utilidad trascendente. Toda la educación «burguesa» está obsesionada con la trascendencia formativa; y está obsesionada también con evitar lo práctico, lo bajamente útil. Es un rasgo determinante de la educación escolar general hasta ahora: es su característica dominante. No así para las materias «técnicas»: para el profano sin malicia ni doblez sería sorprendente que a estas materias se le pretendiera asignar ¡finalidades educativas sublimes! Como es bien sabido, el campeón de todas las categorías del trascendentalismo educativo es el tan famoso «espíritu crítico», al que cada materia escolar pretende contribuir en algo esencial.

Esta visión profundamente arraigada de la educación secundaria plantea problemas cuando se trata de adaptar al molde de la tradición educativa la enseñanza de una disciplina que, ante todo, se quiere enseñar por su utilidad inmanente. La enseñanza de las matemáticas se impone por la necesidad de capacitar a los jóvenes para que constituyan el personal científico y económico del país, a través de un sistema de tres etapas: primero los institutos, llamados *lycées* («liceos»), hasta el bachillerato; segundo, las «clases preparatorias», durante dos o tres años; y tercero, las así llamadas «grandes escuelas de ingenieros», entre las que destaca la Escuela Politécnica creada en 1802 por el matemático Gaspard Monge (1746–1818) y otros. En este marco, la enseñanza de las matemáticas tiene una utilidad inherente fuerte, porque los ingenieros han de conocer bastantes matemáticas avanzadas, incluyendo el cálculo diferencial e integral, para... ejercer de ingenieros. Por lo tanto, la idea de utilidad inherente no está ausente de la educación secundaria, pero su uso está limitado a algunos grandes sectores profesionales, como los ingenieros o los médicos. Por ejemplo, en 1821, en un proyecto curricular para la formación de médicos, el *Conseil Royal de l'Instruction Publique* quita la parte —tradicional— de la estática, porque, dicen, «parece muy difícil de aplicar a una máquina complicada como el cuerpo humano las nociones muy simples y muy básicas de la estática» —en otras palabras, la utilidad inherente a la estática les parece inútil para el arte médico...

3. Matemáticas para distintos colectivos

Llegados aquí, el problema que quiero resaltar surge en otro nivel. Para plantear este problema, tengo que introducir una nueva herramienta, que es un pequeño modelo, un modelo muy rudimentario para aquella parte de la población que tiene acceso a la educación secundaria. Hasta principios del siglo XX, esta población P no representaba más del 5 % de la población (masculina) total. Sin embargo, lo que importa es el modelo curricular que toma forma a lo largo del siglo XIX. La población P se puede dividir en tres subpoblaciones. La subpoblación P_1 está formada por los matemáticos profesionales, creadores de matemáticas. Es una población pequeña, pero esencial en el desarrollo del país: en Francia, hoy en día, se compone de tres o cuatro miles de personas. La segunda subpoblación, estrechamente vinculada a P_1, es la población P_2 de las personas que tienen una educación superior en matemáticas: ingenieros, físicos, profesores de matemáticas o de física de secundaria, etc. La tercera subpoblación, P_3, se compone de todos los que no han estudiado matemáticas después del instituto, incluso cuando tienen una educación superior. El problema que quiero plantear atañe a la población P_3. Mientras que el problema de la formación de los miembros de P_1 y P_2 está resuelto desde el siglo XIX —si bien es cierto que la solución siempre se puede mejorar—, el problema de la formación matemática y, más en general, científica de los miembros de P_3 nunca ha sido estudiado en serio y queda, pues, todavía abierto.

Esto plantea dos preguntas:

- Primera pregunta: ¿Es importante preocuparse por la formación matemática de los miembros de P_3? La respuesta «sistémica» —es decir, la respuesta del sistema educativo en tanto órgano político— siempre fue: «No, no lo es». (Volveré sobre esta afirmación más adelante.)
- Segunda pregunta: ¿Por qué nunca se preocupó la gente «responsable» por la formación matemática de los miembros de P_3? La respuesta tácita siempre fue: «Porque esta formación importa muy poco. No es una condición determinante de la vida personal y social, porque los miembros de P_3 no tienen verdaderamente que usar matemáticas».

De hecho, si bien es cierto que la educación secundaria siempre ha «ofrecido» matemáticas a todos sus estudiantes, esta nunca fue su principal preocupación. Su principal preocupación siempre fue, y todavía es, formar a «trabajadores científicos» de toda índole, es decir, formar a los futuros miembros de P_1 y P_2, olvidando a los futuros miembros de P_3, que siempre fueron abandonados a su suerte.

4. Problemas de la educación matemática

Hoy en día, todos aquellos que se sienten preocupados por el porvenir de la educación matemática se enfrentan a problemas dolorosos. Sin duda, el problema más comentado es el de la supuesta aversión a la matemática por parte, no solo de los jóvenes, sino de la gente en general y, más exactamente, de los miembros de P_3. Pero hay otro problema que amenaza la enseñanza de las matemáticas: el problema de su probable desaparición completa si los actuales supuestos no cambian radicalmente. Volveré más adelante sobre estos supuestos y el cambio que, en mi opinión, podría dar mayor deseabilidad social a la difusión de conocimientos matemáticos.

Llegados a este punto, quisiera hacer una distinción y subrayar un hecho histórico. En la mayoría de los casos, la producción social de especialistas de determinada área de actuación no requiere que los futuros especialistas empiecen a estudiar esta área en Secundaria. Por una razón a la que he aludido implícitamente: la educación secundaria nunca fue concebida como una preparación profesional, sino como una formación «general», una formación «del espíritu». Aún en nuestros días, algunas de las profesiones más prestigiosas siguen ignoradas por el currículo de Secundaria: en el instituto no se estudia para abogado, médico o periodista. Durante siglos, desde una edad temprana, se solía estudiar para latinista o helenista, lo que ya no ocurre hoy en día. Los buenos latinistas y helenistas que tenemos han empezado su formación en la universidad. Con esto me refiero a un hecho histórico que merece ser meditado seriamente: después de siglos de culminación, el latín y el griego se derrumbaron en cuestión de unas pocas décadas en cuanto disciplinas de la educación secundaria. Exactamente lo mismo podría ocurrir con las matemáticas. En Francia, hace muy pocos años, se produjo un acontecimiento oculto para el público docente y, con mayor razón, para el público en general: durante un verano, secretamente, una comisión propuso convertir las asignaturas de matemáticas en asignaturas optativas a partir de 4.º de la ESO. Si esto hubiera ocurrido, no habríamos estado demasiado lejos del inicio de la desaparición progresiva de la enseñanza de las matemáticas en la educación secundaria francesa. El proyecto se detuvo, me dijeron, debido a la oposición de las asociaciones de profesores de física y de química y, también, de biología, con el argumento de que no es posible enseñar estas disciplinas sin matemáticas.

Podemos imaginar un mundo en el que la educación matemática estuviera limitada a (alguna parte de) los rudimentos de la escuela primaria tradicional y en el que, sin embargo, no faltasen médicos, ingenieros, cirujanos, matemáticos de alto nivel, al mismo tiempo que la parte no matemática de la población —la subpoblación P_3— siguiera inculta en matemáticas. Lo podemos imaginar muy fácilmente porque, de hecho, este es el mundo en el que vivimos hoy día. Tradicionalmente, la escuela lleva a las nuevas generaciones a visitar lo que llamaré la «frontera matemática». Algunos —un pequeño número— se instalan allí; pero la mayoría retroceden hacia el interior del país, lejos de toda matemática. En Francia, una encuesta reciente muestra que, en promedio, una de cada dos personas no puede responder a esta pregunta:

> Si inviertes 100 euros a un interés del 2 % anual, ¿cuánto tendrás después de un año?

¡No puede! De aquí en adelante, y por contraposición, adoptaré la idea muy «moderna» de que incluso la gente no matemática —los miembros de P_3— y la sociedad como totalidad necesitan conocimientos matemáticos o, mejor dicho, la idea de que podrían sacar provecho de una difusión más amplia de conocimientos matemáticos más apropiados a las necesidades de la gente. Voy a tomar un único ejemplo, que atañe a la vida colectiva. En las grandes ciudades como París o Madrid, sucede a veces que, debido a los altos índices de contaminación, el ayuntamiento decide restringir la circulación a vehículos de matrículas pares o impares, según el día. Esta es una limitación severa que se podría aliviar refiriéndose no al resto de la división por 2, sino de la división por 3. En este caso, el obstáculo principal no será la determinación del resto —que puede hacerse fácilmente por cálculo mental (usando juiciosamente el criterio de divisibilidad por 3) o con la calculadora del teléfono móvil (usando la fórmula $m \bmod 3 = m - 3\lfloor m/3 \rfloor$, donde m es el número de matriculación)—, sino la conmoción intelectual y, por consecuencia, cultural, que este cambio «sutil» provocaría. La vida buena también necesita matemáticas.

5. La aversión a las matemáticas y sus causas

Llegamos ahora a la parte más atrevida de mi presentación. Muy frecuentemente, se busca la causa de la «aversión» a las matemáticas en las personas mismas que se supone padecen esta «fobia», como si fuese una «patología» personal o incluso un rasgo innato. Muy en sentido contrario, me atrevería a sugerir otra explicación. La aversión, el miedo a las matemáticas, son síntomas que aparecen en una persona —digamos, en el estudiante— que se ve obligada a enfrentarse con las matemáticas. El comportamiento más común hacia las matemáticas es el *rechazo* de las mismas. La mayoría de la gente quiere simplemente *alejarse* de toda situación que tenga un componente de índole más o menos matemática. Lo que más odian es encontrarse de improviso con entidades matemáticas, por ejemplo, con notaciones matemáticas, como si fuesen culturalmente obscenas y ofensivas al pudor cognitivo. Otra interpretación de este comportamiento se da en términos de *mecanismo de defensa*. En la teoría freudiana, un mecanismo de defensa es una estrategia inconsciente que ayuda a hacer frente a la realidad sin degradar la imagen de uno mismo. El uso de mecanismos de defensa es algo normal que protege el yo de la ansiedad frente a realidades percibidas como temerosas. Se vuelve patológico cuando conduce a un comportamiento que, mental o socialmente, afecta desfavorablemente a la persona que lo padece. Ahora bien, en el caso del rechazo hacia las matemáticas, se trata principalmente de defenderse de la fuerza, arrogancia, rigidez, y escrupulosa y excesiva severidad prestadas a las matemáticas. Huir lejos de lo matemático es el efecto de un mecanismo de defensa contra las matemáticas vistas como una amenaza. Para suavizar la recepción de esta hipótesis, tengo que añadir que los reproches tradicionalmente dirigidos a las matemáticas no atañen a toda matemática posible, sino a la construcción histórica que se ha llevado a cabo a lo largo de los siglos, de la que somos los herederos hoy en día, nos guste o no.

No voy a desplegar todo lo que la gente puede criticar en las matemáticas en cuanto legado del pasado, desde los griegos hasta los contemporáneos. Tomaré solo un ejemplo que me parece muy ilustrativo del problema de la imagen de las matemáticas entre los profanos. Se trata de la presentación clásica de la matemática, que destaca dos rasgos estrechamente vinculados entre sí para caracterizarla: su rigor y su organización deductiva. Así, la RAE define la matemática como la «ciencia *deductiva* que estudia las propiedades de los entes abstractos» y añade que el adjetivo «matemático» significa, entre otras cosas, «exacto, preciso». Rigor y deducción son dos aspectos «duros» y, para la mayoría de la gente, más o menos repelentes por su carácter innegociable. Pero ver las matemáticas simplemente como algo contra lo cual no puede lucharse constituye una visión parcial y no ecuánime de lo matemático. Consideremos el caso de un teorema y su demostración. Lo que se pone de relieve usualmente es el rigor de la demostración, el estilo implacable que nos lleva sin remedio hasta la conclusión. Lo que se pasa por alto es que, antes de llegar a una demostración insospechable, los matemáticos tuvieron que *inventar* el camino demostrativo. Así pues, lo matemático puede describirse tanto en términos de rigor como en términos de invención, de imaginación, de creatividad. Por ejemplo, para demostrar que el producto de dos números enteros que son suma de dos cuadrados también se puede escribir como la suma de dos cuadrados, es decir, que existen números enteros A y B que verifican la igualdad

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = A^2 + B^2,$$

se necesita un poquito de imaginación algebraica. Al desarrollar el producto, se llega primero a la igualdad

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = a^2(x^2 + y^2) + b^2(x^2 + y^2) = a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2.$$

Así se obtiene la suma de cuatro cuadrados. En este punto hay que «ver» que se pueden «completar los cuadrados» de este modo:

$$\begin{aligned} a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 &= (a^2x^2 + b^2y^2) + (a^2y^2 + b^2x^2) \\ &= [(a^2x^2 + b^2y^2) + 2(ax)(by)] + [(a^2y^2 + b^2x^2) - 2(ay)(bx)] \\ &= (ax + by)^2 + (ay - bx)^2, \end{aligned}$$

QED. Esta demostración es bastante fácil de comprobar; lo difícil es hallarla. Como siempre, se puede decir que a uno se le tiene que ocurrir la idea para llevarla a cabo. Por supuesto, no es el enigma de la Esfinge; pero, para un principiante, requiere una pizca de creatividad.

Debe quedar claro que el papel asignado al rigor deductivo en la imagen tradicional de la matemática es al menos parcialmente un efecto curricular, es decir, una consecuencia de la evolución histórica de la transposición didáctica en el nivel de la enseñanza secundaria. Es un efecto arraigado en una determinada y antiquísima política escolar. El énfasis puesto en la utilidad trascendente es un correlato de la concepción «predemocrática» de la sociedad, en la que una élite poderosa acepta ostentar sus tesoros (intelectuales, artísticos, etc.) a la vista de «todos» (es decir, como máximo, el 5 % de los jóvenes hasta comienzos del siglo XX). Por supuesto, entre estos tesoros están las matemáticas, que se deben visitar, admirar, reverenciar, al igual que los demás tesoros «escolarizados». Pero un tesoro no se puede *usar* como algo cotidiano: la escuela escenifica lo que no es más que un simulacro de uso. Lo que busca la escuela secundaria tradicional *no es* crear usuarios competentes de los tesoros enseñados, sino admiradores apaciguados y olvidadizos de los mismos. La consecuencia más grave de esta situación es que una mayoría de estudiantes sienten que lo enseñado no está hecho para ellos. En esto no se equivocan.

6. Estrategias para el futuro

Por supuesto, lo anterior debe ser ligeramente corregido: vale para los futuros miembros de P_3, pero no vale para los potencialmente futuros miembros de P_1 o de P_2, y ello por dos razones solidarias. Para los futuros miembros de P_1 o P_2, lo enseñado tiene, indudablemente, una utilidad inherente, y esto es especialmente cierto ya que el plan de estudios está hecho para ellos, mientras que no está hecho para los futuros miembros de P_3. Por ejemplo, en Francia, el programa redactado por los matemáticos Gaspard Monge y Sylvestre-François Lacroix (1765–1843) en 1800 no incluía el cálculo diferencial e integral debido a que estas personalidades habían decidido que este cálculo se estudiaría solo en la Escuela Politécnica de París, y no antes. Durante décadas, el cálculo diferencial e integral fue pues la exclusividad de los ingenieros y el emblema matemático de su profesión. En consecuencia, los estudiantes que no deseaban cursar una carrera científica no podían encontrar en la secundaria ni siquiera los rudimentos de lo que los anglosajones llaman *calculus*. Por el contrario, sabemos que, hoy en día, en muchos países, los estudiantes de la escuela secundaria no pueden eludir esta área de las matemáticas —una situación sobre la que volveré más adelante—.

Si no me equivoco, es comprensible que la mayoría de los estudiantes —y, en consecuencia, la mayoría de la gente— rechacen algo que no está hecho para ellos ni para sus necesidades: el currículo matemático «eterno», formado alrededor de intereses ajenos, los de P_1 y P_2. Ahora bien, todos conocemos la estrategia predilecta para luchar contra el «desamor» generalizado hacia las matemáticas. Consiste, básicamente, en proclamar cuán amable, potente y hermosa es la matemática. Este encomio ingenuo y eufórico en el que se alaba a los grandes matemáticos con sus logros superlativos tiene muy poco éxito. Incluso es posible que sea contraproducente. Todo esto resulta de, al menos, dos malentendidos. El primer malentendido se origina en el olvido de una ley común de la vida cotidiana: hacemos cosas, incluso cosas heroicas, increíbles, porque tenemos que hacerlas, no porque nos gusten, y a veces aunque no nos gusten. Si tenéis que resolver la ecuación $x^3 = 2$ porque queréis comprobar que un cubo material tiene un volumen de $2\,\mathrm{cm}^3$, lo haréis; no necesitaréis «amar» esta ecuación ni siquiera resolverla. (Se obtiene $x \approx 1{,}26$.) No necesitamos amar algo para querer hacerlo. No hay que amar u odiar y, para cumplir con nuestros quehaceres, más vale rehusar la histerización de las pasiones y cultivar la virtud de la indiferencia. Pero hay otro malentendido, mucho más grave en sus consecuencias. La histerización de la cultura nos lleva demasiadas veces a quedar fascinados por las grandes hazañas, y la estrategia de reconquista matemática a la que ya he aludido gira en torno a esta inclinación básica en los humanos. Sin embargo, lo que el miembro corriente de P_3 tiene que hacer con las matemáticas no son hazañas matemáticas: en la mayoría de los casos son, o deberían ser, cosas rutinarias, banales, sin pretensiones. Por supuesto, lo mismo ocurre con todo tipo de actividad humana. Para vivir bien hay que banalizar, y no heroizar, el mundo común. Lo que se le pide a un miembro corriente de la sociedad no es resolver la conjetura $3n + 1$ (conocida también como conjetura de Collatz).

Voy a utilizar una metáfora alimenticia y deportiva. Lo que se da a comer a los estudiantes de secundaria es una comida matemática para futuros deportistas de alto nivel, quiero decir para futuros miembros de P_1 y P_2. Si un estudiante no quiere comer este menú de lujo y, sin embargo, necesita comer algo matemático, deberá satisfacerse con las sobras de la comida. En nuestras sociedades prevalece la tendencia a imponer a la gente ordinaria, en cada área de actividad, ya sea fútbol o matemáticas, el modelo de los expertos «de alto nivel». Si uno quiere aprender a cocinar, el único modelo parece ser el de los grandes chefs; si quiere jugar al fútbol, deberá imitar el arte de los grandes futbolistas. Del mismo modo, si necesita utilizar matemáticas, tendrá que hacerlo —al menos imaginariamente— a la manera de los grandes matemáticos de hoy. En este mundo del *siempre-más*, no existe la noción de matemática casera... ¿Qué podemos hacer? Me parece que existen hoy en día tres o cuatro estrategias de respuesta, de desigual valor, que ahora voy a esbozar.

La primera estrategia consiste en no hacer nada, más que exhortar a la gente a «amar» la matemática, presentada como fuente inextinguible de alegría y milagros. Ya he dicho que, en mi opinión, no hacer nada más sería correr hacia el abismo, quiero decir hacia la aniquilación de la educación matemática secundaria —justo cuando *más la necesitamos*—. Para bosquejar los demás remedios posibles, necesito introducir otra noción más. La casi totalidad de los trabajos clásicos en didáctica de la matemática siguen una problemática que he llamado la *problemática básica* en didáctica. Dada una noción matemática —aquí, tomo la palabra «noción» en sentido amplio: puede ser un «método», por ejemplo—, la problemática básica consiste, poco más o menos, en buscar un conjunto de condiciones cuya realización en el aula provoca, con una probabilidad razonable, el aprendizaje de dicha noción —siendo este éxito juzgado según determinados criterios sobre los que no entraremos aquí—. En la expresión «enseñanza de las matemáticas», los didactas han centrado su atención en la parte «enseñanza», para mejorarla, dejando la parte «matemáticas» invariante, como si fuera ilegítimo proponer cambios en lo matemático por enseñar. Sin embargo, hay otra problemática en didáctica que, en sentido obvio, precede a la problemática básica: se trata de la problemática llamada *primordial*, que conduce al didacta a tratar de identificar, para cada proyecto posible —ser matemático, o profesor de secundaria de matemáticas, o médico, o agente inmobiliario, o etnólogo, o empresario, o director de circo, o turista en tal o cual región del planeta, etc.—, los conocimientos, en uno o más ámbitos, que serán útiles para concebir y sacar adelante este proyecto. Al hacer esto, los didactas violarían la ley no escrita según la cual el elegir los contenidos por enseñar es privilegio del poder político y de sus órganos especializados. En otras palabras, los didactas se preocupan por la parte «enseñanza» y los poderosos —en este caso, los miembros de P_1— se hacen cargo de la parte «matemáticas». (Por supuesto, abogo por la intervención en el debate de los investigadores en didáctica, en nombre de la problemática primordial.) Entonces, tenemos dos «paquetes de variables», uno relativo al contenido por enseñar y otro relativo a su enseñanza. Las estrategias anunciadas van a combinar estos factores.

Un primer tipo de estrategia curricular consiste en deshacerse de aquellas áreas matemáticas o partes de las mismas que son tradicionales pero que ya no se consideran útiles para los futuros miembros de P_3 y, al mismo tiempo, en introducir o desarrollar nuevas áreas estimadas más relevantes para la mayoría de la gente. Las áreas de conocimiento «nuevas» que han sido propuestas giran alrededor de lo cuantitativo —en particular, la estadística, el análisis de datos y la informática—. Las enseñanzas que, correlativamente, se proponen eliminar del currículo secundario son componentes mayores del diseño curricular tradicional; por ejemplo, las partes más avanzadas del álgebra o los elementos del cálculo diferencial e integral. La observación de esas propuestas y de las reacciones que generan lleva a pensar que estamos frente a una situación bloqueada. Así pues, si la idea de integrar más generosamente las ciencias de los datos es vista sin desfavor, la propuesta de echar fuera del currículo gran parte del álgebra o del *calculus* desata la indignación de muchos comentadores —que son, generalmente, miembros de P_1 o P_2—.

Entre las diversas propuestas destaca la de dos autores estadounidenses, David Mumford y Sol Garfunkel, cuya contribución ha sido muy comentada. David Mumford, nacido en 1937, obtuvo una medalla Fields en 1974 por sus trabajos en geometría algebraica. Es interesante notar que, en su larga carrera académica, Mumford ha cambiado de área de investigación y que, en 2013, recibió (junto con la matemática Ingrid Daubechies) el premio Fundación BBVA Fronteras del Conocimiento en la categoría de Ciencias Básicas por «sus trabajos en teoría matemática, que han tenido una gran influencia en campos variados de aplicación, desde la compresión de datos, hasta el reconocimiento de patrones». Solomon «Sol» Garfunkel, nacido en 1943, es un matemático que se ha dedicado desde hace décadas a promover la educación matemática. El 25 de agosto de 2011, estos dos autores publicaron en el *New York Times* un artículo titulado *How to Fix Our Math Education* («Cómo arreglar nuestra educación matemática»). Proponen destituir el currículo prevalente y enfocar el nuevo currículo en los problemas que pueden surgir en las futuras carreras de los estudiantes. En esta perspectiva proponen centrar el currículo en tres cursos distintos: un curso de finanzas, uno de ingeniería básica y uno de datos. Todo esto debería permitir desarrollar dos grandes capacidades: el alfabetismo cuantitativo y la modelización matemática, en los contextos de los distintos cursos. De este intento, como de otros semejantes, lo que se puede concluir es que se ejercen presiones frontales crecientes sobre el currículo matemático clásico. Estas presiones, que no parecen estar concertadas, convergen y minan el currículo que aún sigue siendo dominante. Podrían ser precursoras del hundimiento final del currículo de antaño.

Por una paradoja feliz, podría ser que la solución viniera de ciertos trabajos muy actuales en didáctica. En la problemática clásica, los contenidos por enseñar son considerados como inmutables, aunque bien es cierto que, de una manera general, los didactas han trabajado para cambiar la *relación* de los estudiantes con esos contenidos. El paso del antiguo paradigma didáctico, que llamo *paradigma de las visitas de las obras* —porque en él se visitan las obras matemáticas previstas, una tras otra—, al nuevo *paradigma del cuestionamiento del mundo*, en el que la clase estudia una pregunta para llevar a cabo la construcción de una respuesta «consistente», cambia mucho las cosas. En la visita de una obra matemática —por ejemplo, la noción de producto escalar o de cuaternión—, la obra por estudiar se encuentra frontalmente y su estudio no está motivado sino por una decisión formal, según un orden lineal más o menos tradicional —por ejemplo, después del producto escalar, el producto vectorial; después de los cuaterniones, su uso para representar rotaciones en el espacio—. Por contraposición, en el cuestionamiento del mundo, el encuentro está motivado intrínsecamente por las necesidades del estudio: se trata de un estudio funcional, justificado por el problema por resolver. El trabajo de indagación sobre la cuestión estudiada lleva a los «estudiantes» a encontrar varios contenidos en un recorrido principalmente determinado por la dirección de la indagación. Llegamos así a una encrucijada decisiva. «¿Quién dirige?» es un primer interrogante. La respuesta depende de la estructura del poder en la clase (o en el equipo de indagación). Puede ser una estructura autoritaria, con el profesor como líder. Puede ser una estructura democrática, donde las decisiones tomadas son fruto de la deliberación colectiva, bajo la supervisión del profesor, incluso si corresponde al profesor validar las decisiones propuestas por la clase y consideradas importantes para la indagación en desarrollo. Otro interrogante crucial es «¿cómo se dirige?». Esta es una cuestión clave. De una manera subrepticia, el profesor puede imponer determinado recorrido que lleva la clase a encontrarse —y enfrentarse— con nociones matemáticas elegidas de antemano por el mismo profesor. Más sutilmente, el profesor puede haber elegido la cuestión por indagar de tal modo que, bajo las restricciones imperantes, el recorrido pase casi necesariamente por tal o cual obra matemática. En el primer caso hablo de recorrido cerrado; en el segundo, de recorrido semiabierto. Llamaré abierto a un recorrido en el que el papel desempeñado por el profesor es puramente negativo, en el sentido de que el profesor, en cuanto «jefe de indagación», se conforma con imponer de vez en cuando la decisión de no ir a encontrar tal o cual obra, que le parece estar aún fuera del alcance del grupo de estudiantes. Solo en este caso hablaré de recorrido abierto. Como es bien sabido, se habla comúnmente de *recorrido de estudio e investigación* (REI): la «investigación» debe resultar en la construcción de una respuesta a la cuestión estudiada, supuestamente generadora del recorrido; y el estudio es el estudio de las obras encontradas en el camino.

Otro aspecto decisivo de la dirección de una indagación es el *grado de profundización* del estudio que se hace de cada obra encontrada. El manejo de este factor puede ser otra manera de mantener el viejo mundo escolar, el mundo de la visita de las obras. En un REI abierto, el grado de profundización del estudio que se hace de una obra debe ser «proporcional» a lo que necesita la indagación, ni más ni menos. El grado de profundización adecuado generalmente *no es* el del estudio tradicional de dicha obra. En algunos casos, cuando la obra pertenece al currículo tradicional, será menor de lo que es habitual. En unos pocos casos será estrictamente mayor, lo que incluye el caso de obras que el currículo tradicional desconoce. En el paradigma del cuestionamiento abierto del mundo, un currículo se crea partiendo de un núcleo de cuestiones fundamentales —en general, no matemáticas— y se desarrolla mediante el proceso de estudio de estas cuestiones, que plantea nuevas cuestiones por estudiar y desvela las obras de uso pertinente y, por consecuencia, de estudio juicioso. Contrariamente a lo que sucede en el paradigma escolar «clásico», la primacía dada a las obras se desvanece en beneficio del «liderazgo» de las cuestiones (y las respuestas que les corresponden). Por supuesto, nada podría suceder sin las obras relevantes, que son las herramientas imprescindibles del trabajo de indagación y toman así, de tal uso funcional, su auténtico valor.

¿Puede existir una tal enseñanza por indagación? La educación por indagación es la educación «natural» de todo investigador: para investigar, estudia —estudia para poder indagar—. Entonces no hay impedimento «dirimente», que condenaría con antelación toda tentativa para establecer un sistema de educación por indagación. Es lo que están intentando los finlandeses, que quieren dejar de enseñar por materias en la escuela. ¿Qué será de este proyecto? No lo sabemos. El didacta escrupuloso debe imaginar los futuros posibles con audacia, lucidez y prudencia. Hace casi un siglo, el filósofo italiano Antonio Gramsci (1891–1937) escribió: «El viejo mundo se muere, el nuevo tarda en aparecer». En este claroscuro, añadió, surgen monstruos. En nuestro caso, estos «monstruos» son enseñanzas que pretenden ser «por indagación» y que son solo el viejo mundo disfrazado. El trabajo necesario para construir la escuela de mañana es inmenso.

Mil gracias por la atención prestada.

Yves Chevallard, Université Aix-Marseille (Francia)
Correo electrónico: `y.chevallard@free.fr`
Página web: `http://yves.chevallard.free.fr/`