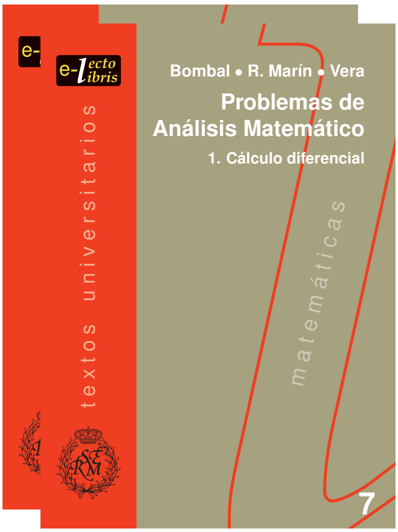
Reseña de libros

«Problemas de Análisis Matemático», de Fernando Bombal Gordón, Luis Rodríguez Marín y Gabriel Vera Botí

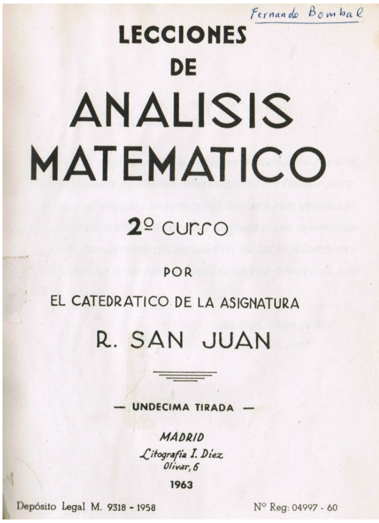


Título: Problemas de Análisis Matemático. Vol. 1: Cálculo diferencial. Vol. 2: Cálculo integral.
Autores: Fernando Bombal Gordón, Luis Rodríguez Marín y Gabriel Vera Botí
Editorial: Ediciones e-LectoLibris, coedición con la RSME
Fecha de publicación: 2017
Páginas: 367 (vol. 1) y 336 (vol. 2)
ISBN: 978-84-946150-8-5

Resulta difícil explicar en qué consiste el vínculo que, muchos años después, mantenemos con algunos libros que manejamos durante nuestra etapa universitaria. Sea porque despertaron nuestro interés sobre esto, revelaron la belleza de aquello o nos ayudaron a entender lo de más allá, a menudo volvemos a ellos en busca de refugio seguro. De algún modo siguen ejerciendo sobre nosotros una cierta forma de autoridad.

Esta reseña tiene como objeto celebrar la reedición de uno de esos textos: la colección de problemas de cálculo diferencial e integral de los profesores Fernando Bombal, Luis Rodríguez y Gabriel Vera. Excelente en muchos aspectos, la obra tiene algunas particularidades que merecen ser conocidas antes de pasar a describir con detalle su contenido.

El origen. Nadie ignora los problemas a los que se enfrentaba la universidad española en tiempos del franquismo: mal dotada económicamente, con planes de estudios y sistemas de enseñanza obsoletos y un profesorado, a menudo, mal preparado, por citar solo algunos. Durante la década de los 60, el movimiento estudiantil reclamó con insistencia reformas que mejorasen este estado de cosas pero exigió también cambios de otra naturaleza: que se permitiera la libertad de organización y de expresión, que se reconociera el derecho de huelga y que se rehabilitara a los compañeros represaliados. En última instancia, que la universidad se convirtiera en un espacio de libertad. Mientras esto sucedía, los estudiantes iban tomando conciencia del papel significativo que podían desempeñar en la vida política del país.



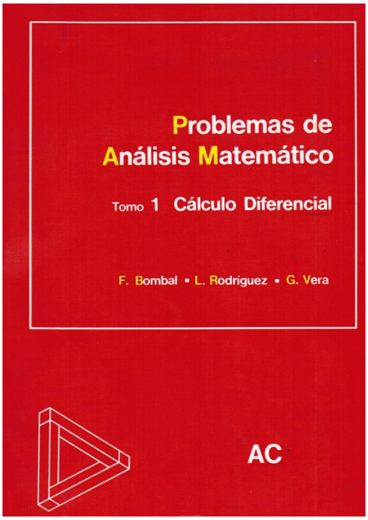
Durante esos años se produjo un aumento considerable del alumnado. En la Universidad de Madrid —que a partir de 1970 adoptó el nombre de Universidad Complutense de Madrid— los estudiantes matriculados en Análisis Matemático (segundo de matemáticas) y Matemáticas (primero de físicas) sumaban más de 500. José Antonio Fernández Viña, recién llegado al departamento de Teoría de Funciones como profesor agregado, impulsó en el curso 1968–69 un cambio de programa en ambas asignaturas con el fin de renovar contenidos, métodos y bibliografía. En el caso de esta última, más que de renovación hay que hablar de *ampliación* porque, hasta ese momento, la lista de libros recomendados se reducía casi exclusivamente al texto de Ricardo San Juan.[1] Entre las nuevas referencias estaban el *Cálculo en variedades* de Spivak y el *Functions of Several Variables* de Fleming, que aún hoy se siguen utilizando.

Dos jóvenes profesores del citado departamento, Fernando Bombal y Luis Rodríguez, comenzaron por esa época a redactar notas de teoría y hojas de problemas que luego editaba con ciclostil la delegación de alumnos. La idea funcionó bien y las hojas tuvieron enseguida una excelente acogida entre los estudiantes, pero el invento no duró mucho. La máquina, según cuenta Fernando Bombal, funcionaba igual de bien imprimiendo panfletos de oposición al régimen, que eran acogidos con similar entusiasmo por la tropa estudiantil. Las autoridades, sin embargo, mostraban poca inclinación hacia ese tipo de literatura (y ninguna hacia el análisis matemático), de modo que la policía terminó cerrando aquella imprenta.

Poco tiempo después, ambos profesores recibieron la propuesta de una pequeña editorial, AC, que publicaba ma-

[1] Que el propio autor no tenía en gran aprecio, según escribió Sixto Ríos en la necrológica publicada en la *Revista de la Real Academia de Ciencias* en 1970. Dice Ríos que constituye una estimable obra didáctica, aunque San Juan mantiene en ella «una postura notablemente conservadora, que podría resumirse en esta frase que algunos de sus colaboradores le escucharon en alguna ocasión: “Cauchy podría entender fácilmente todo lo que se ha realizado en lo que va de siglo con el nombre de Análisis moderno, a menos que, aburrido del ropaje verbal de algunos matemáticos contemporáneos, decidiera regresar a su tumba a la media hora de escuchar.”».

nuales universitarios, para reunir aquellas hojas de problemas en un libro. Aceptaron, poniendo como condición que el precio de venta no fuera excesivo. En la aventura se les unió Gabriel Vera y el contrato de edición lo firmaron los tres en Madrid, en octubre de 1972. El libro, dedicado al cálculo diferencial y cuya portada se reproduce más abajo, se publicó en 1974. Las entregas del material se fueron haciendo por partes y los tres autores nunca dispusieron de un original completo, lo que dificultó luego las posteriores ediciones. En la primera se tiraron 4000 ejemplares y fue tal el éxito que pronto se adoptó como texto de problemas en toda España y América Latina.



La prevista ampliación del texto con un segundo volumen se fue aplazando debido a diversas circunstancias. A principios de los 80, la editorial comenzó a tener dificultades para hacer efectivo el pago de los derechos, a pesar de que el libro seguía vendiéndose bien y teniendo una amplia difusión. La situación de la empresa fue a peor y una comisión de acreedores terminó por hacerse cargo de la gestión. Sin que sepamos muy bien cómo, lograron convencer a los autores para acometer la ya mencionada ampliación.

El texto original necesitó de una renovación profunda debido a los cambios de contenido en los programas de las asignaturas de análisis matemático y la conveniencia de añadir un segundo volumen (!) de cálculo integral. La nueva edición, publicada también por la editorial AC, apareció entre 1987 y 1988. Aunque recogía gran parte del material anterior, la revisión fue tan extensa que prácticamente se convirtió en una obra nueva, que fue dividida en tres tomos: los dos primeros dedicados al cálculo diferencial y el tercero al cálculo integral. En 2002 la Editorial AC fue comprada por Thomson, que ofreció a los autores un contrato para reeditar los libros. El problema es que no tenían un original que presentar y decidieron rechazar la propuesta.

La presente edición. Comoquiera que esos textos se habían dejado de editar y estaban totalmente agotados, los autores tenían en mente desde hace tiempo el proyecto de acometer una segunda revisión, que se vio postergada por la prematura desaparición de Luis Rodríguez en 2011. Finalmente, Fernando Bombal y Gabriel Vera han llevado a cabo la tarea apoyados por Salvador Sánchez-Pedreño. El resultado acaba de aparecer en dos tomos editados por Electolibris: el primero contiene gran parte de los dos primeros volúmenes publicados por AC y el segundo recoge el contenido del tercero.

Como en la edición anterior, se sigue echando en falta todo lo relativo al cálculo vectorial: integrales de línea y superficie y aplicaciones de los teoremas de Green, Gauss y Stokes. Durante las décadas de los 70 y 80 el tema no tenía la importancia que tiene hoy en los programas docentes de las asignaturas de análisis matemático. Estaba incluido al final de la parte de integración, habitualmente la última del curso, y en muchas ocasiones no daba tiempo a verlo o su contenido se reducía a integrales de línea y una versión sencilla del teorema de Green. Los autores tuvieron previsto abordarlo en el contexto de la integración en variedades pero, en palabras de Gabriel, «había que solventar la dificultad de conciliar la sencillez y la claridad de las ideas con el excesivo rigor que nos habíamos impuesto. Fue pasando el tiempo y no tuvimos ocasión de reunirnos para planificar la tarea pendiente, y así quedó la cosa».

El trabajo en esta edición ha consistido en una reorganización del material —suprimiendo gran parte del tema de espacios métricos y normados, que ahora se reduce a los dos primeros capítulos del primer volumen— que resulta más natural. El resto de temas también han sido revisados y actualizados, suprimiendo algunos problemas redundantes o poco interesantes, y añadiendo otros nuevos. Además de corregir numerosas erratas, se han detectado y corregido errores de cálculo y se han redactado soluciones más sencillas de algunos problemas, completado también los preliminares teóricos de algunos capítulos.

Los colores de la portada de esta reedición —rojo y gris verdoso— son tan parecidos a los que tenían las portadas de los tres volúmenes de AC que la coincidencia no puede interpretarse sino como un guiño para nostálgicos. La estructura interna sigue siendo la misma: cada capítulo comienza con un resumen de los resultados teóricos correspondientes —sin demostraciones— al que siguen un número variable de ejercicios cuidadosamente resueltos y, finalmente, un bloque de ejercicios propuestos para su resolución. No hubiera estado de más haber incluido un índice analítico al final de cada volumen a fin de facilitar al lector la búsqueda de información.

La novedad, en sintonía con los tiempos, es que demostraciones, sugerencias y soluciones a los problemas propuestos al final de cada capítulo están disponibles en una página web. En los casos en los que no se incluye la solución completa, se dan indicaciones o únicamente el resultado final, pero estos son los menos. La organización es buena: sobre la lista de problemas se puede cliquear en el que te interesa y se abre otra pestaña con el enunciado y la solución.

El texto de la obra, por cierto, no se encuentra disponible en versión electrónica.

El planteamiento. ¿Qué tiene esta obra que la hace diferente a muchos otros repertorios de ejercicios que existen en la literatura matemática? En el prólogo al texto de 1974, Enrique Linés ofrece una reflexión sobre esta cuestión. Señala que la mayoría de los libros de problemas tienen como finalidad «entrenar» al estudiante para que alcance destreza y maestría en el manejo de herramientas de cálculo. Pero el trabajo de un matemático no consiste únicamente en el manejo de estas herramientas sino también —aunque Linés no lo dice explícitamente— en el manejo de ideas. Y entonces prosigue:

«*Los autores de este libro [...] conocen bien cuál ha de ser el sentido de* *un ejercicio o un problema. Se presenta al estudiante una situación, que ha de colocar en el cuadro de sus conocimientos. Después pasará a analizar todos sus detalles apreciando, en cada caso, las proposiciones aplicables y las que no lo son; y cuando no tuviera ninguna proposición que encajara en el caso propuesto, habrá de buscar una solución más directa y más personal. En este sentido, toda cuestión planteada en una clase práctica es una investigación inicial. Este es el estilo que ha de tener la enseñanza práctica de la Matemática. No se trata solamente de llegar a una destreza algorítmica, sino de alcanzar un hábito de pensamiento deductivo, analítico y creador.*»

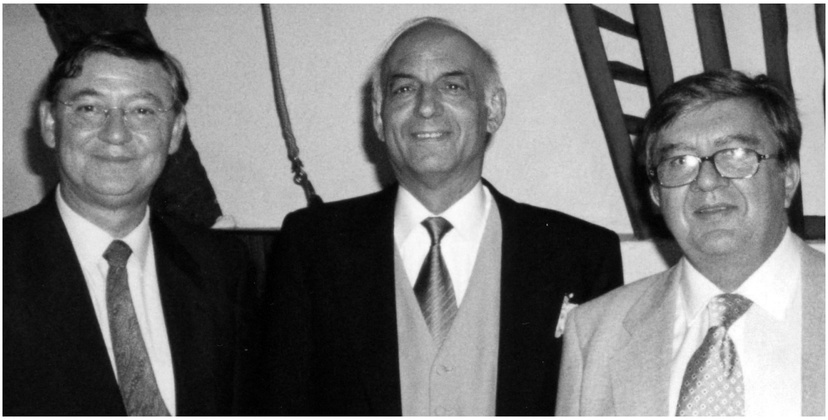
Estas consideraciones de Linés son acertadas, tanto en lo particular como en lo general. Muchos ejercicios de esta colección representan verdaderos retos, porque los ejemplos se han escogido buscando lo patológico y no la aplicación rutinaria de los resultados teóricos. En consecuencia, el nivel del texto es alto. O muy alto, si tenemos en cuenta que el nivel de las enseñanzas de matemáticas ha ido descendiendo con los años. Tanto en los problemas prácticos como en los teóricos, la resolución de los ejercicios requiere de una cierta madurez en el manejo y comprensión de los conceptos y resultados. No hay recetas, cada problema ha de ser estudiado individualmente y requiere la aplicación de los resultados teóricos de una forma específica.

Lo original del enfoque estriba en que los problemas no están puestos con la única intención de complementar a la teoría, sino para explorar las sutilezas propias de cada resultado teórico y aclarar ciertos aspectos en su comprensión. Hay que tener en cuenta, además, que la teoría proporciona estructura y organización a una colección tan extensa de problemas. La idea, simple pero efectiva, se ha copiado después con éxito en otras obras del mismo estilo.

El contenido. El primer volumen está dedicado al cálculo diferencial. El capítulo 1 trata de espacios métricos, límites, continuidad y completitud, espacios normados y espacios vectoriales con producto escalar. Las normas p ($1 \leq p \leq \infty$) en $\mathbb{R}^n$ sirven para ilustrar la equivalencia de normas y se introducen los espacios de funciones clásicos $\ell^\infty(\Gamma)$ y $C_b(X)$, donde Γ es un conjunto cualquiera y X un espacio métrico arbitrario. Los ejercicios son de tipo práctico y teórico, pero abundan más estos últimos. El cálculo de límites mediante el cambio a coordenadas polares o el estudio de la función distancia a un conjunto en un espacio métrico cualquiera son ejemplos en una y otra categoría. Aparecen también la continuidad uniforme y el teorema del punto fijo para aplicaciones contractivas en espacios métricos completos.

El capítulo 2 está dedicado a compacidad, conexión y funciones continuas definidas en conjuntos con estas propiedades. Entre los ejercicios resueltos están los relativos a la equivalencia de todas las normas en $\mathbb{R}^n$ y la continuidad de todas las aplicaciones lineales definidas en esos espacios.

El capítulo 3 se ocupa de funciones diferenciables y derivadas de orden superior. Junto a los conceptos de diferenciabilidad de una función definida en un abierto de $\mathbb{R}^n$ con valores en $\mathbb{R}^m$, matriz jacobiana, derivada parcial, direccional y gradiente, se presentan la condición suficiente de diferenciabilidad, el teorema del valor medio, el de los incrementos finitos y las diver-



Los autores en 2003 (de izquierda a derecha, Luis Rodríguez Marín, Fernando Bombal y Gabriel Vera). Cortesía de Gabriel Vera.

sas reglas de diferenciación. Las derivadas de orden superior, las funciones de clase C^p y el resultado sobre la igualdad de las derivadas parciales cruzadas cuando estas son continuas cierran el apartado de resultados teóricos. En los ejercicios prácticos se estudia, en ejemplos concretos, la existencia de derivadas direccionales y la diferenciabilidad y continuidad de las derivadas parciales de funciones de dos o tres variables.

El capítulo 4 está dedicado a los teoremas de la función inversa e implícita, el concepto de dependencia funcional y los difeomorfismos o cambios de variable. A continuación se resuelven problemas prácticos: comprobar que se cumplen las hipótesis del teorema de la función inversa o implícita, obtener explícitamente una inversa local, calcular derivadas parciales de orden uno y dos de alguna función inversa o implícita y determinar la región del dominio de la función donde se puede aplicar el teorema de la función inversa. En otros no se puede aplicar el teorema de la función inversa y hay que deducir de otra forma la existencia o no de una inversa local. Algunos problemas involucran cambios de variable en ecuaciones en derivadas parciales, invariancia de un determinado operador por la transformación de Lorentz, sucesiones iteradas para aproximar una función implícita o la forma del operador laplaciano en coordenadas polares.

En el capítulo 5 se tratan la fórmula de Taylor, los máximos y mínimos relativos de una función, y las condiciones necesarias o suficientes para su existencia en términos de la matriz hessiana. Además de ejercicios prácticos de cálculo, aparecen otros en los que hay que utilizar el desarrollo de Taylor para obtener ciertas acotaciones de las derivadas parciales o demostrar la analiticidad de la función, o se propone el desarrollo de Taylor de una composición de funciones, por ejemplo. En algunos casos se estudian también los extremos absolutos. Para la obtención de extremos no siempre pueden aplicarse directamente resultados teóricos y han de hacerse razonamientos particulares analíticos o geométricos. Se plantea también el estudio de extremos relativos en funciones implícitas y la caracterización de la convexidad para funciones diferenciables (de clase C^2) a través de la diferencial (la diferencial de orden dos, respectivamente).

El capítulo 6 y último del primer volumen está dedicado a extremos condicionados. En una primera parte se exponen los conceptos de variedad diferenciable en $\mathbb{R}^n$, espacio tangente, teorema de los multiplicadores de Lagrange y un par de condiciones suficientes para extremos condicionados: el método de las funciones implícitas y el del espacio tangente. Entre los problemas resueltos aparecen la diagonalización de una matriz simétrica utilizando técnicas de este capítulo, el cálculo de puntos de máxima y mínima distancia a un punto dado en una variedad, de máximos y mínimos absolutos en un variedad, de extremos relativos en subconjuntos compactos (no necesariamente variedades) de $\mathbb{R}^n$ cuya frontera se divide en una unión finita de conjuntos en cada uno de los cuales se aplica el teorema de los multiplicadores de Lagrange. Se consideran también problemas de cálculo de regiones del plano (o sólidos) con área (o volumen) máxima bajo ciertas restricciones de igualdad. Entre los más teóricos cabe destacar el teorema de Hadamard relativo a una acotación para el determinante de una matriz.

El segundo volumen, en el que se aborda el cálculo integral, comienza con el capítulo 7, que está dedicado a la integral de Riemann para funciones de una y varias variables: integrales inferior y superior, funciones integrables, criterio de integrabilidad de Riemann y propiedades fundamentales de la integral. Se repasan también los conceptos de medida nula y contenido nulo y los teoremas de Lebesgue (caracterización de las funciones integrables Riemann), fundamental del cálculo integral e integración por partes (para funciones de una variable), cambio de variable de la integral, y Fubini. Los ejercicios que siguen son prácticamente en su totalidad de carácter teórico: corolarios sobre el criterio de integrabilidad de Riemann, acotaciones o igualdades para ciertas integrales, existencia de primitivas, permutación del límite bajo el signo integral, integrabilidad de ciertas funciones patológicas e integración iterada.

El capítulo 8 trata sobre cambio de variable de la integral de Riemann para funciones de varias variables y aplicaciones geométricas. Los problemas se centran en el cálculo de integrales en conjuntos medibles Jordan y las propiedades de estos conjuntos, el cambio de variable y sus ejemplos más notables (coordenadas polares, cilíndricas y esféricas), y el cálculo de volúmenes y baricentros, entre otras cosas.

El capítulo 9 se ocupa de las integrales impropias, los diversos tipos de convergencia (puntual, uniforme y uniforme sobre compactos) de sucesiones y series de funciones, así como de las propiedades de estas con respecto a la integración y la derivación. Las funciones definidas por integrales ordinarias e impropias y la derivación bajo el signo integral también encuentran su acomodo en esta sección. Entre los problemas resueltos más llamativos están los relativos a la construcción de series de funciones que son continuas y no son derivables en ningún punto. Se echan en falta más ejercicios resueltos de integrales impropias de varias variables.

En el capítulo 10 encontramos la integral de Lebesgue para funciones de una variable: medida exterior y medida de Lebesgue en $\mathbb{R}$, funciones simples, medibles e integrables, lema de Fatou, teoremas de la convergencia monótona y dominada. Los preliminares teóricos terminan con la relación entre la integral de Riemann y la de Lebesgue. Entre los problemas resueltos más notables están la prueba de que $L^1(E)$ con la norma $\|\cdot\|_1$ es un espacio de Banach para cualquier conjunto $E \subset \mathbb{R}$ medible Lebesgue, la densidad del espacio de las funciones escalonadas y el espacio de la funciones continuas en $L^1([0,1])$, el teorema de Egoroff, la relación entre la convergencia en casi todo punto de una sucesión de funciones y la convergencia en la norma $\|\cdot\|_1$, así como algunos teoremas de continuidad y derivación bajo el signo integral de funciones definidas por integrales para la integral de Lebesgue.

El segundo volumen termina con un apéndice dedicado a recordar algunos de los métodos de integración para funciones de una variable (sustitución, partes, integración de funciones racionales, método de Hermite, integración de funciones racionales en ciertas expresiones, algunas binómicas, y algunas racionales en senos y cosenos, etc.) seguidos de un surtido de ejercicios resueltos y por resolver aplicando esos métodos.

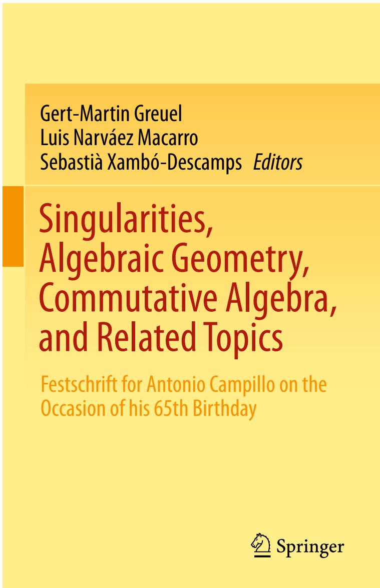
A modo de conclusión. Lo escrito hasta aquí puede resumirse diciendo que *Problemas de Análisis Matemático* es una obra extraordinaria con un carácter singular. Aun con sus defectos, se trata de un clásico que durante años ha servido para la formación de numerosas generaciones de estudiantes y como referencia obligada para sus profesores de análisis matemático. Es posible que hoy responda más a las necesidades de estos que a las de aquellos, pero en todo caso siempre puede servir como un magnífico complemento a otros libros de menor nivel y como reto para alumnos avanzados.

Agradecimientos. Esta reseña no hubiera sido posible sin los datos que nos ha facilitado Gabriel Vera por correo, la información que (junto a las dos imágenes de las portadas que aparecen en el texto) nos ha proporcionado Fernando Bombal —en forma de presentación en *PowerPoint* y durante una larga y amena conversación en una visita suya a la UAM—, y los comentarios de diversos colegas.

Mar Jiménez Sevilla, Dpto. de Análisis Matemático, Universidad Complutense de Madrid
Correo electrónico: `marjim@mat.ucm.es`

José Pedro Moreno, Dpto. de Matemáticas, Universidad Autónoma de Madrid
Correo electrónico: `josepedro.moreno@uam.es`

«Singularities, Algebraic Geometry, Commutative Algebra, and Related Topics: Festschrift for Antonio Campillo on the Occasion of his 65th Birthday», editado por Gert-Martin Greuel, Luis Narváez Macarro y Sebastià Xambó-Descamps



Título: Singularities, Algebraic Geometry, Commutative Algebra, and Related Topics: Festschrift for Antonio Campillo on the Occasion of his 65th Birthday
Editores: Gert-Martin Greuel, Luis Narváez Macarro y Sebastià Xambó-Descamps
Editorial: Springer
Fecha de publicación: 2018
Páginas: xvi+604
ISBN: 978-3-319-96826-1 (papel), 978-3-319-96827-8 (electrónico)

Este libro, como indica su subtítulo, conmemora la figura de Antonio Campillo, catedrático de Álgebra en la Universidad de Valladolid. La iniciativa de publicarlo surgió de forma natural como consecuencia del homenaje que tuvo lugar en su honor del 19 al 23 de junio de 2017 durante el Cuarto Encuentro Conjunto de la Real Sociedad Matemática Española y la Sociedad Matemática Mexicana. Dos sesiones especiales y dos conferencias plenarias del Encuentro, así como una jornada científica adicional el día 23, estuvieron dedicadas a la celebración de este homenaje.

La elaboración de este volumen, principalmente por parte de los editores y también de todos los que han colaborado, ha gozado de una dedicación y esmero que reflejan el respecto tanto académico como personal a la figura de Antonio Campillo. Como muestra, aunque sea anecdótica, sirva recordar que la presentación del libro en la Universidad de Valladolid tuvo lugar el 26 de noviembre de 2018, precisamente el día del 65 cumpleaños del profesor Campillo.

Antonio Campillo comienza su vida académica en la Universidad de Valladolid, donde obtiene la Licenciatura en Ciencias Matemáticas en 1976 y el título de Doctor en 1978. Después de estancias postdoctorales en Columbia y Harvard, obtiene un puesto de

Agregado en la Universidad de Sevilla en 1983, donde acaba siendo Catedrático de Geometría y Topología, y en 1984 obtiene su Cátedra actual en el área de Álgebra en la Universidad de Valladolid. Este pequeño esbozo de biografía académica no refleja la profunda dedicación del profesor Campillo a las Matemáticas, dedicación que es principalmente investigadora y docente, pero también de servicio: baste recordar que de 2009 a 2015 ha sido presidente de la RSME. Se pueden encontrar más detalles de la biografía de Antonio Campillo en la entrada a su nombre en ArbolMat (`https://www.arbolmat.com/antonio-campillo/`) o, mucho mejor, en el primer capítulo de este libro, escrito por F. Monserrat y S. Xambó-Descamps, donde se describen aspectos de su vida hasta la actualidad.

Pero hemos venido hasta aquí para hablar de este libro, que se puede considerar un reflejo de la impronta que va dejando A. Campillo en las Matemáticas. Después del prólogo escrito por uno de los editores, G-M. Greuel, y de la biografía antes mencionada, vienen 26 contribuciones de distintos autores, muchos de ellos colaboradores de A. Campillo, y todos ellos colegas de profesión que han querido contribuir al volumen. En total, en este volumen aparecen 54 autores distintos.

Cada una de las 26 contribuciones es una aportación reciente de la investigación de los autores, que se agrupan en cinco bloques temáticos: Singularidades las diez primeras, Geometría Algebraica las cinco siguientes, otras cinco dedicadas al Álgebra Conmutativa, los Códigos Algebraicos aparecen en tres contribuciones, y las últimas tres dedicadas a otros temas que no se enmarcan en los anteriores. Esta variedad de contenidos entra dentro del amplio abanico de campos cubiertos por la investigación del profesor Campillo.

1. Singularidades

1.– La primera contribución está escrita por G-M. Greuel y presenta distintos resultados sobre equisingularidad de curvas. Se describen brevemente los resultados de A. Campillo sobre desarrollos de Hamburger-Noether. Estos desarrollos permiten definir exponentes característicos para curvas planas definidas sobre un cuerpo algebraicamente cerrado de cualquier característica. También se trata la clasificación de singularidades de hipersuperficies y se termina el capítulo con el estudio de la determinación finita de hipersuperficies, caracterizada recientemente en términos del número de Milnor y el número de Tjurina.

2.– La segunda contribución, escrita por E. R. García Barros, P. D. González Pérez y P. Popescu Pampu, estudia superficies normales y analíticas sobre los complejos, en concreto aquellas superficies tales que el grafo dual asociado a su resolución de singularidades es de tipo árbol. Para estas superficies S y fijada una rama de curva L en S, los autores definen una función $U_L(A, B)$ usando teoría de intersección, y demuestran que U_L es una ultramétrica en el espacio de las ramas analíticas de S distintas de L. Este resultado generaliza un teorema anterior de A. Płoski para series convergentes en dos variables.

3.– B. Teissier es el autor de la tercera contribución, que presenta dos observaciones relacionadas con la geometría tórica. La primera trata del uso de deformaciones de variedades tóricas que en el punto especial dan lugar a una variedad que no es tórica. Estas deformaciones pueden ser útiles para inferir resultados sobre la fibra especial en función del comportamiento de las fibras tóricas, donde los cálculos son más sencillos. La segunda observación estudia los preórdenes aditivos de $\mathbb{Z}^r$ y su relación con límites proyectivos de variedades tóricas.

4.– El siguiente capítulo está firmado por E. R. García Barroso y A. Płoski; en él estudian la fórmula de Milnor que relaciona el número de Milnor de una curva plana, el número de puntos dobles y el número de ramas de la curva. En característica positiva esta igualdad es una desigualdad y están caracterizadas las curvas para las que se tiene la igualdad. Los autores repasan resultados conocidos sobre este tema y refinan un teorema suyo anterior que caracteriza las curvas «tame».

5.– El capítulo firmado por J. Olivares está dedicado al estudio de foliaciones del plano proyectivo. El problema que se trata es si los puntos singulares (o un subconjunto) de la foliación determinan la foliación en sí misma. Se presenta un resultado, basado en trabajos anteriores con A. Campillo, sobre el grado mínimo de un subesquema del lugar singular que determina la foliación.

6.– La sexta contribución está escrita por P. Cassou-Noguès y M. Raibaut y estudia la fibra de Milnor motívica de curvas planas. Se da una expresión de esta fibra de Milnor en función de polígonos de Newton, que son objetos combinatorios. Los autores deducen también una fórmula para el cálculo de la característica de Euler de la fibra de Milnor usando esos polígonos de Newton, que generaliza un resultado anterior de Kouchnirenko.

7.– El siguiente capítulo, de D. Duarte y D. G. Tripp, estudia el uso de la modificación de Nash en la resolución de singularidades. Para una curva, es conocido que con la iteración sucesiva de la modificación de Nash se acaba obteniendo una resolución de singularidades de la curva. Los autores estudian el caso de curvas tóricas y dan, entre otros resultados, una cota para el número de iteraciones necesarias para obtener el resultado final.

8.– La contribución número ocho, firmada por M. González Villa, G. Kennedy y L. J. McEwan, da una fórmula recursiva para la fibra de Milnor motívica de una curva plana en función de sus exponentes de Puisseux. También dan una fórmula recursiva para el espectro de Hodge.

9.– El capítulo firmado por L. Narváez Macarro está dedicado a las llamadas *aplicaciones de sustitución*. Dada una k-álgebra A (en general no conmutativa), se consideran series de potencias con coeficientes en A. Las aplicaciones de sustitución tienen las propiedades necesarias para que tenga sentido la sustitución de las variables de la serie de potencias por otras series. Se desarrollan fórmulas y propiedades de estas aplicaciones de sustitución y se aplican al caso de la derivadas de Hasse-Schmidt.

10.– La contribución número diez, de D. Sulca y O. Villamayor Uriburu, está dedicada al problema de la resolución de singularidades sobre un cuerpo perfecto de característica $p \geq 0$. Se estudia el uso de la función multiplicidad de una variedad X y cómo se describe el lugar de puntos de multiplicidad máxima en función de la máxima multiplicidad de hipersuperficies escogidas adecuadamente para X. El método permite dar una resolución de singularidades en el caso de característica cero.

2. Geometría Algebraica

11.– La primera contribución del bloque dedicado a la Geometría Algebraica está firmada por B. L. de la Rosa Navarro, G. Failla, J. B. Frías Medina, M. Lahyane y R. Utano. Este capítulo estudia las superficies platónicas, que son superficies tales que el monoide de las clases de sus divisores efectivos está finitamente generado y además el plano proyectivo es un modelo mínimo de la superficie de tal modo que los divisores anticanónicos efectivos forman un triángulo. Los autores demuestran que el anillo de Cox de las superficies platónicas está finitamente generado.

12.– La segunda contribución de este bloque, de E. Artal Bartolo, J. I. Cogolludo Agustín y J. Martín Morales, estudia superficies racionales. En concreto, las superficies tóricas regladas y racionales. Los autores dan una descripción del grupo de Picard de estas superficies S y calculan los grupos de cohomología de los haces $\mathcal{O}_S(D)$, donde D es un divisor de Weyl de S.

13.– L. Costa y R. M. Miró Roig firman la siguiente contribución, que estudia los fibrados de Ulrich de $\mathbb{P}^2$. Un fibrado de Ulrich, que se define para una variedad lisa proyectiva Y y un divisor muy amplio de Y, es un fibrado vectorial que cumple una cierta condición de anulación de su cohomología. En este capítulo se caracterizan los enteros r y d para los que existe un fibrado de Ulrich de rango r para el plano proyectivo y el divisor que define la inmersión de Veronese de grado d de $\mathbb{P}^2$.

14.– El siguiente capítulo, de M. R. González Dorrego, está dedicado a las singularidades de Kodaira, un tipo especial de superficies obtenidas a partir de una fibración de curvas. Se estudian las curvas regulares que pueden aparecer en este tipo de superficies.

15.– El último capítulo del bloque de Geometría Algebraica, firmado por S. López de Medrano, estudia intersecciones transversales de cuádricas reales y complejas. Este estudio lleva a descubrir propiedades de la matriz de Vandermonde obtenida con las raíces de la unidad.

3. Álgebra Conmutativa

16.– El bloque de Álgebra Conmutativa comienza con la contribución de A. Arratia, dedicada a problemas de optimización asociados a un complejo simplicial. En concreto, maximizar una función lineal en las caras del complejo simplicial. Se estudia cuándo la salida del algoritmo «greedy» da una respuesta óptima y su relación con la propiedad de ser Cohen-Macaulay de álgebras asociadas al problema combinatorio.

17.– La segunda contribución del bloque, de L. F. Matusevich e I. Ojeda, estudia la relación entre las congruencias en $\mathbb{N}^n$ y los ideales binomiales. Se repasan resultados que permiten deducir propiedades de una congruencia a partir de un ideal binomial que la realice.

18.– La siguiente contribución está firmada por G. Cortiñas, C. Haesemeyer, M. E. Walker y C. A. Weibel, y está dedicada al estudio de la K-teoría de esquemas monoide. Los autores demuestran el teorema de dilatación para ciertos esquemas monoide. En particular, se tiene el teorema de dilatación para esquemas monoide tóricos sobre un anillo conmutativo regular, que generaliza el teorema ya conocido para esquemas afines conmutativos y regulares sobre un cuerpo.

19.– La cuarta contribución del bloque de Álgebra Conmutativa, de S. D. Cutkosky, estudia las valoraciones de Abhyankar, que son aquellas para las que la desigualdad de Abhyankar para valoraciones es una igualdad. En este capítulo, el autor estudia si el anillo graduado de un anillo local A a lo largo de una valoración de Abhyankar es finitamente generado. Se caracterizan los anillos A regulares de dimensión dos para los que se tiene respuesta positiva y se dan ejemplos en los que el anillo graduado no es finitamente generado.

20.– La última contribución de este bloque, firmada por P. Gimenez, J. Martínez Bernal, A. Simis, R. H. Villarreal y C. E. Vivares, estudia el álgebra de Rees de las potencias simbólicas de un ideal monomial. También se caracteriza cuándo el álgebra asociada a un digrafo es Cohen-Macaulay, y se prueba que existe una dualidad de Alexander para grafos orientados transitivos.

4. Códigos Algebraicos

21.– El bloque dedicado a los Códigos Algebraicos comienza con la contribución de J. I. Farrán, que estudia asintóticamente el cociente entre el número de puntos racionales de curvas irreducibles y su género. En la literatura se conocen cotas superiores e inferiores de este límite, pero su valor exacto excepto en casos particulares no se conoce. En este capítulo, el autor prueba que este límite se puede expresar también usando curvas reducidas, no irreducibles pero con el número de componentes irreducibles acotado.

22.– En la segunda contribución de este apartado, de C. Galindo, F. Hernando, F. Monserrat y R. Pellikaan, se construye una serie de Poincaré en varias variables asociada a un código lineal sobre $\mathbb{F}_q$. Los autores demuestran que la serie de Poincaré y el polinomio de Tutte asociados a un código contienen los dos la misma información sobre el código. La pregunta natural, si la serie de Poincaré es un invariante completo, tiene respuesta afirmativa si y sólo si $q = 2$ o $q = 3$.

23.– La última contribución del bloque de códigos, de D. Ruano, estudia las formas bilineales sobre cuerpos finitos y cómo su clasificación da lugar a una descomposición geométrica de un código lineal. Esto permite extender la estructura métrica de los códigos tóricos a códigos cualesquiera.

5. Otros

24.– El último bloque comienza con la contribución de A. García, L. Palacios y C. Signoret, que se dedica al estudio del álgebra de funciones continuas y acotadas de un espacio Hausdorff X en un álgebra A pseudoconvexa. Los autores prueban que algunas propiedades del álgebra A son heredadas por el espacio de funciones.

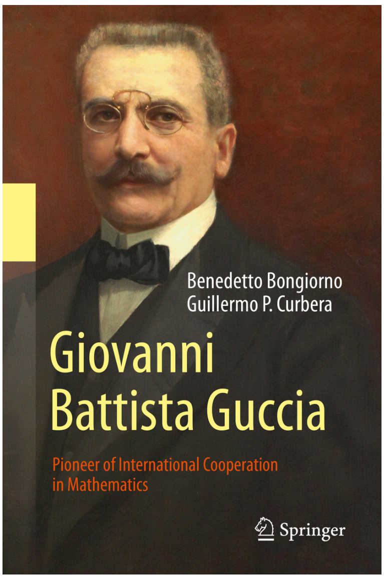
25.– La siguiente contribución, de R. G. Campos, prueba que las funciones theta son soluciones de una ecuación diferencial en derivadas parciales fraccionaria que generaliza las ecuaciones de difusión.

26.– La última contribución de este bloque, y del volumen, está firmada por G. González Sprinberg. Comienza con la historia del número áureo y la sucesión de Fibonacci, para continuar con la introducción de las fracciones continuas y su interpretación geométrica en el plano. Esta interpretación geométrica da lugar a la generalización de las fracciones continuas a dimensión superior, y se dan algunos resultados en dimensión tres.

En este volumen, cada capítulo es interesante por sí mismo. Además, también es una buena representación de la influencia de A. Campillo en los campos de las Matemáticas en los que se han dividido las distintas contribuciones.

Santiago Encinas, Dpto. de Matemática Aplicada, Instituto de Investigación en Matemáticas, Universidad de Valladolid
Correo electrónico: `sencinas@maf.uva.es`
Página web: `http://www.singacom.uva.es/~santi/index_ES.html`

«Giovanni Battista Guccia: Pioneer of International Cooperation in Mathematics» de Benedetto Bongiorno y Guillermo P. Curbera



Título: Giovanni Battista Guccia: Pioneer of International Cooperation in Mathematics
Autores: Benedetto Bongiorno y Guillermo P. Curbera
Editorial: Springer
Fecha de publicación: 2018
Páginas: xxii+301
ISBN: 978-3-319-78666-7 (papel) y 78-3-319-78667-4 (electrónico)

Comencemos por hablar de los autores. Benedetto Bongiorno ha sido catedrático de análisis matemático en la Universidad de Palermo desde 1976 hasta su jubilación en 2012. Fue miembro del comité científico de la *Unione Matematica Italiana* y es Editor

Adjunto del *Journal of Mathematical Analysis and Applications* desde el año 2000. B. Bongiorno es miembro de la Academia de Ciencias, Letras y Artes de Palermo desde 1980 y —lo que quizá sea más relevante en relación a la obra que nos ocupa— fue Vicepresidente del *Circolo Matematico di Palermo* entre 1983 y 1997. Guillermo Curbera es catedrático de análisis matemático de la Universidad de Sevilla. Fue Editor General de la RSME desde 2006 hasta 2009 y es Conservador de los archivos históricos de la Unión Matemática Internacional (IMU). Esta faceta suya de conocedor y amante de la evolución histórica de la componente internacional del avance de las matemáticas, que es en la que se encuadra el libro reseñado, es bien reconocida y comenzó con su labor como comisario de la exposición «Los ICM a través de la historia» que se organizó como parte de las actividades del ICM2006 en Madrid; exposición muy pertinente por ser el celebrado en España el vigésimoquinto de los Congresos Internacionales de Matemáticos. Como continuación y profundizando en los contenidos de la exposición, Curbera escribió el precioso libro «*Mathematicians of the World, Unite!: The International Congress of Mathematicians – A Human Endeavor*», publicado en 2009 por A K Peters, y que fue regalo oficial a los premiados con la medalla Fields en el ICM2010.

Ya con el libro en nuestras manos, nos asaltan algunas preguntas: ¿quién será este elegante caballero decimonónico que tan directamente nos mira desde la portada?, ¿qué habrá hecho Guccia para suscitar el interés de los autores y moverles a realizar el enorme esfuerzo documental necesario para construir esta obra? Intentaré contestar a estas preguntas sin desvelar mucho, ya que no quiero reducir el suspense de los lectores a los que, dicho sea de antemano, recomiendo vivamente este texto que se lee como una novela.

Esta obra es a la vez biografía e historia de las instituciones y la comunicación científicas, no por capricho de los autores, sino porque la vida de Guccia y la de los primeros treinta años del *Circolo Matematico di Palermo* y de su revista los *Rendiconti del Circolo Matematico de Palermo*, están de tal forma entretejidas que es imposible entender cualquiera de ellas sin conocer la otra.

Giovanni Battista Guccia fue un matemático nacido en Palermo en 1855, cuando todavía el Reino de las Dos Sicilias no formaba parte del Reino de Italia, que se fundó en 1861. Guccia nació en el seno de una rica familia siciliana, emparentada con la nobleza, en concreto con el Marquesado de Ganzaria. Esta situación privilegiada desde el punto de vista económico y social es muy relevante para el desarrollo de su actividad como matemático ya que le permitió, no solo estudiar en Roma, sino también viajar por Europa durante varios meses al año, dedicarse a la investigación antes de tener una vinculación con la Universidad, financiar con su propia fortuna una gran parte de los gastos del *Circolo*, e incluso fundar una imprenta para asegurar la calidad y la rapidez en la producción de los *Rendiconti.* Los autores nos ayudan a entender este contexto histórico y familiar en el primer capítulo, con referencias a obras de historia pero también con la mención como referente de uno de los miembros más famoso de la familia de Giovanni Guccia: su tío Giulio Fabrizio Tomasi, Príncipe de Lampedusa, personaje principal de la novela «El Gatopardo» de Guiseppe Tomasi de Lampedusa de la que, por cierto, Anagrama ha sacado hace unas semanas una buena reedición corregida.

Tras comenzar sus estudios de ingeniería en la universidad de su ciudad natal, Guccia decidió cambiar a una carrera de matemáticas en la Universidad de Roma, atraído por la figura de Luigi Cremona, a quien conoció durante la participación del importante geómetra en la reunión de la Sociedad Italiana para el Desarrollo de las Ciencias, celebrada en Palermo en 1875. Cremona le dirigió más tarde su tesis doctoral, defendida en 1880. El campo de la tesis de Guccia y de su obra posterior es la geometría algebraica. Como indican los autores, «Guccia comenzó su carrera científica en el lugar correcto y en la dirección correcta», pero con el tiempo y por diversas razones, los prometedores inicios no llegaron a cuajar y su actividad investigadora podemos decir que cesa en 1895, casi coincidiendo con su acceso a la cátedra en la Universidad de Palermo, de la que era profesor desde 1889.

Entre las razones por las que su investigación fue quedando relegada a un segundo plano se encuentran sin duda su delicada salud y la necesidad de atender a los negocios familiares pero, de una manera muy especial, su entrega a la creación del *Circolo* en 1884 y la puesta en marcha y dirección de los *Rendiconti*, a partir de 1887. Esta dedicación fue creciendo a la par que la asociación y la revista aumentaban su prestigio internacional hasta formar parte de la élite en ambos terrenos; situación que estaba en un momento álgido cuando fue bruscamente truncada a finales de 1914, justo tras celebrar los treinta años de la fundación del *Circolo*, por dos acontecimientos independientes y ambos desgraciados: el temprano fallecimiento de Guccia y el comienzo de la Primera Guerra Mundial.

Bongiorno y Curbera nos conducen, en los capítulos cuarto, quinto y sexto, por este esforzado ascenso del *Circolo* desde una asociación de 27 amantes de las matemáticas —solo nueve de ellos eran matemáticos profesionales: cinco profesores universitarios y cuatro profesores de instituto— creada por un joven doctor sin conexión con la universidad, hasta una sociedad internacional con 924 miembros de los cuales 618 eran extranjeros; con diferencia la mayor y con mayor porcentaje de extranjeros del mundo en 1914. Allí nos cuentan cómo el enorme esfuerzo personal y económico de Guccia, unido a su conocimiento de lo que se estaba haciendo en los centros punteros de Europa, a su convencimiento de la importancia de la cooperación internacional de los matemáticos, a su poder de persuasión, a su amistad temprana con grandes matemáticos como Poincaré o Mittag-Leffler, y al diseño que ingenió de interdependencia entre asociación y revista, dieron como resultado algo que parece un milagro: una sociedad de marcado carácter internacional con sede en una ciudad de provincias, situada en la periferia de Europa y alejada de los grandes centros donde se estaban desarrollando los avances matemáticos espectaculares del cambio de siglo, que editaba una revista en la que publicaban los matemáticos más importantes del momento y que se recibía en los mejores centros de investigación. Una revista que se codeaba con sus contemporáneas como *Journal für die reine und angewandte Mathe-*

matik, *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées* o *Acta Mathematica*.

En estos capítulos del libro se relata también cómo la celebración de los primeros ICM —Zurich (1897), París (1900), Heidelberg (1904), y especialmente el que tuvo lugar en Roma en 1908 y en el que Guccia estuvo profundamente involucrado— supuso para el protagonista de esta obra una confirmación de que sus ideas de internacionalización estaban en sintonía con los tiempos y eran compartidas por muchos e importantes matemáticos. Estos congresos le sirvieron de inspiración y acicate, pero a la vez fueron una fuente de decepciones para Guccia.

Resulta muy útil para entender esta aventura de Guccia y su impresionante resultado conocer el contexto internacional que se explica muy bien en el tercer capítulo del libro. Y resulta bastante triste ver en el capítulo séptimo el rápido declive del *Circolo* y sus *Rendiconti*, que sobrevivieron con muchas dificultades en el ambiente, poco propicio a la colaboración internacional, que se vivió tanto durante las dos guerras mundiales como en el periodo de entreguerras. Finalmente, *Circolo* y *Rendiconti* sucumbieron en el bombardeo aliado de Palermo en 1943, ya que no pudieron superar los daños sufridos por la sede y la imprenta.

Felizmente, los archivos y parte de las bien nutridas biblioteca y hemeroteca se rescataron y depositaron en la Universidad de Palermo, lo que ha permitido a los autores conocer los detalles de esta apasionante historia; no corrieron la misma suerte los archivos personales y familiares de Guccia, que han desaparecido, lo que les ha obligado a buscar detalles de su vida y de su abundante correspondencia en fuentes muy diversas por toda Europa.

El *Circolo* se reconstruyó ligado a la Universidad de Palermo y los *Rendiconti* iniciaron una nueva serie en 1952, pero ya sin comparación con lo que llegaron a ser en los primeros años del siglo XX.

Y finalmente, para aquellos lectores del libro cuya curiosidad se haya convertido en interés, el estupendo apéndice documental ofrece una buena fuente de información.

En resumen, es este un libro diferente, bien documentado, interesante y entretenido, ideal para desengancharse un rato de las clases y de la investigación en nuestros temas preferidos y que comparte con las obras clásicas el valor de presentarnos personajes y situaciones que, a pesar de las diferencias en la forma, nos resultan muy familiares en el fondo.

Olga Gil Medrano, Departament de Matemàtiques, Universitat de València
Correo electrónico: olga.gil@uv.es