

Goro Shimura, el samurái de las formas modulares

por

Jordi Guàrdia* y Joan-Carles Lario

«¿Quién es John Tate? ¿Qué ha hecho para merecer el premio Abel?». El autor de esta sentencia es también el padre de una de las conjeturas más trascendentales de la Teoría de Números moderna: Goro Shimura. Su muerte, acaecida el 3 de mayo de 2019, pasó injustamente desapercibida para una gran parte de la comunidad matemática. Sin duda, frases como la citada contribuyeron a que su trayectoria científica no alcanzara el reconocimiento público que merece, pero Shimura es un gigante sobre cuyos hombros se han apoyado numerosos matemáticos. Sus contribuciones a la teoría de la multiplicación compleja y a las formas automorfas han abierto caminos que recorreremos durante años.

1. SHIMURA Y SU MAPA VITAL

La vida de nuestro personaje está muy bien documentada por él mismo. No son muchos los matemáticos que escriben su propia biografía y Shimura fue uno de ellos. Su libro *The map of my life* [4] cuenta numerosos detalles de su trayectoria

personal y académica, y nos permite hacernos una idea bastante clara de su vida, sus ideas y sus actitudes. Se pueden consultar también, entre otras fuentes, el obituario que publicó el *New York Times* [1] o la biografía en *MacTutor* [2].

Goro Shimura nació el 23 de febrero de 1930 en Hamamatsu, unos 250 km al oeste de Tokio, ciudad de la que provenía originalmente su familia. Sus antepasados fueron servidores de cierto rango de una familia de samuráis durante siete generaciones, dato que él reivindicaba no sin orgullo. Cuando tenía tres años su familia se instaló en



Shimura en 1964 (foto Princeton University, Office of Communications).

*Con el apoyo de MTM2015-66180-R.

Tokio, donde pasaría la primera etapa de su vida. Shimura es un chico observador y reflexivo, que empieza a desarrollar un espíritu crítico.

A pesar de que su juventud transcurre entre la guerra con China y la Segunda Guerra Mundial, la descripción que hace de este período no es en absoluto dramática. En uno de los ataques aéreos americanos sobre Japón, su casa es incendiada y tiene que huir en medio de las llamas, pero Shimura destaca por encima de lo personal la descomunal cantidad de explosivos lanzados sobre Tokio y las cuantiosas bajas que provocaron, dejando claro que eran salvajes ataques contra la población civil. En su análisis del lanzamiento de las dos bombas atómicas sobre Japón, dada la devastación que provocó la primera de ellas, asume que el lanzamiento de la segunda fue totalmente injustificable y se debió a causas ocultas, que probablemente fueron las mismas con que los americanos justificaron la primera bomba que «por inferencia tampoco se puede justificar». Los últimos meses de la guerra son un período de tristeza y resignación para el pueblo japonés, que él supera «gracias a su juventud y su deseo de aprender». Las vicisitudes vividas durante la guerra no amargaron su vida, sino que le convencieron de que debía sentirse agradecido por haber sobrevivido, cuidar su vida y conformarse con su maravillosa suerte.

Shimura inicia su formación matemática de manera autodidacta durante su época de instituto. Adquiere algunos libros, lee artículos e investiga por su cuenta. Según dice él mismo, este período fue más provechoso que los tres años que pasó en la Universidad de Tokio. De su estancia en la universidad, apenas menciona un curso de Iwasawa... para criticar el curso y a su autor. En realidad, ésta es la historia de su carrera científica: Shimura es un genio solitario que entiende que nadie de quienes le rodean puede comprender en profundidad su trabajo y, pese a que reconoce el valor de muchos de sus colegas, sus opiniones públicas tienden a ser degradantes (probablemente con la ingenua intención de estimular a sus destinatarios). Apenas Siegel y Weil se salvan de sus críticas.

André Weil es el matemático más influyente en la vida matemática de Shimura. En su primer viaje a Japón (1955), Weil es recibido con reverencia por los jóvenes matemáticos japoneses de la época. Shimura enseguida capta su atención y así se inicia una estrecha relación académica y personal que durará hasta la muerte de Weil. Es éste quien consigue una plaza para Shimura en el CNRS en París (1957) y luego una invitación para una estancia en el *Institute of Advanced Studies* de Princeton (1962). Esta estancia en el IAS acabará siendo determinante para su carrera, puesto que le hace ver que es el mejor lugar posible para desarrollar sus matemáticas y por ello, aun sin tener un gran entusiasmo por los EEUU ni por su comunidad matemática, en 1964 decide aceptar una plaza de profesor en la Universidad de Princeton. Tras su jubilación en 1999, siguió en Princeton como profesor emérito hasta el final de su vida.

Según contaba Carl Pomerance, Shimura tenía dos despachos para trabajar en su casa. En uno de ellos se ocupaba por la mañana de sus investigaciones en curso. Cuando daba una por finalizada, la pasaba al segundo despacho, en el que trabajaba por las tardes, y en el que se dedicaba exclusivamente a pulir los artículos antes de publicarlos. Es difícil discernir dónde acaba la profesionalidad y dónde empieza el perfeccionismo.

Aparte de la pintura, dos de sus grandes aficiones fueron el juego del *shogi* (el llamado ajedrez japonés), del que fue especialista en analizar las jugadas extremadamente largas, y las porcelanas de Imari, que coleccionó durante 30 años. Sus amplios conocimientos sobre ellas le llevaron a escribir el libro *The Story of Imari: The Symbols and Mysteries of Antique Japanese Porcelain* [5], en el que relata historias de la porcelana japonesa y proporciona valiosos detalles técnicos que no se pueden encontrar fácilmente en otras fuentes.

Shimura no fue un hombre religioso, si bien tenía curiosidad por las religiones, lo que le llevó a adquirir una notable cultura en este ámbito. No temía a la muerte, excepto en los momentos en que había detectado algún error en su trabajo y sabía que su corrección le llevaría un tiempo considerable. Conociendo su metódico carácter, podemos dar por sentado que esperó a corregir su último trabajo antes de traspasar el umbral del panteón de los grandes matemáticos.

2. SHIMURA Y SU OBRA

La obra científica de Shimura es tan brillante como extensa. A lo largo de su trayectoria dirigió 28 tesis doctorales, todas ellas en Princeton. Es autor de 14 libros y 120 publicaciones en revistas (la mayoría de ellas en solitario), que aparecen recolectadas en los cinco volúmenes de sus *Collected Papers* [3]. Un repaso a sus *revistas habituales* da una primera aproximación a la importancia de su trabajo: *Annals of Mathematics* (27 artículos), *Inventiones Mathematicae* (6), *Duke Mathematical Journal* (14), *American Journal of Mathematics* (8)... Un currículum deslumbrante, al alcance de muy pocos.

El valor científico de su trabajo supera ampliamente el reconocimiento personal que recibió Shimura, probablemente debido a su carácter y a su poca diplomacia. Se hace difícil entender que un gigante como él no recibiera el premio Abel o siquiera una medalla Fields (de las que opinaba, por cierto, que eran literalmente peor que una lotería, «*porque al menos en la lotería las reglas son transparentes*»). La American Mathematical Society reconoció su trayectoria otorgándole el Premio Steele en 1996. En el discurso de agradecimiento, Shimura se declaró «*aún demasiado joven para recibirlo*».



Shimura paseando por el barrio del Born de Barcelona en 2009.

Como ya ha quedado dicho, las aportaciones principales de Shimura se centran en la multiplicación compleja y la modularidad. Las *variedades de Shimura* son un objeto central en la Teoría de Números actual. Sería injusto tratar de resumir en unas pocas páginas la grandeza y complejidad de su obra. El lector interesado podrá encontrar textos y colegas que le acerquen a ella. En esta nota vamos a limitarnos a describir la que, sin duda, es su contribución más famosa y que fue la pieza clave para la demostración del Último Teorema de Fermat: la conocida como conjetura de modularidad o de Shimura-Taniyama-Weil. La citaremos, aunque sea sólo una vez, como le gustaba a él.

3. «LA CONJETURA DE SHIMURA»

André Weil, inquieto como su hermana Simone y muy atento a los movimientos sociales y culturales de su época, visitó primero la India y posteriormente Japón. Ambos viajes implicaron consecuencias importantes desde el punto de vista de las matemáticas. Su incursión pacifista en la India de Mahatma Gandhi le reportó meses de cárcel, en los que se gestaron sus famosas conjeturas sobre las funciones zeta de curvas y variedades algebraicas sobre cuerpos finitos. Su viaje a Japón no fue menos importante. Como nos relata Shimura en su *Map of my life* [4], allí entró en contacto con los aritméticos de Osaka y Tokio, que estaban trabajando sobre las series de Fourier asociadas a las formas modulares. Baste aquí con decir, para no entrar en detalles técnicos, que las formas modulares son funciones de variable compleja con infinitas simetrías aritméticas.

Las formas modulares habían vuelto a centrar el interés, después de años de ostracismo, gracias a algunos jóvenes investigadores japoneses, tras las brillantes aportaciones de Heegner en el clásico problema de los números congruentes. Weil estaba al corriente de la importancia del asunto, gracias a las contribuciones de los jóvenes Bryan Birch y John Tate. Todo ello propició que, en su viaje a Japón, Weil entablara contacto con Yutaka Taniyama y el propio Shimura, jóvenes investigadores de la Universidad de Tokyo en aquel entonces, muy interesados en las relaciones entre la teoría de cuerpos de clases y las formas modulares. De hecho, la teoría de la multiplicación compleja para variedades abelianas acababa de nacer de la pareja Shimura-Taniyama, haciendo realidad el *Jugendtraum* de Kronecker para dimensión superior.

En este contexto las ideas fueron fraguando, dando lugar a la famosa conjetura de Shimura-Taniyama-Weil. Heegner había demostrado que las curvas elípticas con multiplicación compleja son modulares, es decir, admiten una parametrización mediante formas modulares. Shimura recoge las observaciones de Taniyama sobre la posible modularidad de otras curvas elípticas y llega a formular la conjetura que ahora conocemos como *Teorema de modularidad*. La conjetura de Shimura-Taniyama-Weil, que así se llamó durante medio siglo, pronosticaba acertadamente que todas las curvas elípticas definidas sobre el cuerpo de los números racionales deben ser modulares. Pese al nombre casi universalmente aceptado, Shimura siempre se consideró el único padre verdadero de la conjetura.

La conjetura japonesa conllevó diversos tipos de consecuencias, al margen del triste hecho del temprano suicidio de su amigo Taniyama, el 17 de noviembre de 1958, a los 31 años. Con el paso del tiempo la conjetura fue aglutinando fieles seguidores, cada vez más optimistas. El advenimiento de potentes herramientas informáticas propició que la comunidad aritmética internacional fuera dando más crédito a la conjetura. Se elaboraron tablas de curvas elípticas que cumplían la conjetura; primero las *Antwerp tables* (tablas de Amberes) y más tarde las tablas de John Cremona suponían un satisfactorio barrido que hacía evidente que la conjetura debía ser considerada en serio. Al final de los años 80 ya nadie dudaba de su validez, si bien nadie podía prever una demostración de la conjetura ni a corto, ni a medio, ni a largo plazo.

Por si fuera poco, la conjetura de Shimura-Taniyama-Weil sirvió para sustentar otras dos conjeturas. Por una parte, los trabajos de Birch, Swinnerton-Dyer, Gross y Zagier, impulsaron la conjetura BSD (de Birch y Swinnerton-Dyer), que forma parte de uno de los siete enunciados conocidos como «problemas del milenio». Simplemente para poder anunciar la conjetura BSD era necesario asumir la conjetura de Shimura-Taniyama-Weil.

Más impresionante, si cabe, fue la relación que Gerhard Frey estableció en un mapa de conjeturas que se implicaban unas a otras, dando lugar a una posible hoja de ruta para demostrar el mítico último teorema de Fermat. El matemático alemán observó —siguiendo un camino que había abierto Yves Hellegouarch— que una conjetura que Serre acababa de proponer en 1986 podía acabar con más de 300 años de suspense sobre la misteriosa afirmación en el margen del libro de estudio de Fermat.

La maquinaria empezaba a estar cada vez más engrasada. Fue entonces cuando Ribet probó que el único obstáculo para probar el teorema de Fermat era, precisamente, la conjetura de Shimura-Taniyama-Weil. A pesar de ello, y ya en la década de los 90, la conjetura de modularidad parecía inalcanzable.

Cada vez más confiado en sus predicciones de juventud, Shimura las veía venir desde su despacho en la Universidad de Princeton. Mientras el ya maduro matemático estaba cada vez más concentrado en la redacción de múltiples artículos y libros de texto, siempre en torno del mundo modular, en el piso de arriba alguien había decidido demostrar su conjetura: en el piso superior del Departamento de Matemáticas de Princeton trabajaba un joven investigador que provenía de Inglaterra llamado Andrew Wiles.

Así llegamos a mediados de los años 90 y la escena se centra en Princeton con nuestros tres personajes: Weil como profesor emérito retirado, que frecuenta la biblioteca y el cine de la Universidad, Shimura escribiendo más libros y artículos en su despacho, y Wiles que deja de frecuentar el Departamento para encerrarse durante siete años en la buhardilla de su casa.

Cuando Wiles reapareció con su demostración «en dos tiempos» (fue necesario subsanar un error en el primer paso de inducción, que superó después de dos años de trabajo con su estudiante y colaborador Richard Taylor), se montó un gran revuelo mediático, del que no escapó ningún protagonista. Cuando Shimura fue entrevistado



El matrimonio Shimura, con Montse Vela y sus hijos, y Jordi Quer, en el *Barri Gòtic* de Barcelona.

por tal motivo, sus palabras fueron escuetas: «*Ya os lo había advertido yo hace muchos años*».

4. SHIMURA EN CATALUÑA

En abril de 2009, con ocasión del 60 aniversario del matemático catalán Josep González-Rovira, el *Seminari de Teoria de Nombres de Barcelona* (STNB) invitó al profesor Shimura a una corta estancia en Barcelona. La modularidad y la multiplicación complejas han sido temas recurrentes para los miembros del STNB, así que la visita de Shimura levantó una gran expectación, tanto a nivel científico como personal. La fama de personaje adusto precedía al profesor, así que se pusieron todos los medios al alcance para que su estancia fuera lo mas satisfactoria posible. Su visita, acompañado de su esposa Chikako Ishiguro, permitió acercarnos a una versión más humana del maestro. Su ya avanzada edad no fue obstáculo para complementar su actividad científica con una intensa agenda cultural.

Shimura mostró la amplitud de sus conocimientos en las dos conferencias que impartió: *Polynomial expressions for the critical values of Dirichlet's L-functions* (en la Facultat de Matemàtiques i Estadística de la UPC) y *The theory of Diophantine*



Pilar Bayer, Chikako Ishiguro y Goro Shimura, en el monasterio de Montserrat.

equations arising from the sums of three squares as investigated by Gauss (en el Centre de Recerca Matemàtica). Ambas conferencias atrajeron una gran cantidad de público, no sólo del ámbito de la Teoría de Números.

Shimura insistió en visitar los principales museos y monumentos históricos de Barcelona, dejando muestras de su interés por la cultura y sus conocimientos artísticos (Maurice Utrillo, Van Gogh, Gaudí. . .) e históricos. Compartió sus experiencias como aprendiz de pintor en talleres con modelos desnudos en el Montmartre parisino en sus años de juventud. No perdió ocasión tampoco, dada su afición por el montañismo, de visitar el monasterio de Montserrat.

Naturalmente, en todas las visitas se acababa hablando, de una forma u otra, de matemáticas. . . y de matemáticos. La frase sobre John Tate citada en la introducción de esta nota es una más de las numerosas perlas que nos dejó *el samurái de las formas modulares* durante su estancia entre nosotros.

REFERENCIAS

- [1] K. CHANG, *Goro Shimura, 89, Mathematician With Broad Impact, Is Dead*, New York Times, 2019, <https://www.nytimes.com/2019/05/13/obituaries/goro-shimura-dead.html>
- [2] J. J. O'CONNOR Y E. F. ROBERTSON, Goro Shimura, *MacTutor History of Mathematics archive*, 2011, <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/Biographies/Shimura.html>

- [3] G. SHIMURA, *Collected Papers, I–V*, Springer, New York, 2002–2016.
- [4] G. SHIMURA, *The map of my life*, Springer, New York, 2008.
- [5] G. SHIMURA, *The Story of Imari: The Symbols and Mysteries of Antique Japanese Porcelain*, Ten Speed, Berkeley, 2008.

JORDI GUÀRDIA I RÚBIAS, DEPT. DE MATEMÀTIQUES, UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
Correo electrónico: jordi.guardia-rubies@upc.edu

JOAN-CARLES LARIO LOYO, DEPT. DE MATEMÀTIQUES, UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
Correo electrónico: joan.carles.lario@upc.edu