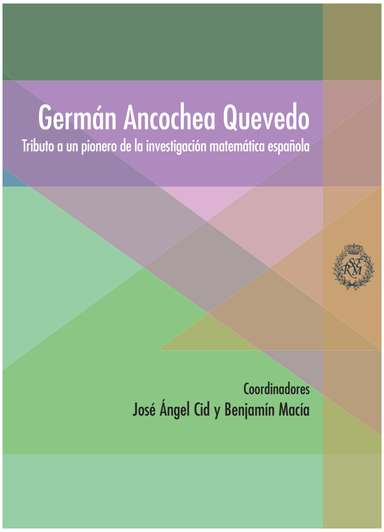
Reseña de libros

«Germán Ancochea Quevedo: Tributo a un pionero de la investigación matemática española», coordinado por José Ángel Cid y Benjamín Macía



Título: Germán Ancochea Quevedo: Tributo a un pionero de la investigación matemática española
Coordinadores: José Ángel Cid y Benjamín Macía
Editorial: RSME
Fecha de publicación: 2021
Páginas: 288
ISBN: 978-84-923818-3-8

Este libro, como tributo a don Germán Ancochea Quevedo, constituye un sentido homenaje a este insigne matemático español, que desarrolló su importante labor a lo largo del segundo tercio de siglo XX.

El libro contiene diez capítulos, escritos por diferentes autores, que comentaré a lo largo de esta reseña. En ellos se cuenta la vida de Ancochea y se analiza su obra. Hay también, además de la introducción, un prólogo de Elena Vázquez Cendón, decana de la Facultad de Matemáticas en la Universidade de Santiago de Compostela, algo muy apropiado pues, como aquéllos que lo conocieron recordarán, don Germán hablaba siempre con gran cariño de su tierra gallega. Finalmente, Francisco Marcellán, presidente de la Real Sociedad Matemática Española, hace una elegante presentación de este volumen, editado por la RSME, en la que, en un rápido recorrido del libro, menciona las contribuciones de Ancochea y comenta algo del periodo histórico que le tocó vivir. Todos estos capítulos están coordinados por José Ángel Cid y Benjamín Macía, autores asimismo de la introducción.

Al menos desde finales del siglo XVIII y durante el transcurso del XIX, muchos intelectuales en España se enfrentan, de manera cada vez más consciente, con el triste hecho de que la contribución de españoles al desarrollo teórico de las matemáticas (y, por supuesto, de otras ciencias) había sido muy escasa hasta entonces. Es conmovedor leer el fogoso discurso de don José Echegaray con motivo de su ingreso en la Real Academia de Ciencias en 1866: se indigna, culpa a la Inquisición…, y tiene un poso de bochorno histórico. Casi exactamente cincuenta años después, en un congreso de la Asociación para el Progreso de las Ciencias, don Julio Rey Pastor hace un balance más sosegado, pero igualmente devastador, de la aportación de los matemáticos españoles a su ciencia hasta aquel momento; sin embargo su discurso tiene un tono más positivo, pues, al mismo tiempo, propone soluciones sensatas y factibles para afrontar el futuro y dejar atrás esta frustración. Merece la pena leer completos los discursos de Echegaray y Rey Pastor; se pueden encontrar en Ernesto y Enrique García Camarero [9].

En 1911 se funda la Sociedad Matemática Española. En las dos décadas siguientes, hasta que Ancochea obtiene su doctorado en 1935, se percibe una notable y valiosa actividad: aunque muy lentamente, se mejoran las bibliotecas con revistas de investigación en Zaragoza, Barcelona, Madrid…; la Junta para Ampliación de Estudios y otras instituciones proporcionan ayudas para estancias en universidades europeas; además de en las universidades, se fomenta la educación avanzada a través de instituciones como es el Laboratorio Seminario Matemático; se invita a profesores extranjeros a dar conferencias o cursos cortos a varias universidades españolas; hay publicaciones de calidad desigual en las revistas de las academias de ciencias de Madrid, Barcelona, Zaragoza…, pero sobre todo en la *Revista Matemática Hispano-Americana*, donde también aparece información útil sobre actividades y publicaciones de otros países. Por otra parte, conviene no subestimar la importante y necesaria labor educativa de profesores de matemáticas, física y tecnología en universidades, institutos, escuelas de ingeniería, academias militares, etc.

Hacia 1935 hay todavía muy pocos especialistas en España preparados para intentar aportar nuevos resultados a la «cultura matemática universal», como proponía Rey Pastor en su discurso. Además de los más veteranos, como el propio Rey Pastor, Terradas, etc., hay un pequeño grupo de jóvenes que terminan sus estudios en esos años y que son muy conscientes de lo que significa incorporarse a las tareas de investigación matemática a nivel mundial en esos momentos: San Juan, Santaló, Flores de Lemus, Sixto Ríos, Rodríguez Bachiller, Lorente de No, Puig Adam, Balanzat, Ancochea… Los tres años 1936–39 de nuestra desgraciada Guerra Civil interrumpen el trabajo prometedor de estos investigadores, y de hecho algunos se marchan a otros países, sobre todo a Argentina, donde Rey Pastor se había instalado, más o menos permanentemente, años atrás.

Las dos largas décadas de autarquía en España hasta 1959 fueron de bastante aislamiento institucional de las universidades y centros de investigación; pero aun así, como nos muestra este libro, algunos matemáticos, y Ancochea es un ejemplo, lograron mantenerse bastante activos y producir resultados valiosos que encontraron una magnífica resonancia internacional.[1] La situación comenzó a cambiar, tímidamente primero, en la década de 1960; la economía empezó a mejorar de forma sustancial; se crearon nuevas universidades; las bibliotecas de matemáticas aumentaron paulatinamente sus colecciones de libros y revistas; se incrementaron las becas para completar estudios superiores en centros españoles y extranjeros, no sólo su número, sino que también estas subvenciones permitieron estancias más largas; se crearon bastante más, y mejor remunerados, puestos de trabajo en universidades, escuelas especiales y centros de investigación; se pudieron organizar más congresos en España y asistir con mayor apoyo económico a reuniones en otros países; etc. Este proceso se aceleró en las décadas siguientes, y permitió que aumentase de manera creciente el número de matemáticos, y su producción científica, por toda la geografía española. Sin duda se puede afirmar, parafraseando a Rey Pastor, que hacia 1981, cuando fallece Ancochea, «la curva española de progreso matemático empezaba a acercarse a la línea europea, y pronto se confundiría con ella».

En el capítulo 1 de este libro, los profesores Cid y Macía escriben una biografía de Ancochea que se enmarca en el periodo que acabo de describir a grandes rasgos. Contiene datos sobre su recorrido académico, desde la escuela en Pobra de Trives, un pueblo en la provincia de Orense, donde Ancochea pasó la mayor parte de su infancia, hasta su jubilación de la Universidad de Madrid —entonces ya llamada Complutense— en 1978, y su fallecimiento en 1981. Uno puede encontrar aquí muchos detalles sobre sus estudios de licenciatura y doctorado en Madrid; sus estudios en París, con Élie Cartan y otros matemáticos franceses, durante el curso 1932–33; su labor como catedrático en las universidades de La Laguna, Salamanca y Madrid; fotocopias de documentos y cartas; y una lista completa de sus publicaciones. Una buena parte del capítulo está dedicada a comentar cartas entre Ancochea y prominentes matemáticos de Europa y América, en los años 40 y 50 del siglo XX: Hasse, Van der Waerden, Zariski, Von Neumann, Lefschetz, Santaló, Jacobson, Krull y Henri Cartan.

Esta correspondencia aparece en el capítulo 2 del libro. Una parte del contenido de estas cartas es el intercambio habitual con editores de revistas, pero lo que convierte muchas de ellas en documentos curiosos, y a veces fascinantes, es que los comentarios van en ocasiones mucho más allá de ese aspecto rutinario. Por ejemplo, Hasse hace en varias de sus cartas observaciones matemáticas interesantes, y en una carta de 1942, justamente en plena guerra mundial, dice «¡Soy un soldado y como tal tengo que obedecer!». Van der Waerden, además de consideraciones matemáticas valiosas en muchas de sus cartas, incluye en una de ellas, de

[1] También hubo, incluso en los difíciles años cuarenta, ocasiones de viajar al extranjero por motivos científicos. Por ejemplo, Rodríguez Bachiller y Abellanas visitan a Van der Waerden en Leipzig, Rodríguez Bachiller y Ancochea visitan a Zariski en Urbana, Illinois (ver las cartas de Zariski en este volumen), Gaeta visita a Severi en Roma (ver [1]), Sixto Ríos obtiene una beca (a la que también ha optado Ancochea, pero que no consigue, como menciona una carta de Santaló incluida en este libro), etc. Se puede ver también la biografía de Sunyer de Malet [12], que contiene bastante información. Resulta útil consultar los muchos artículos de Francisco A. González Redondo y de Luis Español sobre las matemáticas en España en la primera mitad del siglo XX.

1946, las medidas de su pantalón, para que Ancochea pueda enviarle uno. Santaló, en su carta de 1946, menciona que quiere dedicar uno de sus trabajos a Álvarez Ude, y también que está tratando de decidir si concursar a unas cátedras, que aparentemente iban a quedar disponibles en Madrid (si hubiera hecho esto, sin duda la evolución de la actividad matemática durante los años siguientes habría sido muy diferente, tanto en España como en Argentina). Leyendo la carta de Jacobson de 1947 uno entiende el gran impacto del artículo [5] de Ancochea en varios trabajos de Kaplansky, Jacobson, Herstein, etc.; también se puede leer esa carta de Jacobson como una invitación a colaborar científicamente entre los dos (cosa que nunca ocurrió). Pienso que estas cartas tienen interés, no sólo en relación con la biografía de Ancochea, sino también para historiadores (no exclusivamente de las matemáticas) y sociólogos atraídos por la Europa de los años 40 y 50 del pasado siglo.

En el capítulo 4 encontramos más detalles sobre los orígenes familiares de Ancochea y sobre el entorno en que vivió sus primeros años. Está escrito por el profesor Francisco García Sánchez, director del IES en Pobra de Trives que lleva el nombre de Ancochea. Es muy informativo y contiene varias fotografías interesantes, por ejemplo una del imponente edificio que alberga el Instituto Germán Ancochea Quevedo. Habiendo conocido a don Germán, pienso que él se hubiera sentido muy orgulloso y honrado de que su nombre apareciera ligado a una institución como ésta, y además en Pobra de Trives.

El capítulo 3, a cargo del profesor Ceferino Ruiz Garrido, complementa la información de los dos primeros. Ruiz Garrido hizo su doctorado bajo la dirección de Ancochea, y tuvo un contacto estrecho con él desde 1971. Este capítulo se ocupa sobre todo del interés, por parte de Ancochea y de algunos de sus colaboradores, en temas de geometría diferencial, mencionando resultados obtenidos por ellos, a veces influidos por sugerencias de Ancochea. En la parte más personal del capítulo, Ruiz Garrido describe la relación, con frecuencia entrañable, de Ancochea con sus colaboradores en su cátedra, y otros, estudiantes y profesores de distintos departamentos, que se unían a ellos a la hora del café. También nos menciona los problemas de salud a los que don Germán se tuvo que enfrentar en los últimos años de su vida, así como el siempre difícil momento de la jubilación.

Yo conocí a Ancochea en el otoño de 1960. Me impresionó desde el primer momento: siempre bien preparado, cuidaba sus demostraciones, que eran diáfanas, precisas y elegantes. Este interés por encontrar la mejor exposición de resultados matemáticos es un aspecto que transcendía sus clases; varias de sus publicaciones contienen demostraciones nuevas y mejores (por su longitud, claridad y elegancia) de resultados conocidos: ver, por ejemplo, [6] o [7]. Durante ese curso aprendí con él geometría diferencial, y en el siguiente geometría algebraica. Fuera de la clase se transformaba y, con frecuencia, dejaba ver su lado irónico y humorístico, a veces punzante y valleinclanesco. Siempre bien vestido, con camisas blancas impolutas y trajes bien cortados; de un periodo posterior, cuando le traté algo más de cerca, recuerdo su predilección por los paños ingleses, de los que gustaba hablar (algo que también menciona Antonio Córdoba, citado en el capítulo 1); también su amor por el arte románico de la mitad norte de España (aunque se quejaba de que no hubiese, entonces, buenos hoteles que permitieran visitar los monumentos e iglesias con comodidad). Al final del verano de 1961 tuve ocasión de descubrir otro de los rasgos más característicos de su personalidad: su espíritu liberal y abierto. Ancochea daba también el curso de Álgebra Moderna en el que yo estaba matriculado, pero al que sólo había podido asistir esporádicamente. En septiembre me presenté en su despacho, y le expliqué que había repartido mi verano entre las playas de Alicante y el primer volumen del reciente libro de Zariski y Samuel. Con cierta ingenuidad, pensaba que quizás don Germán se mostraría suspicaz e incluso ofendido, pues yo me presentaba allí sin haber ido a sus clases y sin haber consultado con él cuál era el libro más adecuado para cubrir el material del curso; pero, muy al contrario, reaccionó con su habitual ironía gallega, diciéndome que yo ya sabría más que él; por supuesto no me lo creí, pero me levantó la moral en aquel momento. Después pasamos un par de horas en las que, mientras yo explicaba cada tema que había estudiado en el libro de Zariski-Samuel, él lo iba comparando con el correspondiente tratamiento en el *Moderne Algebra* de Van der Waerden. Es asombroso que aún recuerde ese pequeño intercambio después de sesenta años, pero evidentemente la actitud de Ancochea me impactó de forma especial.

Al terminar mi licenciatura, Ancochea me ofreció ser su ayudante en la asignatura de Álgebra Moderna, que él impartía en aquellos años (mi título oficial era «Adjunto de Álgebra», con el flamante sueldo de 1500 pesetas al mes; quizás uno puede sacar alguna conclusión sobre ese nivel tan bajo de remuneración en la universidad si se compara con la subvención, de 3000 pesetas mensuales, que recibía, ese mismo año, a través de una beca del Ministerio de Educación, para «aprender a enseñar matemáticas», en el Instituto Ramiro de Maeztu, donde mi única obligación era escuchar al profesor). Mi tarea consistía en preparar problemas para las clases prácticas. Dos de los alumnos de Ancochea en ese curso eran José Luis Vicente Córdoba y José Manuel Aroca, y rápidamente aprendí a tenerles mucho respeto, pues con frecuencia encontraban mejores soluciones que las mías a los problemas que yo proponía.[2] Durante el curso 1962–63, en el que permanecí en su cátedra, llegué a conocer un poco mejor los hábitos de Ancochea. La mayoría de las tardes íbamos a la cátedra, donde también solía estar Mario Meléndez, su ayudante en el curso de geometría diferencial; en aquel entonces Ancochea estaba interesado, sobre todo, en geometría algebraica, y trataba de mantenerse al día con los *Éléments de Géométrie Algébrique* de Grothendieck y Dieudonné, que empezaban a aparecer entonces publicados por el IHES. Era un placer charlar con Ancochea al final de la tarde; su humor y su ironía convertían aquellas tertulias en algo delicioso. Pero no recuerdo oírle mencionar sus contactos con personajes (míticos para mí entonces) co-

[2]Los ejercicios que empecé a coleccionar en ese curso de Ancochea me fueron muy útiles un año después, como *teaching assistant* en un curso de posgrado de álgebra que Kenneth A. Ross enseñaba en la Universidad de Rochester, y también, más tarde, en mis propios cursos de álgebra.

mo Hasse, Van der Waerden, Zariski, Krull, etc., algo que sin duda me hubiese impresionado. Por ejemplo, solamente me mencionó muchos años después, en una carta de 1967, que había estado con Zariski en Urbana durante un mes, y eso sólo porque yo le había contado que acababa de aceptar una oferta de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign para el año 1967–68. Como contraste, sí se me quedó grabada una descripción vívida de la relación entre Zariski y Rodríguez Bachiller, en un cierto momento de los años cuarenta, precisamente en Urbana: ¡cada uno de ellos con un bocadillo en una mano y la tiza en la otra, enfrentados a la pizarra, tratando de resolver una dificultad casi insuperable![3]

Hay una carta en el presente libro, que yo no recuerdo haber visto antes, de Nathan Jacobson a Ancochea, que menciona mi nombre, y trataré de explicar rápidamente su contexto. Debió ser en la primavera de 1963 cuando me concedieron una beca Fulbright para ir a EE. UU. en viaje de estudios. Fue entonces cuando le comuniqué a Ancochea que no podría contar conmigo, durante el curso siguiente, como su ayudante de álgebra. Don Germán me felicitó muy efusivamente y, por supuesto, me animó a que aceptase la beca. Algunas semanas después me dijo que se había puesto en contacto con Jacobson y que éste recomendaba que fuese a la Universidad de Rochester, en Rochester, Nueva York. Efectivamente fui a Rochester, que resultó ser un lugar perfecto para mí, y donde terminé mi doctorado en el verano de 1967. Dos años más tarde, en el verano de 1969, presenté otra tesis, apadrinado por Ancochea, en la Universidad de Madrid (así se llamaba entonces la Complutense), donde obtuve otro doctorado, algo necesario si quería trabajar en España.

Las contribuciones matemáticas de Ancochea se describen en los capítulos 5–8. En el capítulo 5, el profesor Hans Havlicek se concentra en una serie de tres artículos, [2], [3] y [5], publicados entre 1941 y 1947, mientras Ancochea era catedrático en Salamanca. Los resultados en estos tres artículos son los más conocidos y apreciados de Ancochea (el artículo [11], publicado en 1947 por Kaplansky, está motivado por los trabajos [3] y [5] de Ancochea, y la última cita del artículo [5] que aparece en *Mathematical Reviews* es de una publicación de 2021). El hilo conductor de estos tres artículos es una generalización progresiva de resultados muy clásicos de Poncelet, Von Staudt, etc., en geometría proyectiva, que culminan en un teorema sorprendente de naturaleza algebraica que aparece en [5], que contiene en particular el siguiente resultado:

Sea K un cuerpo de dimensión finita sobre su centro y característica $\neq 2$. Supongamos que $\sigma : K \longrightarrow K$ sea una biyección tal que $(a+b)^\sigma = a^\sigma + b^\sigma$ y $(ab+ba)^\sigma = a^\sigma b^\sigma + b^\sigma a^\sigma$, $\forall\, a, b \in K$ (es decir, con la terminología que introduce Ancochea, σ es un ***semi-automorfismo****). Entonces, σ es o bien un automorfismo, o bien un anti-automorfismo de K.*

[3]Tuve la suerte de que don Tomás Rodríguez Bachiller estuviese en su cátedra de Madrid en 1960–61 (desde los primeros años 50, solía vivir más que nada en Puerto Rico, pues decía que su sueldo en España no le era suficiente); aquel año enseñó un curso precioso de funciones de variable compleja. Fue entonces, al yo mencionarle que había empezado a leer el libro de Zariski-Samuel, cuando nos contó esta anécdota.

En la primera parte del capítulo 5, Havlicek nos recuerda las nociones básicas sobre geometría proyectiva sintética; nos indica cómo obtener la estructura de cuerpo (en general no conmutativo) en una línea de un plano proyectivo desarguesiano (excluido el punto del infinito), y, paulatinamente, los conceptos de proyectividad según Poncelet, según Staudt, etc.,[4] mientras de forma paralela, utilizando estos conceptos, nos va explicando de manera muy clara los resultados sucesivos de Ancochea en [2], [3] y [5]. Havlicek ha hecho una espléndida labor detectivesca de historia de las ideas que se utilizan en estos artículos. La última parte de este capítulo describe la influencia de estos resultados de Ancochea en geometría proyectiva, en teoría de anillos, en álgebras de Jordan, e incluso en teoría de grupos. También hace un repaso, casi exhaustivo, de los autores que han utilizado o se han inspirado en las ideas que Ancochea plasmó en estos artículos.

Quiero hacer dos comentarios adicionales sobre este tema. En una carta incluida en el presente libro, de enero de 1946, Von Neumann sugiere a Ancochea, después de haberlo discutido con Chevalley, que *On semi-automorphisms of division algebras* podría ser un título más adecuado para el artículo [5] que el que utilizaba Ancochea, y éste, como es natural, acepta la sugerencia. No sé cuál era el título original, pero a tenor de los títulos de [2] y [3], uno puede aventurar que incluiría algo relacionado con «geometría proyectiva». Sin duda Von Neumann y Chevalley tenían buenas razones para hacer su recomendación. Pero pienso que es bastante evidente, después de leer el trabajo de Havlicek, que algo importante se perdía al hacer ese cambio, pues la motivación central de Ancochea era precisamente «mejorar» los teoremas fundamentales de geometría proyectiva según Poncelet y según Staudt. Y no sólo eso, sino que sin la intuición que proporcionaban esos teoremas geométricos, y sin su interés por encontrar una buena generalización de ellos, a Ancochea difícilmente se le hubiera ocurrido que el teorema algebraico que he enunciado más arriba pudiera ser cierto. Mi segundo comentario es acerca del artículo [10], donde Hua mejora el teorema de Ancochea, al eliminar la condición de que K tenga que tener dimensión finita sobre su centro. Hua utiliza un razonamiento nuevo, brillante y corto que no necesita ninguna alusión a la geometría; pero Hua tiene la ventaja de tener la casi «certeza» de que su mejora tenía que ser válida, en vista de los resultados de Ancochea. Recuerdo una conversación con Ancochea, quizás en los años setenta, en la que se lamentaba de que la preparación de sus (inútiles, decía él) oposiciones a la cátedra de Geometría Descriptiva, en 1947, le había impedido dedicarse a mejorar su resultado en [5], en la dirección del teorema que después había logrado Hua. Dudo mucho de que Ancochea enseñase muchas veces geometría descriptiva en sus cursos, a pesar del título de su cátedra. En el periodo de mis estudios en Madrid, diez años después, ya solamente se trataba el tema de la geome-

[4]Leyendo esta parte de la exposición de Havlicek, no puedo por menos que recordar el curso de geometría proyectiva que tomé con don Pedro Abellanas en 1959–60, que siguió el mismo tratamiento axiomático; fue un curso memorable y peculiar por muchas razones; pero también fue un curso excelente desde un punto de vista estrictamente matemático.

tría descriptiva, durante unas semanas, en el curso de don Pedro Pineda en su cátedra de Geometría Métrica.

En relación con el capítulo 5, quiero mencionar un pequeño episodio que me proporcionó otra subida de moral, que tengo que atribuir a Ancochea, aunque quizás de forma indirecta. En el verano de 1965 se organizó en Bowdoin College (Brunswick, Maine) un seminario-escuela (Advanced Science Seminar), patrocinado por la NSF de EE. UU., sobre Álgebra Homológica, y yo tuve la fortuna de ser uno de los estudiantes elegidos para participar en él. El curso principal, dado por Ernst Snapper durante ocho intensas semanas, giraba alrededor del famoso artículo de Grothendieck publicado en el *Tohoku Mathematical Journal* unos años antes. Pero, en paralelo, había un amplio número de minicursos sobre muchos otros temas de álgebra (categorías, homología de grupos, anillos, álgebras de Lie, etc.). Además, por allí pasaron de visita ese verano muchos de los más prominentes algebristas de EE. UU., y algunos de ellos pronunciaban conferencias. Uno de éstos fue Nathan Jacobson. No recuerdo el título de su charla, pero sí recuerdo la impresión y la alegría que me produjo su introducción, en la que explicó los resultados de Ancochea en [5] y cómo motivaban el trabajo que él presentaba.

El capítulo 6, escrito por el profesor J. M. Almira, está dedicado a dos artículos en los que Ancochea presentó nuevas demostraciones del famoso «teorema de los ceros» o *Nullstellensatz* de Hilbert: *Sea* $k \subseteq K$ *una extensión de cuerpos (conmutativos), donde* K *es algebraicamente cerrado. Sean* $f_1, \dots, f_s$ *polinomios en el anillo* $k[X_1, \dots, X_n]$ *de polinomios con coeficientes en* k *en* n *indeterminadas. Supongamos que* $f \in k[X_1, \dots, X_n]$ *y que* $f(\alpha) = 0$ *siempre que* $\alpha \in K^n$ *y* $f_1(\alpha) = \cdots = f_s(\alpha) = 0$. *Entonces, existen polinomios* $g_1, \dots, g_s \in k[X_1, \dots, X_n]$ *y un número natural* m *de manera que* $f^m = g_1 f_1 + \cdots + g_s f_s$.

En una introducción muy informativa, Almira hace un rápido y claro resumen de la teoría de invariantes algebraicos y nos explica la motivación de Hilbert para demostrar este teorema, así como su importancia, tanto en geometría algebraica como en teoría algebraica de números. Después expone las dos demostraciones de Ancochea, con comentarios sobre sus métodos para atacar el teorema. El capítulo también incluye otra demostración (constructiva esta vez) del *Nullstellensatz*, debida a Almira, utilizando bases de Gröbner.

En los años 1960 Ancochea publica dos artículos sobre álgebras asociativas, que el profesor Xabier García Martínez describe en el capítulo 7 del libro. El resultado fundamental (con variantes en ambos artículos) es el siguiente: *Sea* A *un álgebra asociativa sobre un cuerpo conmutativo perfecto* k*, y supongamos que* $v \in A$ *es algebraico sobre* k*; entonces, existe una descomposición única* $v = v_s + v_n$ *en* A*, donde* v_s *y* v_n *conmutan, y* v_s *es semisimple (es decir, su polinomio mínimo sobre* k *tiene raíces distintas), mientras que* v_n *es nilpotente (es decir,* $v_n^m = 0$ *para algún número natural* m*).* García Martínez hace una exposición muy informativa y clara de las aportaciones de Ancochea. Para ello, primero se remonta al resultado clásico de la forma canónica de Jordan de una matriz cuadrada sobre el cuerpo de los números complejos, y después nos menciona el teorema de Chevalley, que trata de este tipo de descomposición en el caso de operadores lineales de espacios de dimensión finita sobre un cuerpo perfecto.

En el capítulo 8, los profesores Ancochea Bermúdez y Campoamor-Stursberg presentan el teorema clásico de Frobenius sobre formas diferenciales, como homenaje al interés que Ancochea tenía por este resultado. El propósito de los autores es «indicar el origen del teorema y su estrecha relación con las propiedades geométricas de las ecuaciones diferenciales, que son asimismo el origen de los grupos de Lie». Como aplicación, Ancochea Bermúdez y Campoamor-Stursberg mencionan, al final del capítulo, la elegante solución, dada por Ancochea en [8], a un problema en geometría diferencial.

El capítulo 9 versa sobre el discurso de Ancochea con motivo de su recepción en la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales en 1966, y está escrito por el profesor Carlos Ferreiro García. El título del discurso es *Estructuras algebraicas*. Ferreiro describe el discurso y glosa alguna de sus partes. La exposición es amena, y resalta la evolución histórica de las nociones básicas en álgebra, el método axiomático, etc., así como el papel que han jugado libros ya clásicos, como el *Moderne Algebra* de Van der Waerden o los volúmenes de Bourbaki dedicados a este tema.

El libro termina con una monumental visión panorámica de las matemáticas que de alguna manera tienen conexión con los intereses de Ancochea. Está escrita por el profesor Antonio Campillo, y ocupa el capítulo 10. Campillo menciona primeramente la influencia del artículo [4] de Ancochea en la tesis que él presentó para su doctorado bajo la dirección de José Manuel Aroca. Utilizando éste y otros trabajos de Ancochea como motivación, el autor nos habla de matemáticos desde Gauss y Riemann a Grothendieck y Zariski; del desarrollo de la geometría algebraica desde Cremona y Severi a Serre y Mumford; de las ideas y la influencia de Élie Cartan y de Blaschke. El capítulo contiene multitud de pequeñas biografías de los matemáticos que se relacionaron con Ancochea y también de otros muchos, descripciones de resultados, tendencias matemáticas y escuelas, etc. Una parte, no menor, del capítulo tiene que ver con el trabajo de matemáticos españoles en el siglo XX: anteriores a Ancochea (Rey Pastor, Terradas...), contemporáneos (San Juan, Sixto Ríos...), posteriores (Gaeta, Wonenburger...), y de todos nos cuenta algo. En definitiva, éste es un capítulo escrito con entusiasmo y generosidad, que toca muchos temas, a veces un tanto alejados de la figura de Ancochea, y lo hace con autoridad y amplitud de miras. Además es, sin duda, informativo y ameno.

Este libro es muy recomendable para todos aquéllos interesados por la figura pionera de Ancochea, la historia de las matemáticas en España durante el siglo XX y su evolución posterior. Tiene también abundantes datos de interés sobre muchos importantes matemáticos (europeos y americanos, especialmente) que se relacionaron con Ancochea durante el periodo 1930–80.

Referencias

[1] María Emilia Alonso, Enrique Arrondo, Raquel Mallavibarrena e Ignacio Sols (eds.), *Liaison, Schottky Problem*

and Invariant Theory: Remembering Federico Gaeta, Birkhäuser, Basel, 2010.

[2] GERMÁN ANCOCHEA, Sobre el teorema fundamental de la Geometría Proyectiva, *Rev. Mat. Hisp.-Amer. (4)* **1** (1941), 37–42.

[3] GERMÁN ANCOCHEA, Le théorème de von Staudt en géométrie projective quaternionienne, *J. Reine Angew. Math.* **184** (1942), 193–198.

[4] GERMÁN ANCOCHEA, Courbes algébriques sur corps fermés de caractéristique quelconque, *Acta Salmanticensia* **1** (1946), 39 pp.

[5] GERMÁN ANCOCHEA, On semi-automorphisms of division algebras, *Ann. of Math. (2)* **48** (1947), 147–153.

[6] GERMÁN ANCOCHEA, Sobre el «nullstellensatz» de Hilbert, *Ann. Mat. Pura App. (4)* **29** (1949), 31–34.

[7] GERMÁN ANCOCHEA, Zeros of self-inversive polynomials, *Proc. Amer. Math. Soc.* **4** (1953), 900–902.

[8] GERMÁN ANCOCHEA, Sur les formes différentielles quadratiques dégénérées, *C. R. Acad. Sci. Paris* **236** (1953), 2205–2207.

[9] ERNESTO Y ENRIQUE GARCÍA CAMARERO, *La polémica de la ciencia española*, Alianza Editorial, Madrid, 1970.

[10] LOO-KENG HUA, On the automorphisms of a sfield, *Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A.* **35** (1949), 386–389.

[11] IRVING KAPLANSKY, Semi-automorphisms of rings, *Duke Math. J.* **14** (1947), 521–525.

[12] ANTONI MALET, *Ferran Sunyer i Balaguer*, Institut d'Estudis Catalans, Barcelona, 1995.

LUIS RIBES, SCHOOL OF MATHEMATICS AND STATISTICS, OTTAWA ON K1S 5B6, CANADÁ
Correo electrónico: lribes@math.carleton.ca