
HISTORIA

Sección a cargo de

Luis Español González

La introducción del álgebra en la Península Ibérica

por

Fàtima Romero Vallhonesta

PRELIMINARES

En el siglo XVI se dio un paso importante en el desarrollo del lenguaje simbólico que caracterizaría al álgebra. Desde el siglo XV se habían empezado a utilizar algunos de los símbolos que se usan actualmente, como $+$ y $-$, cuya primera aparición en un texto impreso tuvo lugar en Alemania en 1489, en la obra *Behende und hupsche Rechnung auf allen kauffmanschafft* [37] de Johannes Widman (1462–1498). El símbolo $=$ fue introducido por Robert Recorde (1510–1558) en su tratado de álgebra, *The Whetstone of Witte* [25], de 1557, aunque su uso tardó mucho en generalizarse, así como el empleo de símbolos para designar las incógnitas y sus potencias, que fue propagándose muy lentamente. En la segunda mitad del siglo XVI empezaron a aparecer tratados dedicados a difundir las reglas básicas del álgebra que, poco a poco, fue dejando de ser concebida solo como una herramienta de resolución de problemas, para convertirse en un objeto de estudio por sí misma. De hecho, fue capaz de convertirse en una rama independiente de las matemáticas a partir de la publicación en 1591 de la obra *In Artem Analyticen Isagoge* [36] de François Viète (1540–1603).

La Península Ibérica puso su grano de arena en este proceso con la publicación del *Libro Primero de Arithmetica Algebratica* (1552) de Marco Aurel (fl. 1552), el *Compendio de la Regla de la Cosa o Arte Mayor* (1558), la *Arithmetica practica y speculativa* (1562) y el *Tratado de Mathematicas* (1573) de Juan Pérez de Moya (ca. 1513–ca. 1596), la *Arithmetica* (1564) de Antic Roca (ca. 1530–1580) y el *Libro de Algebra en Arithmetica y Geometria* (1567) de Pedro Núñez (1502–1578), a los cuales nos referiremos en este artículo. Haremos también referencia a una parte del manuscrito 2294 de la biblioteca de la Universidad de Salamanca, cuyo autor es Diego Pérez de Mesa (1563–ca. 1632), que contiene el que consideramos un paso importante en la algebrización de las matemáticas.

Al hecho de que no haya habido estudios sobre estas obras hasta una época reciente, puede haber contribuido la llamada «polémica sobre la ciencia española» que se inició en 1782 con Nicolas Masson de Morvilliers (1740–1789), quien escribió un artículo en la *Encyclopédie Méthodique* titulado «Espagne» [15], en el que el autor se preguntaba si se debía algo a España en el ámbito científico. Esta polémica fue principalmente un debate ideológico: la cuestión era, para unos, buscar razones que explicaran la debilidad de la cultura científica en España y, para otros, intentar justificar que nada debía envidiarse a los demás países [16]; continuó en el siglo XX, como muestra el hecho de que en 1913 fuera bautizada por Julián Juderías (1877–1918) con el nombre de «leyenda negra». Sigue la línea pesimista relacionada con la polémica sobre la ciencia española una de las obras de referencia para las matemáticas de este período: *Los matemáticos españoles del siglo XVI* (1913) [26] de Rey Pastor (1888–1962), que estudia las producciones impresas de los matemáticos españoles del siglo XVI y las considera muy pobres en comparación con las obras de los matemáticos extranjeros contemporáneos. Llega a la conclusión de que, si bien en la primera mitad del siglo XVI hubo en España importantes aritméticos, a partir de entonces la matemática española dejó prácticamente de existir.

Cañizares, en cambio, refiriéndose a la ciencia y a la tecnología en general, remarca que las contribuciones de Portugal y España han sido excluidas de muchos relatos, obviando su importancia en la revolución científica [3]. Según el autor, el origen debe buscarse en la reforma protestante y la Ilustración europea, para la cual el mundo católico era hostil al progreso de las ciencias. Esta negligencia no permitió a los eruditos conocer el hecho de que en la Península Ibérica se creó primero una cultura empírica, experimental y utilitarista, por lo que el conocimiento no se obtenía directamente de los clásicos, sino de los mercaderes, de los emprendedores y de los burócratas.

Los aspectos que vamos a analizar de las obras que hemos citado son los que estimamos clave en el proceso de algebrización: la idea de álgebra que tienen los autores, la notación simbólica que utilizan y cómo clasifican y resuelven las ecuaciones [31]. Nuestro objetivo es poner en valor unas obras que una manera de entender la historia basada en destacar grandes logros, sin tener en cuenta los pequeños pasos hasta llegar a ellos, no ha destacado suficientemente.¹

1. LOS AUTORES

Marco Aurel o Marco Aurelio es el autor del primer libro impreso en la Península Ibérica que contiene un tratado de álgebra,² titulado *Libro primero de Arithmetica Algebratica, en el qual se contiene el arte Mercantivol, con otras muchas Reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarment llamada Arte Mayor o Regla de la cosa: sin la qual no se podra entender el decimo de Euclides, ni otros muchos primores, asi en Arithmetica como en Geometria: compuesto, ordenado, y hecho*

¹Este artículo forma parte del proyecto *Mathematics, Engineering and Heritage: New Challenges and Practices (XVI–XX centuries)*, PID2020-113702RB-I00.

²Este fue el primer tratado algebraico publicado en la Península Ibérica, pero no el primer tratado que contenía álgebra, tal como mostró Docampo. Véanse [6, 7].

Imprimir por Marco Aurel, natural Aleman: Intitulado, Despertador de ingenios [1]. Fue publicado en Valencia con fecha 16 de enero de 1552. Su fuente principal es *Behend vnnd Hubsch Rechnung durch die kunstreichen regeln Algebre so gemeincklich die Coss genennt werden* [10] (1525) de Christoff Rudolff (1494–1543).³

De su biografía se sabe muy poco. Era alemán, como él mismo remarca, y se había afincado en Valencia, donde enseñaba las primeras letras en las escuelas; era maestro de escribir y contar. Se le conocía como Marcho Alamany y también enseñó matemáticas prácticas. Tuvo asignada una cámara del *Estudi General* hasta final del curso 1545–1546, tal y como consta en los Archivos Municipales de Valencia. Renunció formalmente el 30 de julio de 1546, al ausentarse de la ciudad. Escribió una obra titulada *Tratado muy vtil et prouechoso, para toda manera de tratantes, y personas afficionadas al contar, de reglas breues de reducciones de monedas, y otras reglas tanto breues quanto compendiosas* (Valencia, 1541), que se imprimió cuando Aurel ejercía el cargo de maestro en las escuelas de gramática incluidas en el *Estudi General*. Este tratado estaba relacionado con la labor de los centros de actividad financiera y mercantil españoles de la época. Efectivamente, a finales del siglo XV y principios del XVI, existía en Valencia, y también en otras ciudades españolas como Barcelona y Zaragoza, una importante presencia de mercaderes alemanes que operaban mediante compañías mercantiles como la *Große Ravensburgern Handelsgesellschaft*, por lo que posiblemente la presencia de Aurel en Valencia estuviera relacionada con estas casas comerciales.

Juan Pérez de Moya nació en Santisteban del Puerto (Jaén) hacia 1513 y murió en Granada hacia 1596. En cuanto a su formación, parece claro que estudió en Salamanca, ciudad a la que estuvo ligado muchos años y posiblemente también en Alcalá de Henares. No debió de pasar de la condición de bachiller, que es la que figura en la portada de la mayor parte de sus obras, lo que puede sorprender si se tiene en cuenta el gran número de obras que publicó, y la diversidad de disciplinas que trató. Se ordenó sacerdote, seguramente una vez terminados los estudios, ya que en 1536 logró una capellanía fundada en su pueblo por el conde Men Rodríguez de Benavides. Permaneció allí al menos hasta 1554, año de su publicación en Toledo del *Libro de cuenta*, en cuya portada figura como vecino de Santisteban del Puerto. Es el autor de la segunda obra de álgebra impresa en la Península Ibérica, el *Compendio de la Regla de la Cosa o Arte Mayor* [21], de 1558. Se trata de la primera obra impresa en la Península Ibérica con contenido estrictamente algebraico, que constituiría el libro 7.º y una pequeña parte del libro 5.º de la *Arithmetica practica y speculativa* [22] de 1562. Esta última *Arithmetica* llegó por lo menos a las 20 ediciones y de ahí su importancia en la difusión del álgebra. Pérez de Moya es autor también del *Tratado de Mathematicas en que se contienen cosas de Arithmetica, Geometria, Cosmographia y Philosophia natural* [23] que se publicó en 1573 y de diversas obras, no todas ellas relacionadas con las matemáticas. La fuente principal del *Compendio* y también de la *Arithmetica*, es el *Libro Primero* de Aurel, aunque el autor no lo cite, como tampoco Aurel citó a Rudolff.

³Véase [32].

Antic Roca (ca. 1530–1580) era gerundense, tal y como lo manifiesta él mismo en diferentes obras. En la *Arithmetica*, firma como «Antich Rocha de Geron» y en un texto anterior, el *Lexicon Catalanum*, se presenta como «Antichus Rochanus Gerundensis in Barcinonensi Gymnasio publicus philosophiae profesor», así como también lo hace en otras obras. Estudió en Valencia y completó su formación en la Universidad de Barcelona, donde fue discípulo de Francesc Calça (1521–1603), profesor de filosofía y retórica, y también del lulista Lluís-Joan Vileta (?–1583). Se graduó en Artes en 1555 y, dos años más tarde, figuraba ya como «maestro colegiado» del Estudio General de Barcelona; y en el curso 1558–1559 formaba parte de la cátedra de filosofía. Más adelante, Roca estudió Matemáticas y Medicina. Fue uno de los primeros que propuso, en 1564, la separación de las matemáticas de las otras ciencias, con el objetivo de formar una ciencia pura, marcando el camino que deberían seguir las matemáticas [9].

Roca era también lexicógrafo y comentarista de filosofía aristotélica. De hecho, fue la principal figura del aristotelismo en Cataluña. Sus comentarios fueron utilizados como libros de texto y reforzaron la orientación aristotélica del currículum filosófico. También fue autor de diversas obras de temática variada tanto de filología como de filosofía, o sobre temas matemáticos y médicos. Su obra más conocida es *Arithmetica, recopilación de todas las otras que se han publicado hasta agora* [27], impresa en Barcelona en 1564. Se trata de una recopilación de todo lo que se conocía de esta materia en ese momento, tal como su autor indica, que dedica al cronista de la Corte, Cristóbal Calbet de Estrella. El propio Roca explica que para completar su obra ha consultado un total de 49 autores, entre los que menciona a Pedro Sánchez Ciruelo, Juan de Ortega, Juan Pérez de Moya, Juan de Iciar y el alemán Marco Aurel. Por tanto, a diferencia de Aurel y Pérez de Moya, Roca explica cuáles son sus fuentes, que muestra conocer bien a lo largo de su obra escogiendo de cada autor lo que más le conviene y justificando su elección.

El autor realiza también algunas traducciones del francés, como un manual de cálculo mercantil o la primera obra de contabilidad que se publica en la Península Ibérica, concretamente en Barcelona en 1565. Esta obra tuvo en España una acogida muy favorable y durante mucho tiempo fue la única obra relevante que, a nivel internacional, se citaba en relación con el desarrollo contable español en el siglo XVI, aunque no se pueda considerar un tratado español de contabilidad.

En 1560, a petición del editor Claudi Bornat, emprende la actualización del diccionario de Elio Antonio de Nebrija, incorporando nuevos nombres geográficos y de personas, para transformarlo en un diccionario que toma el nombre de *Lexicon Latino Catalanum*, una edición corregida y aumentada que se imprime en la Ciudad Condal en 1560, se reedita en 1585 y de la que hay una tercera reimpresión en 1587. Roca revisó también una recopilación de poemas de Ausiàs Marc editados en Barcelona en 1560 por Claudi Bornat. En los preliminares de esta obra, incluye dos poemas propios: uno en latín y un soneto en catalán. En los bienios de 1576–1577 y 1581–1582, Roca es elegido miembro del Consejo de Ciento de Barcelona.

Roca escribe tanto en castellano como en latín y catalán. La única obra de Aurel que se conoce está escrita en castellano y las de Pérez de Moya están escritas en castellano, salvo una que está escrita en latín.

Pedro Núñez (1502–1578) fue un matemático portugués, considerado por algunos historiadores la figura más importante de la ciencia portuguesa. Simón de Tovar⁴ hablaba de Núñez como «el mayor matemático de nuestro tiempo» y John Dee⁵ como «este eruditísimo hombre. . . que es para nosotros la única columna de apoyo para el arte de las matemáticas».

Es también un humanista como Pérez de Moya y Roca, pero, en este caso, aunque su obra abarca diferentes campos del conocimiento, prima la producción científico-técnica sobre la que podría considerarse más literaria. De hecho, Núñez dedicó gran parte de su actividad intelectual a la fundamentación científica de la navegación. Muy probablemente de origen judío, Núñez nació en Alcácer do Sal. Por este motivo añadió el topónimo Salaciense a su nombre en la mayoría de sus textos impresos.

Algunos aspectos de su biografía se conocen por los interrogatorios a los que fueron sometidos sus nietos durante los procesos inquisitoriales [11]. Cursó estudios introductorios a la Medicina en la Universidad de Salamanca, estudios que cursaban habitualmente quienes estaban interesados en temas científicos. Se graduó en 1523 y el 8 de agosto de 1526 opositó en Salamanca a una cátedra de Artes que no obtuvo y se concedió a Henrique Fernandes, también portugués. En 1527 regresó a Portugal. El 16 de noviembre de 1529 fue nombrado cosmógrafo real por el rey Juan III. El 15 de enero de 1530 ocupó la cátedra de Lógica en la Universidad de Lisboa. Sin embargo, Núñez seguía trabajando en su doctorado en Medicina, que obtuvo en 1532, año en que ocupó la cátedra de metafísica. Entre 1532 y 1544 trabajaba oficialmente en la Universidad de Lisboa, pero pasó temporadas en España. Hacia 1534, según el autor manifiesta, podría haber empezado a escribir el *Libro de algebra en arithmetica y geometria* [17] probablemente en su estancia en Salamanca, que no publicaría hasta 1567 [34]. El mismo autor, en la carta dedicada al infante Don Henrique que precede a la obra, dice que hace casi 30 años que la compuso pero que después estuvo ocupado en el estudio de temas muy distintos, de carácter más especulativo. Añade que primero la escribió en portugués, pero la tradujo a la lengua castellana para que tuviera mayor difusión. Núñez, como Aurel, cree que en España hay pocas personas que hayan oído hablar del álgebra y por este motivo, también como Aurel, quiere darla a conocer. La obra de Núñez tiene una estructura totalmente diferente de las de Aurel, Pérez de Moya y Roca ya que desde el primer capítulo trata con ecuaciones y no contiene una primera parte de aritmética. Aparte de su extensión y de su estructura que la diferencian de las demás obras, hay que destacar que contiene geometría. De hecho, Núñez quiere demostrar la importancia del álgebra para resolver problemas geométricos y justifica geoméricamente las reglas para resolver las ecuaciones de segundo grado. Por tanto, las obras de Aurel,

⁴Simón de Tovar fue uno de los personajes más influyentes de la Sevilla del siglo XVI. Era médico de profesión y propietario de uno de los jardines botánicos más importantes del momento.

⁵John Dee (1527–1608) fue matemático, astrónomo, astrólogo, ocultista y navegante. Escribió un prefacio a la primera traducción al inglés de los *Elementos* de Euclides en 1570. De origen galés, fue servidor del Imperio Británico y asesor de la reina Isabel I de Inglaterra. Dedicó gran parte de su vida al estudio de la alquimia, la adivinación y el hermetismo.

Pérez de Moya y Roca no ejercieron una influencia relevante sobre Núñez, que basa su obra sobre todo en los *Elementos* de Euclides y en la *Summa* de Pacioli [31].

Diego Pérez de Mesa nació en Ronda (Málaga) el 17 de diciembre de 1563, donde fue testigo de la guerra de los moriscos y de la victoria del duque de Arcos.⁶ En su libro sobre Grandezas de España promete escribir la historia de esa guerra. Estudió Artes (1577–1581) y Teología (a partir de 1582) en la Universidad de Salamanca. En esta ciudad siguió los cursos que impartía Jerónimo Muñoz⁷ (Valencia 1520–Salamanca 1592) desde su cátedra de astronomía y matemáticas, cuyas teorías incorporaría más adelante en sus clases en Alcalá y Sevilla. Entre 1586 y 1595 ocupó la cátedra de matemáticas y astronomía de Alcalá de Henares, y en 1591 se presentó a las oposiciones a la cátedra de Salamanca que había dejado vacante Jerónimo Muñoz. Consta que expuso el 5.º capítulo del tercer libro del *Almagesto* de Ptolomeo y que obtuvo la cátedra de astrología por 32 votos contra los 14 y 13 que obtuvieron sus oponentes, el licenciado Serrano y el doctor Talavera, respectivamente. La ganó, pero no tomó posesión y decidió quedarse en Alcalá porque había pedido aumento de sueldo y se lo concedieron. Allí tuvo que regular su situación académica con la realización de un examen público de convalidación, en el que desarrolló un tema sobre la *Política* de Aristóteles. En 1595, parece que por mandato de Felipe II, se trasladó a Sevilla para ocupar una cátedra entre los años 1595 y 1600.

A partir de 1600–1601, Pérez de Mesa abandona la carrera académica. Fue consejero del cardenal Gaspar de Borja y Velasco, y probablemente vivió en Nápoles y Roma, acompañando al cardenal cuando fue embajador en esta ciudad (1616–1618) y virrey de Nápoles (1620). Le dedicó *Política o Razón de Estado* en 1632, cuando Gaspar de Borja era arzobispo de Sevilla, donde se supone que estaría también Pérez de Mesa. Esta obra es una colección de normas de gobierno que Pérez de Mesa justifica a base de la filosofía política de Aristóteles, de las lecciones de los hechos históricos, y de su experiencia personal de la situación europea, en la que hay una crítica latente constante a la política española.

Escribió varios trabajos de náutica, astrología, astronomía y matemáticas, pero ninguno de ellos se llegó a publicar. En el manuscrito 2294 de la biblioteca de la Universidad de Salamanca, al que nos referiremos, Pérez de Mesa cita sobre todo a Euclides y, concretamente, la proposición 8.^a del libro IX como clave para el fundamento del álgebra. Cita también a Núñez y a Buteo.⁸ La parte del manuscrito que contiene su álgebra tiene también una primera parte de aritmética como las obras de Aurel, Pérez de Moya y Roca, pero no tiene una influencia clara de estos autores. Al final de su manuscrito critica a los «autores» en general, porque dice que

⁶De Pérez de Mesa se dispone de información biográfica relevante gracias a la edición crítica de Pereña y Baciero de su obra *Política o Razón de Estado*, contenida en el Mss 6021, fol. 1–260 de la Biblioteca Nacional de Madrid.

⁷Este destacado científico había nacido en Valencia, donde se graduó en Artes. Viajó por Europa para completar su formación en París y Lovaina, y también vivió en Italia donde enseñó hebreo en la Universidad de Ancona. A su regreso a España, ejerció de profesor de matemáticas y hebreo en Valencia y Salamanca, adquiriendo una notable fama como matemático, astrónomo y geógrafo. A partir de 1579 ocupó la cátedra de astronomía y matemáticas de Salamanca [16].

⁸Johannes Buteo, nombre latinizado de Jean Borrell, fue un matemático francés nacido alrededor de 1492, y fallecido entre 1564 y 1572.

se han ocupado solo de las ecuaciones de primero y segundo grado, exceptuando a Tartaglia.

2. LA IDEA DE ÁLGEBRA

Para Aurel, el «álgebra» es sinónimo de «Arte Mayor» y de «regla de la cosa» y está basada en la proporción continua, citando como referencia el libro IX de los *Elementos* de Euclides [8]. La proporción continua será fundamental para reducir los tipos de ecuaciones, y poder dar un procedimiento general para resolverlas, a pesar de que este procedimiento esté enunciado en forma retórica.

Pérez de Moya habla de la *regla del Algebra, regla de la cosa, reglas reales o arte mayor*, para referirse al álgebra. Remarca que por esta regla se pueden resolver infinitas cuestiones y su finalidad es encontrar un número proporcional «dudoso» demandado. Se trata, pues, de encontrar un número desconocido y la proporción es importante, y aunque no dice que la regla se base en la proporción continua como remarca Aurel, más adelante se referirá también a la proporción continua.

Para Roca, el *Arte Mayor* es un conjunto de cuatro operaciones, la última de las cuales es la *regla de la cosa*. Para Roca, por tanto, no son sinónimos, sino que la *regla de la cosa* es una de las operaciones del *Arte Mayor*. Las otras tres operaciones son relativas a los números cuadrados, números cúbicos y binomios. Estas tres operaciones son esenciales para el autor, como base para después poder operar con *caracteres*.

Esta separación entre *Arte Mayor* y *regla de la cosa* no está en la obra de Aurel ni en la de Pérez de Moya, que consideran el *Arte Mayor* y la *regla de la cosa*, sinónimos. Sí se encuentra, en cambio, en la *Triparty* (1484) de Nicolas Chuquet [4] para quien el álgebra es una regla de resolución, como puede ser la regla de tres.

Núñez, en la carta que precede a su *Libro de algebra*, explica que, de todos los libros sobre las ciencias matemáticas que ha compuesto, no hay ninguno tan provechoso como este de álgebra que explica de manera fácil y breve cómo encontrar la cantidad desconocida, en cualquier situación de aritmética y geometría y en todas las artes que utilicen el contar y medir. El autor considera que los principios del álgebra provienen de los libros de los *Elementos* de Euclides. Considera Núñez que la finalidad del álgebra es poner de manifiesto la cantidad desconocida y el medio que se utiliza para ello es la igualdad.

Pérez de Mesa define el álgebra como parte de la aritmética a la que, según dice, los autores, principalmente los italianos, llaman «cosa». El autor considera en la aritmética tres partes principales: la logística que trata de las cuentas ordinarias de uso público y de los contratos, otra de mayor orden que contempla la naturaleza de los números según sus propiedades, y la tercera parte que es el álgebra. Dice que algunos la llaman *regla de la cosa* y que ese nombre es adecuado porque no puede considerarse una «ciencia entera» sino una regla con diferentes cánones y preceptos mediante los cuales se puede descubrir la verdad [28].

Aparte de la idea de álgebra que manifiestan los autores, el análisis de los textos nos permite afirmar que todos ellos consideran el álgebra como todo el proceso que

va desde el enunciado de un problema, hasta la solución que se obtendrá con la resolución de una ecuación planteada a partir del enunciado y reducida a una de las formas canónicas que cada autor haya considerado. Por tanto, a pesar de ser la *Summa de arithmetica geometria proportione & proportionalita* [19] (Venezia, 1494) de Luca Pacioli (1447–1517) un importante referente en esta época, ninguno de los autores españoles considera, como sí lo hacía Pacioli, que el álgebra es la resolución de ecuaciones, una vez tienen alguna de las formas estándar. De todas maneras, el álgebra trata la resolución de ecuaciones, aunque no se limite a ello.

Un aspecto muy relevante relacionado con la idea de álgebra es el análisis, en el sentido que definió Pappus. Esta idea, que fue tan importante en el proceso de algebrización de las matemáticas, proviene de una obra dedicada, sobre todo, a la geometría. Pappus de Alejandría (ca. 290–ca. 350) es autor de una *Colección Matemática*, compendio que consta de ocho libros, de los que se conservan íntegramente los últimos seis [5]. En el libro VII, en un largo preámbulo que Pappus dirige a su hijo Hermodorus, explica qué es el análisis y qué es la síntesis. Define el análisis como el procedimiento que debe seguirse a partir de lo que se busca, considerándolo como si fuera conocido, de modo que se den los mismos pasos que se seguirían y en el mismo orden, que si fuera conocido como resultado de la síntesis, que es el proceso inverso: va de lo conocido, a lo desconocido. Lo esencial del análisis es la asunción de que el problema en cuestión está resuelto.

Aurel expone de manera muy clara qué significa lo que se entiende por análisis, aunque el autor no hable de análisis. Para Aurel, la *regla de la cosa* no es solo una regla para resolver ecuaciones, como ya hemos comentado, sino que es todo un proceso cuyo fundamento es el análisis. Se supone el problema resuelto y se da un nombre a la solución del problema, por lo que se confiere una especie de existencia a esta solución. No es tan importante el nombre concreto que se dé a la solución, como que, al tener un nombre, se pueda operar con ella. Es decir, no se trata de dar una serie de instrucciones para llegar a la solución del problema, sino de operar con un objeto nuevo, como si ya fuera conocido. Veamos cómo lo expresa el autor:

Ya que has visto medianamente lo necessario para la operacion del algebra, regla de la cosa, o arte mayor, agora te quiero mostrar, como te has de regir en hazer y proponer las demandas que por ella auras, o querras hazer. Y digo que para hazer una demanda, por la dicha regla, has de imaginar q tal cuenta o demanda ya es hecha, y respondido, y tu agora la quieres prouar. Y pornas q la respuesta fuesse una x ,⁹ con la qual has de proceder con los auisos y reglas dadas, como si fuere la propia quantidad sabida, o respuesta verdadera, hasta tanto que venga a la postre la vltima respuesta, debaxo de caracteres, o quantidades ocultas. La qual, o las quales diras ser ygual a lo q tu querrias que viniesse.

Y luego praticaras esta tal ygualacion, por vna de las 8 ygualaciones siguientes, a la que sera sujeta, y por ella te sera declarada la valor de

⁹Como veremos más adelante, el símbolo que utiliza Aurel para la incógnita es **36** (figura 1), pero lo representamos como x por cuestiones de imprenta.

la x oculta, y primero propuesta.¹⁰

Esta idea de suponer que se tiene la solución de un problema, y operar con esta solución como si quisiéramos probar que lo es, es crucial en el desarrollo del álgebra y fue clave en la obra de Viète, que representó un paso agigantado en la algebrización de las matemáticas. En la primera página de su *In Artem Analyticen Isagoge* (1591), Viète explica de forma clara esta aproximación analítica:

Hay una cierta manera de buscar la verdad en matemáticas que se dice que Platón fue el primero en descubrir. Teón la llamó análisis, que lo definió como la asunción de lo que se busca como si fuera admitido [y trabajando] mediante las consecuencias [de esta asunción] hacia lo que es reconocido como verdadero, opuesto a la síntesis, . . .¹¹

Lo más importante de esta idea radica en aceptar la incógnita con el mismo grado de realismo que una cantidad numérica, que conceptualmente representa un paso adelante importantísimo. Aurel, Pérez de Moya y Roca tienen clara conciencia del método analítico, aunque no hablen de «análisis» y solo por esta conciencia consideramos que las obras de estos autores merecen ser puestas en valor. Ni Núñez ni Pérez de Mesa reflexionan en términos analíticos.

3. LOS SÍMBOLOS

Aurel utiliza los símbolos de la escuela germánica [30], lo cual es lógico si se tiene en cuenta que la tipografía principal de la obra de Aurel es Rudolff. Los demás autores siguen la escuela italiana [2] y aunque Pérez de Moya declara al principio unos caracteres similares a los de Aurel (véase la figura 1), después dice que va a utilizar otros por cuestiones de imprenta (véase la figura 2).

ʒ Dragma, o Numero, affi a. Radix, o cosa affi, ʒ.
 Cenfo affi, ʒ. Cubo affi, æ. Cenfo de cenfo affi, ʒʒ.
 Surfolidum, o primo relato, affi β. Cenfo y cubo affi, ʒæ.
 Bifurfolidum affi, bβ. Cenfo cenfo de cenfo affi, ʒʒʒ.
 Cubo de cubo affi, ææ.
 a. ʒl. ʒ. æ. β. ʒʒ. R. ʒæ. R. ʒʒʒ. ææ.

Figura 1: Declaración de los caracteres: arriba, Aurel, 1552 [1, f. 69r]; abajo, Pérez de Moya, 1558 [21, p. 1].

Sin embargo, para los autores, no son importantes los símbolos específicos que se utilizan, sino su significado. El hecho de representar con un único símbolo, en ambas escuelas, la incógnita y cada una de sus potencias, obliga a reunir lo que

¹⁰Véase [1, p. 76v].

¹¹Est veritatis inquirendae via quaedam in Mathematicis, quam Plato primus invenisse dicitur, Theone nominate Analysis, & ab eodem definita, Adsumptio quaesiti tanquam concessi per consequential ad verum concessum. Ut contra Synthesis, . . . [36, p. 3].

Esta figura has de notar que quando multiplicares vn qualquiera destos caracteres por otro: summaras los numeros que los tales caracteres tuuiere sobre si, y lo que montare mira sobre que caracter esra otro tato porque aquel tal caracter sera el producto de los dos multiplicados.¹²

Relacionados con los símbolos, están los coeficientes y los términos independientes. Los números que acompañan a las incógnitas, en las obras de estos autores, no tienen el significado actual de coeficientes. Son números que cuentan las incógnitas y, por tanto, no tenía sentido una expresión como $\sqrt{2}x$, que se escribía $\sqrt{2x^2}$ [18]. En la primera expresión el coeficiente de la x es $\sqrt{2}$ y los irracionales no sirven para contar, como tampoco sirven para contar los negativos que, por el mismo motivo, no se utilizaban como coeficientes. Sin embargo, si esta expresión se escribe de la forma $\sqrt{2x^2}$, entonces el coeficiente de la x^2 es 2, que es un número natural.

Aurel, Pérez de Moya y Roca acompañan con un símbolo al término independiente, que son los que aparecen debajo del 0 en la figura 2, y no lo hacen, en cambio, Núñez ni Pérez de Mesa. Este símbolo, que puede parecer superfluo desde un punto de vista actual, está relacionado en algunos casos con el papel actual de los paréntesis. En Aurel encontramos la expresión de la figura 3 como resultado del producto de las que actualmente escribiríamos $1x$ y $1x + 2 + \sqrt{2}$. Al obtener este resultado, el

$$1x + 2 + \sqrt{2}x$$

Figura 3: Del problema 8, capítulo 20, del *Libro Primero* de Aurel.

autor remarca que el binomio hay que entenderlo como una sola cantidad y, en este caso, multiplicada por x .¹³ Si el 2 fuera un término independiente, Aurel indicaría el producto de la forma $1z + 2Q + \sqrt{2}x$. Aquí hay una incoherencia por parte de Aurel puesto que $2 + \sqrt{2}$ es irracional y no puede «contar» las x , pero este tipo de incoherencias se dan a menudo cuando se introducen nuevos procedimientos. De manera similar, Núñez considera equivalentes las expresiones $\sqrt{8x^2}$ y $x\sqrt{8}$, para que una ecuación se ajuste a una de las formas canónicas que ha considerado. Núñez escribe la ecuación que en notación actual se escribiría $1x^2 = 2 + \sqrt{8x^2}$ de la forma, también en notación actual, $1x^2 = 2 + x\sqrt{8}$, para que se adapte a la segunda *conjugación* de las compuestas. El autor lo expresa así:

Exemplo, si la ygalacion viniere a esto, que 1.ce. es ygual a 2.p.R,8.ce. sera acabada la ygalacion. Porque tanto vale como dezir, que 1.ce. es ygual a 2.p.co.R,8 que es la segunda conjugacion de las compuestas, y el valor de la cosa sera 2.p.R,2.¹⁴

Hemos visto, pues, como una $\sqrt{8}$ que no podía figurar como coeficiente pasa a ejercer ese rol de una manera natural por necesidad de encaje de una ecuación con

¹²[21, p. 36].

¹³El autor se refiere al binomio $2 + \sqrt{2}$. Es decir, se trata de la expresión que con paréntesis se escribiría $1z + (2 + \sqrt{2})x$.

¹⁴[17, p. 141r].

una de las formas canónicas. El caso extremo, en las obras a que hacemos referencia, de ampliación de operaciones a objetos para los cuales no habían sido diseñadas en principio, lo encontramos en la obra de Núñez. A partir del cálculo de dos medios proporcionales entre dos cubos perfectos, siguiendo los pasos de los *Elementos* de Euclides, Núñez aplica el método a enteros cualesquiera y también a irracionales para continuar aplicándolo a cantidades desconocidas y, finalmente, a establecer proporciones entre ecuaciones [13]. Podríamos decir que los objetos algebraicos van definiendo sus propias reglas, por lo que la notación está en proceso de convertirse en autónoma. El lenguaje retórico del álgebra, con sus abreviaciones que tenían como objetivo no realizar cálculos pesados y hacerlos más comprensibles, va dando paso a un lenguaje donde el simbolismo va adquiriendo importancia, de modo que su sintaxis, es decir, las normas para construir el discurso algebraico a partir de los símbolos, prima sobre la semántica, que se irá adaptando a la sintaxis.

4. LAS ECUACIONES

Los autores clasifican las ecuaciones, igualaciones o conjugaciones en simples o compuestas en función del número de términos. Si tienen dos términos son simples y si tienen más, compuestas. Pérez de Mesa, aunque considere los dos tipos de ecuaciones, no hace explícita la clasificación. Aurel, Pérez de Moya y Roca consideran cuatro tipos de igualaciones simples que en notación actual podríamos expresar $ax^{n+k} = bx^n$, $k = 1, 2, 3, 4$. La clasificación de Núñez, la expresaríamos, actualmente,

$$ax^2 = bx, \quad ax^2 = c, \quad bx = c.$$

Pérez de Mesa se refiere a las igualaciones simples cuando, después de dar los pasos que sean necesarios, queda una dimensión igualada a un número, es decir, tienen dos términos, igual que para los otros autores. En cuanto a las igualaciones compuestas, Aurel, Pérez de Moya y Roca consideran tres tipos, que en notación actual serían $ax^{n+2} + bx^{n+1} = cx^n$, $ax^{n+2} + cx^n = bx^{n+1}$, $bx^{n+1} + cx^n = ax^{n+2}$ y las correspondientes generalizaciones cuando los grados no son consecutivos pero hay la misma diferencia entre ellos: $ax^{n+2k} + bx^{n+k} = cx^n$, $ax^{n+2k} + cx^n = bx^{n+k}$, $bx^{n+k} + cx^n = ax^{n+2k}$, con $k \in \mathbb{N}$.

Roca añade, al final de su *Arithmetica*, que todas las igualaciones se pueden reducir a dos: una de ellas se puede llamar simple y agrupará todas las simples, y la otra compuesta agrupando todas las compuestas. Con esta afirmación, Roca muestra que ha captado la potencia de la proporción continua para reducir los tipos de ecuaciones [12], como lo expresa en el texto de la figura 4.

La resolución es retórica y se especifican los pasos a realizar para llegar a la solución. En el caso de los tipos de ecuaciones compuestas, Núñez y Pérez de Mesa consideran siempre que el coeficiente del término cuadrático es la unidad y, en cambio, los demás autores admiten coeficientes mayores que la unidad. Aunque los casos que consideran Núñez y Pérez de Mesa se ajustan más a los de la clasificación del

**Esto me parece que
basta para la inteligencia destas quatro ygualizaciones
compuestas, las quales ala verdad pueden ser
muchísimas y infinitas, como tambien las simples:
y pueden ser reduzidas todas a dos ygualizaciones:
vna se puede dezir simple, abraçando todas las sim-
ples, y otra compuesta, abraçando todas las cõpu-
estas.**

Figura 4: Texto de Roca, 1564 [27, f. 268r].

álgebra de al-Khwârizmî (ca. 780–ca. 850)¹⁵ que los de los otros autores, el orden en el que presentan las ecuaciones de segundo grado Aurel, Pérez de Moya y Roca es el mismo que el de al-Khwârizmî; en cambio, en el caso de Núñez y Pérez de Mesa, el orden en el que presentan los dos últimos tipos está invertido y coincide con el de la *Summa* de Pacioli. Existen también otras diferencias entre estos dos grupos de autores en lo que respecta a la resolución de ecuaciones. Cuando Aurel, Pérez de Moya o Roca tratan ecuaciones de grado superior al segundo, conservan el esquema de los tipos propuestos, es decir, los grados de las incógnitas deben guardar la misma proporción, de modo que puedan adaptarse al modelo de las ecuaciones cuadráticas. Núñez, en cambio, propone la resolución de ecuaciones de tercer grado a partir de la descomposición en factores de sus miembros y hace referencia a Tartaglia; y Pérez de Mesa busca soluciones enteras de ecuaciones a partir de los divisores del término independiente y resuelve una ecuación con dos incógnitas de segundo grado, que ninguno de los otros autores había tratado. Los dos últimos autores, por tanto, amplían el tipo de ecuaciones que resuelven y no se limitan a los tipos iniciales que han declarado.

Todos los autores ponen algunos avisos para casos que consideran especiales como, por ejemplo, $3x = 3x$. Tanto Aurel como Pérez de Moya y Roca consideran que la solución de esta ecuación es $x = 1$. Una afirmación de este tipo se puede encontrar en la *Summa* de Pacioli cuando al resolver un problema el autor llega a la ecuación $12co. = 12co.$ y deduce que el valor de la *cosa* es 1. Este error se repite en muchos textos de la época,¹⁶ pero ni Núñez ni Pérez de Mesa lo cometen. Ambos autores consideran que se trata de un caso en que cualquier número es solución de la ecuación. Núñez lo expresa: «pronunciaremos que lo que se busca es necessario hallarse en qualquier numero»¹⁷ y Pérez de Mesa: «la demanda es super fula y vana porque se birifica en todos los n^{os}».¹⁸

¹⁵Abu Ja'ar Muhammad ibn Mûsâ al-Khwârizmî en su obra *Al-Kitâb al-Mukhtasar fî Hisâb al-Jabr wa al-Muqâbala* (ca. 813–833) propone 6 tipos de ecuaciones.

¹⁶Véase [35, p. 226–228].

¹⁷Véase [17, p. 20r].

¹⁸Véase [20, p. 98].

5. LOS SISTEMAS DE ECUACIONES

Con relación a la segunda incógnita, podemos ver a lo largo de los diferentes textos una evolución en cuanto a su estatus. La resolución de problemas que requieren más de una incógnita, o que pueden resolverse con más de una incógnita, se engloba en lo que los autores llaman la *regla de la cantidad* o *regla de la segunda cantidad*, haciendo referencia al nombre con que se designa la segunda incógnita. Todos los autores a los cuales nos hemos referido, menos Roca, tratan la *regla de la cantidad*. En el caso del *Libro Primero* de Aurel, el *Compendio* y la *Arithmetica* de Pérez de Moya, se utilizan solo dos símbolos para las incógnitas, a la primera de las cuales se le asigna el nombre habitual, y a la segunda q . El método de resolución cuando hay más de dos incógnitas consiste en poner la segunda incógnita en función de la primera y, cuando se tiene esta expresión, la segunda incógnita ya no necesita un nombre especial y se asigna también q a la tercera, que se vuelve a expresar en función de la primera, y así sucesivamente.¹⁹

En el *Tratado* de 1573 de Pérez de Moya, el autor amplía su *Arithmetica* y hace algunos cambios, entre ellos alguno relevante en lo referente a la *segunda cantidad*. Aunque sigue refiriéndose a la segunda incógnita como *cantidad*, no le asigna la letra q , sino una a , y si hay más incógnitas las llama b , c , d , etc. De todas formas, el método para resolver los sistemas es similar, de modo que despeja las incógnitas y las sustituye en otras ecuaciones y mantiene la nomenclatura *co.* para la primera incógnita. El «sistema de ecuaciones» sigue sin ser explícito y las ecuaciones se tratan por separado.

Núñez resuelve problemas que implican más de una incógnita en el capítulo 5.º de la tercera parte principal, pero no hace ninguna referencia en este capítulo a la *regla de la cantidad*, a la que dedica el 6.º capítulo y ejemplifica solo con 3 problemas, que resuelve de una manera parecida a como lo hacía Aurel, y también Pérez de Moya en su *Compendio* y en su *Arithmetica*. Así como otros autores hacen referencia a la *regla de la cantidad* como la perfección de la *regla de la cosa*, Núñez cree que la mayoría de los problemas que se resuelven por esta regla podrían resolverse de forma más sencilla utilizando solo una incógnita.

Pérez de Mesa resuelve sistemas de ecuaciones en el último capítulo que titula «de la Regla de la cantidad» y manifiesta que los «escritores» hablan de «regla de la cantidad» cuando no pueden llegar al fin que pretenden con una sola incógnita, sino que necesitan dos o tres o más y que, para resolver este tipo de situaciones, no lo hacen por igual todos los «escritores». Pérez de Mesa opta por llamar «a» a la primera incógnita, «b» a la segunda, «c» a la tercera y así sucesivamente [29]. Este ya es un paso relevante porque se rompe la asimetría que había en las otras obras en relación con las incógnitas, por la cual la primera tenía una especie de estatus

¹⁹Relacionadas con la introducción de una segunda incógnita, son muy interesantes las reflexiones de Radford en torno a la «invención» de las ideas matemáticas, que ejemplifica en el caso de la «invención» de una segunda incógnita, y de la importancia de comprender el pensamiento matemático desde el punto de vista de la creación, que no se puede hacer sin relacionar pensamiento matemático y contexto cultural [24, p. 81–98].

diferente. En el primero de los problemas que resuelve, después de efectuar diferentes pasos, obtiene el sistema de la figura 5.

$$\begin{array}{r} 2 \text{ ay. i. b. } \sim 30 \\ 1 \text{ ay } 36 \sim 30 \end{array}$$

Figura 5: Sistema de ecuaciones en Pérez de Mesa.

Es la primera vez en toda la obra que Pérez de Mesa utiliza un símbolo para indicar la igualdad. La importancia de este símbolo radica en su significado, en el hecho de ejercer de vínculo entre los dos miembros de una ecuación, que la convierte en un nuevo objeto con el que se puede operar. Pérez de Mesa es el único de los autores citados que opera con ecuaciones, resolviendo los sistemas por el método que actualmente se conoce como método de reducción.

6. ASPECTOS A REMARCAR

El álgebra se introdujo de una manera formal en la Península Ibérica en 1552 con la publicación del *Libro Primero de Arithmetica Algebratica* de Marco Aurel; es decir, la introdujo en lengua vernácula un maestro de primeras letras que enseñaba matemáticas prácticas en Valencia, como una serie de reglas útiles para la matemática comercial. De hecho, la vía principal por la cual el álgebra se introdujo en muchos países europeos fue a través de manuales de aritmética práctica destinados a mercaderes y escritos en lengua vernácula, en los cuales se dedicaba una parte al álgebra.

El *Libro Primero* fue la fuente principal de las obras de Pérez de Moya y Roca, que ya hemos visto que siguen una línea similar, aunque la de Roca tiene un carácter más académico [14]. Cabe destacar que el *Tratado* de Pérez de Moya de 1573 tiene influencias del *General Trattato* de Tartaglia de 1560 y del *Libro de Algebra* de Pedro Núñez de 1567 [33], de los cuales no podía tener noticia cuando escribió el *Compendio* de 1558, de manera que el autor tenía interés por estar al día de las obras que se iban publicando e iba perfeccionando las versiones de sus obras.

Núñez tiene también voluntad de difundir el conocimiento, como Aurel y Pérez de Moya. Él mismo lo explica en su obra cuando manifiesta que la escribió primero en portugués, pero que la tradujo a la lengua castellana para que tuviera mayor difusión. El álgebra de Núñez es difícilmente clasificable debido a su extensión, a la diversidad de temas que trata, y a las diferentes épocas en las que probablemente fue escrita, pero está claro que es una obra que quiere difundir el álgebra y que quiere convencer a los lectores de la validez de los razonamientos que hace cuando resuelve algunos problemas, como muestran los numerosos comentarios que añade. De hecho, Núñez dice que quiere acercar a los lectores al álgebra que Pacioli había contado de una forma tan caótica.

El manuscrito de Pérez de Mesa [20] tiene la estructura de las obras de Aurel, Pérez de Moya y Roca, pero, entre los autores de la Península Ibérica, Núñez es su

principal referencia. Como la obra de Roca, el álgebra del manuscrito 2294 es más bien teórica. Para Pérez de Mesa, los ejercicios de tipo práctico o mercantil forman parte de la logística que es otra de las partes de la aritmética. Esta obra podía tener la intención de servirle de guía en sus clases.

Hemos mostrado, con algunos pasajes de las obras a las que nos hemos referido, la importancia del análisis en el pensamiento algebraico, idea que recogen Aurel, Pérez de Moya y Roca. Hemos destacado la importancia de la proporción continua entre las incógnitas que los autores remarcen, ya que la notación no la pone de manifiesto, y hemos visto cómo se van incrementando los objetos propios del álgebra que van dictando sus propias reglas. En el caso de Núñez, por ejemplo, se amplían las operaciones propias de la aritmética a objetos algebraicos para los cuales no habían sido diseñadas en principio, de manera que Núñez llega a establecer proporciones entre ecuaciones.

Finalmente, hemos destacado la importancia de la introducción de una segunda incógnita, que, a partir de cambios sutiles a lo largo de las diversas obras, contribuyó a convertir una ecuación en un objeto algebraico de pleno derecho, como se muestra en el manuscrito de Pérez de Mesa.

REFERENCIAS

- [1] M. AUREL, *Libro primero de Arithmetica Algebraica, en el qual se contiene el arte Mercantívol, con otras muchas Reglas del arte menor, y la Regla del Algebra, vulgarmente llamada Arte Mayor o Regla de la cosa: sin la qual no se podra entender el décimo de Euclides, ni otros muchos primores, así en Arithmetica como en Geometria: compuesto, ordenado, y hecho Imprimir por Marco Aurel, Joan de Mey Flandro, Valencia, 1552.*
- [2] F. CAJORI, *A history of mathematical notations* (2 vols.), The Open Court Publishing Company, Chicago, 1928.
- [3] J. CAÑIZARES-ESGUERRA, Iberian Science in the Renaissance: Ignored How Much Longer?, *Perspectives on Science* **12** (2004), no. 1, 86–124.
- [4] N. CHUQUET, Le Triparty en la science des nombres par Maistre Nicolas Chuquet Parisien (A. Marre, ed.), 1484, *Bullettino di Bibliografia e di Storia delle Scienze Matematiche e Fisiche* **13** (1880), 593–659, 693–814.
- [5] S. CUOMO, *Pappus of Alexandria and the Mathematics of Late Antiquity*, Cambridge University Press, Cambridge, 2000.
- [6] J. DOCAMPO, Reading Luca Pacioli's *Summa* in Catalonia: An early 16th-century Catalan manuscript on algebra and arithmetic, *Historia Mathematica* **33** (2006), 43–62.
- [7] J. DOCAMPO, Vernacular algebra in the Iberian Peninsula before Marco Aurel: Notations and terminology, *Proceedings of the 3rd International Conference of the European Society for the History of Science* (H. Hunger, F. Seebacher y G. Holzer, eds.), 85–92, Viena, 2010.
- [8] EUCLIDES, *Elementos*, Madrid, Editorial Gredos, volumen I (libros I–IV) y volumen II (libros V–IX), 1991.

- [9] A. FERNÁNDEZ VALLÍN, *Cultura científica en España en el siglo XVI*, edición facsímil, Sevilla, 1989.
- [10] W. KAUNZNER Y K. RÖTTEL, *Christoff Rudolff aus Jauer in Schlesien. Zum 500. Geburtstag eines bedeutenden Cossisten und Aritmetikers, der aus dieser seinerzeit hoheitlich zur Krone von Böhmen gehörenden Landesteil stammt*, Polygon-Verlag, Eichstätt, 2006.
- [11] H. LEITÃO, Para uma biografia de Pedro Nunes: O surgimento de um matemático, 1502–1542, *Cadernos de Estudos Sefarditas* **3** (2003), 45–82.
- [12] M. R. MASSA-ESTEVE, L'àlgebra al segle XVI a Espanya. L'Arithmetica (1564) del gironí Antic Roca, *Actes d'història de la ciència i de la tècnica, Nova època* **1** (2008), no. 2, 311–317.
- [13] M. R. MASSA-ESTEVE, Àlgebra i Geometria al libro de Algebra en Arithmetica y Geometria (1567), *Quaderns d'Història de l'Enginyeria* **11** (2010), 101–125.
- [14] M. R. MASSA-ESTEVE, Spanish Arte Mayor in the sixteenth century, *Pluralité de l'algèbre à la Renaissance* (S. Rommevaux, M. Spiesser y M. R. Massa-Esteve, eds.), 103–126, Honoré Champions Éditeur, Paris, 2012.
- [15] N. MASSON DE MORVILLIERS, Espagne, *Encyclopédie méthodique ou par ordre des matières. Géographie moderne*, Vol. I, 554–568, Pandoucke, Paris, 1782.
- [16] V. NAVARRO, *Disciplinas, saberes y prácticas. Filosofía natural, matemáticas y astronomía en la sociedad española de la época moderna*, Publicacions de la Universitat de València, 2014.
- [17] P. NÚÑEZ, *Libro de algebra en arithmetica y geometria*, Herederos d'Arnoldo Birkman, Anvers, 1567.
- [18] J. A. OAKS, Irrational “Coefficients” in Renaissance Algebra, *Science in Context* **30** (2017), no. 2, 141–172.
- [19] L. PACIOLI, *Summa de Arithmetica, Geometria, proportioni et proportionalita*, Venezia, Paganino de Paganini, 1494.
- [20] D. PÉREZ DE MESA, *Libro y tratado del arismetica y arte mayor y algunas partes de astrologia y matematicas*, Manuscrito 2294 de la Biblioteca de la Universidad de Salamanca, 1598.
- [21] J. PÉREZ DE MOYA, *Compendio de la Regla de la Cosa o Arte Mayor ordenado por el Bachiller Juan Pérez de Moya, natural de Santisteban del Puerto*, Martin de Bitoria, Burgos, 1558.
- [22] J. PÉREZ DE MOYA, *Arithmetica práctica y speculativa del Bachiller Juan Pérez de Moya, agora nuevamente corregida y añadidas por el mismo autor muchas cosas con otros dos libros y una tabla muy copiosa de las cosas más notables de todo lo que en este libro contiene*, Mathías Gast, Salamanca, 1562.
- [23] J. PÉREZ DE MOYA, *Tratado de Mathematicas en que se contienen cosas de Arithmetica, Geometria, Cosmographia y Philosophia natural*, Juan Gracián, Alcalá de Henares, 1573.
- [24] L. RADFORD, L'invention d'une idée mathématique: la deuxième inconnue en algèbre, *Repères IREM* **28** (1997), 81–98.

- [25] R. RECORDE, *The Whetstone of Wittel*, London, 1557. Reimpresión facsímil: Da Capo Press, New York, 1969.
- [26] J. REY PASTOR, *Los matemáticos españoles del siglo XVI*, Discurso leído en la apertura del curso académico 1913–14 en la Universidad de Oviedo, Establecimiento Tipográfico de P. Santamarina, Oviedo, 1913.
- [27] A. ROCA, *Arithmetica, recopilación de todas las otras que se han publicado hasta agora*, Claudio Bornat, Barcelona, 1564.
- [28] F. ROMERO-VALLHONESTA, *Una aproximació al pensament algebraic a l'Espanya del segle XVI. Estudi del manuscrit 2294 de la Biblioteca de la Universitat de Salamanca*, Treball de mestratge d'Història de la Ciència, Universitat Autònoma de Barcelona, Barcelona, 2007.
- [29] F. ROMERO-VALLHONESTA, The equalities and the rule of quantity in Pérez de Mesa's work, *Proceedings of the 3rd International Conference of the European Society for the History of Science* (H. Hunger, F. Seebacher y G. Holzer, eds.), 122–130, Vienna, 2008.
- [30] F. ROMERO-VALLHONESTA, Algebraic symbolism in the first algebraic works in the Iberian Peninsula, *Philosophica* **87** (2012), no. 4, 117–152.
- [31] F. ROMERO-VALLHONESTA, *L'àlgebra a la Península Ibèrica del segle XVI*, Tesis doctoral, Universitat Autònoma de Barcelona, 2018.
- [32] F. ROMERO-VALLHONESTA Y M. R. MASSA-ESTEVE, The main sources for the Arte Mayor in sixteenth century Spain, *BSHM Bulletin: Journal of the British Society for the History of Mathematics* **33** (2018), no. 2, 73–95.
- [33] M. C. SILVA, On the circulation of algebraic knowledge in the Iberian Peninsula: On the sources of Pérez de Moya's Tratado de Arithmetica (1573), *Revue d'Histoire des Mathématiques* **22** (2016), no. 2, 145–184.
- [34] M. SOUSA, *Vida e Obra de Pedro Nunes*, Biblioteca Breve, 99, Instituto de Cultura e Língua Portuguesa, Ministério da Educação, Lisboa, 1985.
- [35] J. STEDALL, Narratives of algebra in early printed European texts, *Pluralité de l'algèbre à la Renaissance* (S. Rommevaux, M. Spiesser y M. R. Massa-Esteve, eds.), 217–235, Honoré Champion Éditeur, Paris, 2012.
- [36] F. VIÈTE, *In artem Analyticen Isagoge. Seorsim excussa ab Opere restitutae mathematicae analyseos, seu algebra nova*, J. Mettayer, Tours, 1591.
- [37] J. WIDMANN, *Behende und hubsche Rechnung auff allen kauffmannschafft*, Leipzig, Konrad Kacheloffen, 1489.