La Olimpiada Matemática

Sección a cargo de

María Gaspar

LX Olimpiada Matemática Española, Calatayud, 14–17 de marzo de 2024

por

Alberto Elduque y Fernando de la Cueva Landa

Calatayud (Zaragoza) fue el pasado mes de marzo sede de la fase nacional de la LX Olimpiada Matemática Española (OME) durante cuatro días inolvidables. La villa bilbilitana se mostró como la ciudad moderna que es, orgullosa al mismo tiempo de un pasado que se remonta a la época romana, acogiendo a más de 150 participantes (concursantes, profesores acompañantes, tribunal y correctores, etcétera). Este número llegó a superar las 200 personas en la ceremonia de entrega de premios y posterior cena final. El Taller de Talento Matemático de Aragón se encargó de la organización. El ayuntamiento de Calatayud, encabezado por su alcalde, D. José Manuel Aranda Lassa, se volcó en hacer posible logísticamente el evento. La UNED se encargó con maestría de los temas de papelería e imprenta. Vaya por delante nuestro profundo agradecimiento al personal de ambas instituciones, que participó con enorme entusiasmo. Todos se tomaron el evento como algo personal a lo que dedicaron sus esfuerzos desde varios meses antes. Mención especialísima también a los voluntarios olímpicos. Con su labor consiguieron que todo fuese mucho más fácil.

El programa de la OME se articuló en torno a dos sesiones de resolución de problemas del viernes 15 y el sábado 16, con tres de ellos en cada una, como de costumbre. La tarde del jueves 14, los participantes fueron llegando al amplio pabellón del Recinto Ferial, donde recogieron sus acreditaciones y bolsa de *regalitos* (lo que se suele llamar *merchandising*) de numerosas entidades patrocinadoras. Sin su apoyo material hubiera sido imposible sacar adelante estas jornadas matemáticas-gastronómicas-culturales. Quienes llegaron antes de las 19:30 pudieron asistir a la conferencia de Félix Gil Martínez (Integra Tecnología): *De las matemáticas a la inteligencia artificial pasando por el lenguaje humano*, en el salón de usos múltiples del ayuntamiento de Calatayud. Las preguntas que hicieron los olímpicos al final de la charla fueron de tal interés y variedad que la primera cena empezó con un buen retraso sobre el horario previsto. Pero valió la pena. Todo el mundo quedó encantado

Voluntarios: ¡muchísimas gracias!

con el ponente y con los asistentes. Y con la cena en el Hotel Fornos, patrocinada por Aquara.

La mañana del viernes 15 arrancó propiamente la Olimpiada. Tras el tradicional llamamiento nominal por parte de Paco Bellot, la no menos tradicional foto de *presidiarios* ante la *enara* de la LX OME (el cartelón con los logotipos, lo que por ahí llaman *photocall*). Después, tres horas y media largas de intenso esfuerzo lidiando con los problemas de la primera sesión. Durante esta, nutrido y variado avituallamiento. Así como la olimpiada celebrada en Huelva hace dos años es recordada por muchos por los deliciosos fresones madurados en la mata, quizás esta olimpiada sea recordada por las manzanicas de *medio kilo* que todos los asistentes pudimos saborear. Mientras los concursantes sudaban, los profesores y acompañantes que estaban libres fueron invitados por el ayuntamiento a una visita guiada a las Bodegas Langa. Allí degustaron las variedades blanca y tinta de su premiado vino π (que se obtiene de un viñedo viejo y único de 3.14 hectáreas). Ese día, tanto la comida como la cena tuvieron lugar en el Mesón de la Dolores y fueron patrocinadas por la Fundación Ibercaja y el Grupo Integra. Por la tarde, visita guiada a Calatayud a cargo del increíble guía-juglar local Carlos de la Fuente, quien trasladó a los presentes varios siglos atrás con su particular verbo. Hizo las delicias de todos con su finísimo humor y peculiar ironía. Se pudo admirar el mudéjar aragonés, con la joya de la corona que es la Colegiata de Santa María. Su torre ha estado presente en todos los actos, con el dibujo gentileza del polifacético artista catalán Joan Martí Fernández, también autor de la interpretación del escudo de Calatayud empleada en el logotipo oficial.

Después de la visita a la ciudad, recepción, inauguración oficial y entrega de diplomas de las fases locales en el histórico salón de plenos del ayuntamiento. Se hizo un homenaje especial a Javier Badesa Pérez, concursante local que participaba por cuarto año consecutivo en la fase final.

Logotipo de la LX OME.

El sábado 16, segundo y último día de pruebas, amaneció, como todos los días, con un sol espléndido; el buen tiempo acompañó de principio a fin. La segunda sesión de problemas se desarrolló perfectamente. Los delegados reunidos esa mañana recibieron con aplausos la noticia del delegado de Asturias, Enrique Miranda Menéndez, quien anunció que Gijón sería la sede de la fase nacional de la LXI Olimpiada Matemática Española. ¡Bravo Quique! Y ¡Quique qué bravo!

Tras la espléndida comida en el precioso escenario monástico del Aula Cultural San Benito (patrocinada por DF Grupo), la tarde comenzó con una visita guiada al Museo Arqueológico, interesantísimo lugar donde se exhiben piezas de escultura, arquitectura y pintura romana procedentes de las excavaciones de Augusta Bilbilis. A continuación, la parte más esperada de toda la programación: el acto de entrega de premios. Como aperitivo de esta ceremonia, participantes y familiares venidos de toda la geografía española pudieron escuchar, y ver, con verdadero deleite, la conferencia de José María Sorando Muzás, *Disparates y gazapos matemáticos*, que hizo pasar a su auditorio un rato entretenidísimo, mostrando, una vez más, el lado más divertido de las matemáticas.

El alcalde de Calatayud, José Manuel Aranda, homenajea a Javier Badesa.

Sábado 16. Segunda sesión de problemas.

Por fin llegó el momento estrella: la entrega de premios en el salón de actos de Claretianos. Cargado de emoción y alegría, representado en unas totalmente artesanales medallas creadas por la ceramista ribagorzana de adopción Marta Danés Pons. Presentadoras de lujo, la gallega Covadonga Rodríguez-Moldes Rey y la leonesa María Teresa Trobajo de las Matas fueron las conductoras de la ceremonia. Llevaron con elegancia, agilidad, buen humor y emoción el desarrollo de la gala. Tuvieron tiempo hasta de dar su pequeña lección de historia de las matemáticas con sus referencias al 60 de la olimpiada y al origen y significado del sistema babilónico de numeración sexagesimal. Sobresaliente para Cova y Maite. La mesa presidencial estuvo encabezada por José Manuel Aranda, alcalde de Calatayud, y contó con Eva Gallardo, presidenta de la Real Sociedad Matemática Española; Mara Noemí Rodríguez Fonteboa, representante del Ministerio de Educación, Formación Profesional y Deporte; Luis Mallada, representante del Gobierno de Aragón; y Alberto Elduque, presidente de la Asociación Taller de Talento Matemático de Aragón. Cabe destacar, por la intensa y larga ovación que recibió de los presentes, la intervención del firmante de esta reseña que estaba en la mesa presidencial al reivindicar que los participantes en la fase nacional de la OME sean considerados al mismo nivel que los deportistas de élite, de cara a las pruebas de acceso a la universidad. Llegó el momento cumbre cuando se fueron desgranando uno tras otro los nombres de medallistas de bronce, plata y, finalmente, oro. Emoción a raudales, alegría desbordada y la ilusión de volver a casa con una de las bonitas preseas colgada del cuello. Un final espectacular.

Acabado el acto, los presentes se dirigieron al Hotel Globales Castillo de Ayud para degustar la última cena, de la calidad gastronómica ya demostrada en todas las colaciones previas, ofrecida por el ayuntamiento de Calatayud. Tras la cena llegaron las emocionadas despedidas, en las que no faltó alguna lágrima. Los que hemos participado de una u otra forma en la organización de estas jornadas sentimos la satisfacción de haber vivido, como antes dijimos, unos días inolvidables. Hacemos nuestras las palabras de José Miguel Pérez (Chemi), técnico del ayuntamiento bilbilitano, esencial para esta edición de la OME: «Nunca antes, en toda mi vida laboral, había vivido algo así».

Problemas propuestos en la LX OME

Primera sesión, viernes 15 de marzo de 2024

Problema 1.

Consideramos 2024 números primos distintos $p_1, p_2, \ldots, p_{2024}$ tales que

$$p_1 + p_2 + \cdots + p_{1012} = p_{1013} + p_{1014} + \cdots + p_{2024}.$$

Sea $A = p_1\, p_2 \ldots p_{1012}$ y $B = p_{1013}\, p_{1014} \ldots p_{2024}$. Demuestra que $|A - B| \geq 4$.

Problema 2.

Sea n un entero positivo. Sean $x_1, x_2, \ldots, x_n > 1$ números reales tales que su producto es $n+1$. Prueba que

$$\left(\frac{1}{1^2(x_1-1)} + 1\right)\left(\frac{1}{2^2(x_2-1)} + 1\right)\cdots\left(\frac{1}{n^2(x_n-1)} + 1\right) \geq n+1$$

y determina cuándo se alcanza la igualdad.

Problema 3.

Sean ABC un triángulo escaleno y P un punto interior tal que $\angle PBA = \angle PCA$. Las rectas PB y PC cortan a las bisectrices interior y exterior de A en los puntos Q y R, respectivamente. Sea S el punto tal que CS es paralela a AQ y BS es paralela a AR. Demuestra que Q, R, S están alineados.

Segunda sesión, sábado 16 de marzo 2024

Problema 4.

Sean a, b, c, d cuatro números reales que satisfacen

$$abcd = 1 \quad \text{y} \quad a + \frac{1}{a} + b + \frac{1}{b} + c + \frac{1}{c} + d + \frac{1}{d} = 0.$$

Demuestra que alguno de los números ab, ac, ad es igual a -1.

Problema 5.

Dados dos puntos $p_1 = (x_1, y_1)$ y $p_2 = (x_2, y_2)$ en el plano, denotamos por $\mathcal{R}(p_1, p_2)$ el rectángulo con lados paralelos a los ejes de coordenadas que tiene los dos puntos como esquinas opuestas, es decir:

$$\begin{aligned}\mathcal{R}(p_1,p_2) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \text{mín}(x_1,x_2) \leq x \leq \text{máx}(x_1,x_2),\\ \text{mín}(y_1,y_2) \leq y \leq \text{máx}(y_1,y_2)\}.\end{aligned}$$

Determina el mayor valor de k tal que el siguiente enunciado es cierto: «para todo conjunto $\mathcal{S} \subset \mathbb{R}^2$, con $|\mathcal{S}| = 2024$, existen dos puntos $p_1, p_2 \in \mathcal{S}$ tales que $|\mathcal{S} \cap \mathcal{R}(p_1, p_2)| \geq k$».

Problema 6.

Sean a, b y n enteros positivos, que satisfacen que bn es divisor de $an - a + 1$. Sea $\alpha = a/b$. Demuestra que al dividir los números $\lfloor \alpha \rfloor, \lfloor 2\alpha \rfloor, \ldots, \lfloor (n-1)\alpha \rfloor$ entre n, los restos resultantes son iguales a $1, 2, \ldots, n-1$, en algún orden.

Relación de premiados en la Fase Nacional de la LX OME

Medallas de Oro

Manuel Eymar Carballo (Comunidad de Madrid)
Javier Badesa Pérez (Aragón)
Carlos Villagordo Espinosa (Comunidad Valenciana)
Dan Manuel Vancea (Comunidad Valenciana)
Antonio Laso González (Comunidad de Madrid)
Maxim Dudik (Andalucía)

La alegría del oro. De derecha a izquierda: Manuel Eymar, Javier Badesa, Carlos Villagordo, Dan Vancea, Antonio Laso y Maxim Dudik.

Medallas de Plata

Sergio García Montero (Andalucía)
Ekaterina Leksina (Cataluña)
Pablo Troyano Plata (Andalucía)
Diego López Aragón (Comunidad de Madrid)
Gerard Capuz Francisco (Cataluña)
Iván Aguilera Rollón (Comunidad de Madrid)
Daniel Sánchez Lew (Andalucía)
Justo Juan Salcedo Otero (Comunidad de Madrid)
Diego Alonso Domínguez (Castilla y León)
Arnau Pino Jacomet (Cataluña)
Jaime Romero Peinado (Región de Murcia)
Carlos Calderón Alba (Comunidad Valenciana)

Medallas de Bronce

David González León (Andalucía)
Francisco Esteve Barceló (Islas Baleares)
Alejandro Gómez-Olano Espluga (Comunidad de Madrid)
Iván López Navarro (Comunidad de Madrid)
Gonzalo Pajares Sánchez (Comunidad de Madrid)
Efrén Martínez Pérez (Comunidad de Madrid)
Pablo Freire Fernández (Galicia)
Jesús González Ramírez (Andalucía)
Miguel Ángel Donaire Arcas-Sariot (Andalucía)
Kaihao Luis Wu (Andalucía)
Àtticus Artigas Escolar (Cataluña)
Fernando González Vivanco (Castilla y León)
Zacariae Bouazzaoui Boutaleb (Comunidad Foral de Navarra)
Gabriel Mateo Prado Izquierdo (Cataluña)
Alejandro Vivero Puga (Cataluña)
Julio Meroño Sáez (Región de Murcia)
Raquel Freire Fernández (Galicia)
Elena Boix Miralles (Comunidad Valenciana)

Relación de premiados en las fases locales

Primeros premios

Iván Aguilera Rollón (Comunidad de Madrid)
Diego Alonso Domínguez (Castilla y León)
Javier Badesa Pérez (Aragón)
Elena Boix Miralles (Comunidad Valenciana)
Carlos Calderón Alba (Comunidad Valenciana)

Gerard Capuz Francisco (Cataluña)
Narayan Cortés Doulatram (Ciudad Autónoma de Melilla)
Miguel Ángel Donaire Arcas-Sariot (Andalucía)
Maxim Dudik (Andalucía)
Francisco Esteve Barceló (Islas Baleares)
Manuel Eymar Carballo (Comunidad de Madrid)
Aitana Fernández Escudero (Principado de Asturias)
Ariadna Franch Pérez (Comunidad Valenciana)
Pablo Freire Fernández (Galicia)
Javier Andrés García Martínez (Región de Murcia)
Sergio García Montero (Andalucía)
David González León (Andalucía)
Fernando González Velasco (Castilla y León)
Cristian Hipólito Holá (Extremadura)
Ángel Ibáñez Gutiérrez (Castilla y León)
Antonio Laso González (Comunidad de Madrid)
Ekaterina Leksina (Cataluña)
Diego López Aragón (Comunidad de Madrid)
Marco Martín Ortega (Cantabria)
Claudia Martínez Alfaro (La Rioja)
Efrén Martínez Pérez (Comunidad de Madrid)
Vera Morancho Bargas (Cataluña)
Tiago Oselka Conrado (País Vasco)
Nuria de Pascual García (Andalucía)
Mikel Pérez de Gracia Cuñado (Comunidad Foral de Navarra)
Daniel Román Pérez González (Canarias)
Rodrigo Puras Ridruejo (Castilla y León)
Marcos Rodríguez López (Canarias)
Jaime Romero Peinado (Región de Murcia)
Justo Juan Salcedo Otero (Comunidad de Madrid)
Daniel Sánchez Lew (Andalucía)
Mohamed Taoil El Meskini (Ciudad Autónoma de Ceuta)
Pablo Troyano Plata (Andalucía)
Dan Manuel Vancea (Comunidad Valenciana)
Héctor Verdeal Rodríguez (Castilla-La Mancha)
Carlos Villagordo Espinosa (Comunidad Valenciana)
Kaihao Luis Wu (Andalucía)

Segundos premios

Yeray Alcalá Paz (País Vasco)
Isabel Arnáiz Vega (Castilla y León)
Guillem Ayet Molés (Comunidad Valenciana)
Xiyu Bao (Comunidad Valenciana)
Gabriel Botello Fernández (Región de Murcia)

Zacariae Bouazzaouil Boutabel (Comunidad Foral de Navarra)
Sergio Bravo Álvarez (Castilla y León)
Sergio Busto Blanco (Principado de Asturias)
Toni Calucho Guitart (Islas Baleares)
Rodrigo Carazo Moradillo (Castilla y León)
Anahí Yuneira Castañeda Sinchico (Canarias)
Bruno Castro Conde (Andalucía)
Hassan Ennabach Nhieh (Ciudad Autónoma de Melilla)
Raquel Freire Fernández (Galicia)
Samuel García Barrio (Castilla y León)
Marcos García Fernández (Andalucía)
Guillermo García Jurado (Andalucía)
Álex Ginovart Reales (Aragón)
Alejandro Gómez-Olano Espluga (Comunidad de Madrid)
Jesús González Ramírez (Andalucía)
Zexuan Huang (Comunidad Valenciana)
Olaf Imiolek (Comunidad Valenciana)
Álvaro Íñigo Romillo (Cantabria)
Carlos Alexander Juberías Peregrina (Castilla-La Mancha)
Vladimir Krivoshapov (Andalucía)
Juan López Larumbe (La Rioja)
Iván López Navarro (Comunidad e Madrid)
Julio Meroño Sáez (Región de Murcia)
José Moya Delcán (Andalucía)
Diego Muñoz Rúa (Comunidad de Madrid)
Artur Ostrovskiy Ostrovskiy (Comunidad Valenciana)
Gonzalo Pajares Sánchez (Comunidad de Madrid)
Luis Pedrajas Montoro (Andalucía)
Julio Pérez González (Extremadura)
Inés Pérez Herrera (Comunidad de Madrid)
Arnau Pino Jacomet (Cataluña)
Gabriel Mateo Prado Izquierdo (Cataluña)
María Ruiz Lyamkina (Andalucía)
Óscar Sills (Comunidad de Madrid)
Alejandro Vivero Puga (Cataluña)
Anna Yanukovich (Canarias)

Terceros premios

Àtticus Artigas Escolar (Cataluña)
Andrés Asensi Ballester (Comunidad Valenciana)
Alejandro Berrio Puerta (Andalucía)
Andrea Cáceres-Terrado Cárdenes (Canarias)
José Carrillo Navarro (Andalucía)
Yago Casado Fajardo (Andalucía)

Alejandro Casas Pyatunin (Andalucía)
Aldara Castelo Iglesias (Castilla y León)
Chenfeng Chen (Andalucía)
Fernando Coloma Regadera (Comunidad de Madrid)
Pau Coll Fullana (Islas Baleares)
Silvia Díaz Cornejo (Andalucía)
Gabriel Domínguez Meuleman (Cataluña)
Daniel Domínguez Herrera (Extremadura)
Anual Egozcue Sghir (Comunidad Foral de Navarra)
Ángel García Andreu (Comunidad Valenciana)
Alba García González (Región de Murcia)
Eduardo García Trobajo (Castilla y León)
Daniel Gómez Falagán (Cantabria)
Léa González Buonocore (Cataluña)
Ángel González Díaz (Castilla y León)
Guillermo Guerrero Serrano (Andalucía)
Pablo Guillot Maldonado (Ciudad Autónoma de Melilla)
Rodrigo Herrera Yáñez (Castilla y León)
David Lago Alonso (Galicia)
Alonso Lara Mezcúa (Castilla-La Mancha)
Santiago Mangas Mariblanca (Comunidad de Madrid)
Daniel Martínez Fernández (Andalucía)
Javier Martínez Pinel (Comunidad de Madrid)
David Morales Bravo (Comunidad de Madrid)
Pau Nieto Bou (Comunidad Valenciana)
Omar Oudeh Mishmesh (Canarias)
Alberto Javier Pérez Izquierdo (La Rioja)
Eneko Rupp Martínez (País Vasco)
Javier Sanzo Lamesón (Comunidad de Madrid)
Balbino Sobreviela Jiménez (Aragón)
Álex Tena Barrio (Comunidad Valenciana)
David Tijerón Antón (Comunidad de Madrid)
Vicente Tirado García (Comunidad de Madrid)
Raquel Tormo Navarro (Comunidad Valenciana)
Daniel Valles Ferre (Región de Murcia)
Alejandro Vega García (Principado de Asturias)

Alberto Elduque, Taller de Talento Matemático de Aragón
Correo electrónico: `ttm@unizar.es`
Página web: `https://ttm.unizar.es`

Fernando de la Cueva Landa, Taller de Talento Matemático de Aragón
Correo electrónico: `ttm@unizar.es`
Página web: `https://ttm.unizar.es`

XIII Olimpiada Europea Femenina de Matemáticas

por

Lucía Mallo Fernández y María Pe Pereira

Durante la semana del 11 al 17 de abril tuvo lugar la decimotercera edición de la EGMO (*European Girls' Mathematical Olympiad*) en Tskaltubo, Georgia. Este país ya había sido anfitrión en 2021, pero en esa ocasión la olimpiada había tenido lugar de forma virtual debido a la pandemia de COVID-19.

El equipo español, seleccionado por primera vez en una competición específica para ello (la Olimpiada Femenina Española de Matemáticas), estuvo compuesto por Ekaterina Leksina, Vera Morancho Bargas, Raquel Freire Fernández y Léa González Buonocore. Esta era para todas ellas su primera participación en la EGMO, aunque puede que no sea la última, puesto que Vera aún tiene oportunidades de participar en los próximos dos años. Como jefa de delegación ejerció María Pe Pereira y como tutora Lucía Mallo Fernández, firmantes de esta crónica y ambas exolímpicas españolas en los equipos de la IMO 1998 y EGMO 2016 y 2017 respectivamente.

Logo de la EGMO 2024.

Por otro lado, también acudieron a Georgia otras dos exolímpicas españolas: Elisa Lorenzo García, participante en las IMO 2004 y 2005, que había sido líder y tutora de equipos de EGMO en ocasiones anteriores y quien esta vez formaba parte del comité seleccionador de problemas y fue coordinadora; y Celia Rubio Madrigal, integrante del equipo español en la EGMO 2017 y tutora en la EGMO 2022, quien repitió su rol del año pasado como miembro del equipo técnico a cargo de los sistemas informáticos de la olimpiada, el cual tuvo que realizar un gran esfuerzo para paliar algunas carencias en la organización local.

Todas las concursantes, jefas y jefes de delegación y todos los miembros de los equipos de organización y coordinación se alojaron en diferentes hoteles de la localidad de Tskaltubo. Esta es una ciudad situada a 10 km al noroeste de la capital regional Kutaisi que durante el periodo soviético atraía a más de cien mil personas al año para disfrutar de sus centros de aguas termales. Después de la disolución de la Unión Soviética, la zona se abandonó parcialmente y actualmente el centro termal sigue funcionando, pero su uso es más limitado.

En la inauguración, foto de todos los equipos.

Esta edición contó con 212 estudiantes agrupadas en 54 equipos. Georgia, como país anfitrión, contó con dos equipos. De los 54 países participantes, 37 fueron europeos y 16 no europeos. Además, hubo participantes individuales provenientes de Rusia que lo hicieron en línea.

Foto de familia de las españolas. Atrás, de izquierda a derecha: Lucía Mallo, María Pe, Raquel Freire y Léa González; delante, de izquierda a derecha: Celia Rubio, Elisa Lorenzo, Ekaterina Leksina y Vera Morancho.

El día 12 de abril daba comienzo la olimpiada, y mientras el jurado internacional aprobaba y traducía los problemas, las estudiantes participaron en una *búsqueda del tesoro*, con minijuegos y acertijos en el Parque Central de Tskaltubo, un bosque precioso y muy cuidado, salpicado de balnearios y otros edificios, muchos de ellos abandonados. La ceremonia de apertura tuvo lugar por la tarde, en el Centro de Cultura de Tskaltubo, donde pudimos disfrutar de música y bailes tradiciones georgianos.

Imagen del Parque Central de Tskaltubo.

El equipo español participando en la *búsqueda del tesoro*.

Las dos sesiones de problemas se realizaron los días 13 y 14 por la mañana. Como es habitual en estas competiciones internacionales, cada sesión duró cuatro horas y media y consistió en tres problemas valorados en hasta 7 puntos cada uno.

A continuación mostramos los seis problemas a los que se enfrentaron las chicas.

Problema 1. (Propuesto por Eslovaquia)

Dos enteros distintos u y v están escritos en la pizarra. Realizamos una serie de pasos. En cada paso hacemos una de las siguientes acciones:

(i) Si a y b son enteros distintos de la pizarra, entonces podemos escribir $a+b$ en la pizarra, si no está ya escrito.

(ii) Si a, b y c son tres enteros distintos en la pizarra, y x es un entero que satisface $ax^2+bx+c=0$, entonces podemos escribir x en la pizarra, si no está ya escrito.

Determine todas las parejas iniciales de números (u, v) para las cuales cualquier entero se puede escribir en la pizarra después de un número finito de pasos.

Problema 2. (Propuesto por Reino Unido)

Sea ABC un triángulo con $AC > AB$, y denotamos su circunferencia circunscrita por Ω y su incentro por I. Sean D, E, F los puntos de intersección de la circunferencia inscrita con los lados BC, CA, AB, respectivamente. Sean X e Y dos puntos en los arcos más cortos $\widehat{DF}$ y $\widehat{DE}$ de la circunferencia inscrita, respectivamente, tales que $\angle BXD = \angle DYC$. Las rectas XY y BC se intersecan en K. Sea T el punto en Ω tal que KT es tangente a Ω y T está en el mismo lado de la recta BC que A. Demuestre que las rectas TD y AI se intersecan en Ω.

Problema 3. (Propuesto por Países Bajos)

Decimos que un entero positivo n es *peculiar* si, para cualquier divisor positivo d de n, el entero $d(d+1)$ divide a $n(n+1)$. Demuestre que para cualesquiera cuatro enteros positivos peculiares distintos A, B, C y D, se cumple lo siguiente:

$$\text{mcd}(A, B, C, D) = 1$$

Aquí $\text{mcd}(A, B, C, D)$ *es el mayor entero positivo que divide a* A*,* B*,* C *y* D*.*

Las participantes antes de las pruebas del segundo día.

Problema 4. (Propuesto por Ucrania)

Para una sucesión $a_1 < a_2 < \cdots < a_n$ de enteros, decimos que una pareja (a_i, a_j) con $1 \leq i < j \leq n$ es *interesante* si existe una pareja (a_k, a_l) de enteros con $1 \leq k < l \leq n$ tal que

$$\frac{a_l - a_k}{a_j - a_i} = 2.$$

Para cada $n \geq 3$, encuentre el mayor número posible de parejas interesantes en una sucesión de longitud n.

Problema 5. (Propuesto por Croacia)

Sea $\mathbb{N}_{>0}$ el conjunto de los enteros positivos. Encuentre todas las funciones $f : \mathbb{N}_{>0} \to \mathbb{N}_{>0}$ tales que para toda pareja de enteros positivos (x, y) se cumplen las siguientes condiciones:

(i) x y $f(x)$ tienen el mismo número de divisores positivos.

(ii) Si x no divide a y e y no divide a x, entonces

$$\operatorname{mcd}(f(x), f(y)) > f(\operatorname{mcd}(x, y))$$

Aquí $\operatorname{mcd}(m, n)$ *es el mayor entero positivo que divide a* m *y* n*.*

Llegada de los líderes de los países al colegio público donde se desarrollaron las pruebas y la coordinación.

Problema 6. (Propuesto por Luxemburgo y Bélgica)

Encuentre todos los enteros positivos d para los cuales existe un polinomio P de grado d con coeficientes reales tal que $P(0), P(1), P(2), \cdots, P(d^2 - d)$ son a lo sumo d valores distintos.

La prueba resultó un poco especial, con un solo problema de geometría y mucha álgebra y teoría de números. Cabe destacar que el problema 6 resultó especialmente difícil (¡e interesante!) y ninguna participante obtuvo la máxima puntuación, aunque llegaron a plantear hasta tres soluciones alternativas a la oficial (que podían completarse totalmente). Desde el punto de vista de la coordinación de los problemas puede decirse que la olimpiada fue un éxito.

Durante los días de las pruebas, en la recepción del hotel donde se alojaban las participantes se podían encontrar *stands* de Jane Street (patrocinador de platino de la EGMO) con puzzles y juegos de ingenio y estrategia.

Además, mientras las jefas y jefes de delegación y tutores corregían las pruebas y se realizaba la coordinación de las puntuaciones, las chicas disfrutaron de juegos y tiempo libre así como de una excursión a Sataplia, donde exploraron un parque natural y una cueva.

Líderes y tutores esperando para la coordinación.

Para terminar, el martes por la mañana, parte del equipo español fue a visitar la ciudad próxima de Kutaisi, para conocer un poco más el país y su gastronomía.

La ceremonia y la cena de gala pusieron el broche final a una olimpiada en la que el equipo español cosecha tres menciones de honor por parte de Ekaterina, Vera y Raquel, por la resolución completa de los problemas 2, 4 y 1 respectivamente.

En esta ocasión ningún país obtuvo la puntuación perfecta, ya que como hemos mencionado, el problema 6 resultó muy complicado. Nuestro equipo obtuvo un total de 35 puntos. Los cortes de medallas estuvieron en 33 para el oro, 22 para la plata y 13 para el bronce. Nuestras representantes se quedaron cerca de la medalla de bronce, Vera con 12 puntos, Ekaterina con 11 puntos y Raquel con 10.

En la competición oficial entre países europeos ha ganado nuevamente Ucrania. Y en la clasificación teniendo en cuenta también a los países invitados EEUU ha sido la ganadora, quedando Australia en segunda posición por delante de China (lo que nunca ha ocurrido en la IMO).

La olimpiada del año que viene tendrá lugar en Kosovo, y Francia acaba de anunciar que en 2026 organizará la 15.ª edición en Burdeos.

Comida en Kutaisi de parte del equipo español.

El equipo español después de la ceremonia de clausura. De izquierda a derecha: Elisa Lorenzo, Léa González, Raquel Freire, Ekaterina Leksina, Vera Morancho, Celia Rubio, Lucía Mallo y María Pe.

De conversaciones con varios representantes de otros países se extrae claramente que su participación en la EGMO, en muchos casos anterior a la española, ha hecho que más chicas se incorporen a las sesiones y campamentos preparatorios en sus respectivos países, así como a las competiciones nacionales.

Esperamos que España siga participando en futuras ediciones y que ello sirva de estímulo para que más chicas se afanen en trabajar en la resolución de este tipo de problemas, actividad muy formativa y estimulante.

Lucía Mallo Fernández, Universidad de Oviedo
Correo electrónico: luciamallof@gmail.com

María Pe Pereira, Instituto de Matemática Interdisciplinar, Facultad de Ciencias Matemáticas, Universidad Complutense de Madrid
Correo electrónico: maria.pe@ucm.es
Página web: https://www.ucm.es/imi/maria-pe-pereira