
PROYECTO DE ESTÍMULO

DEL TALENTO PRECOZ EN MATEMÁTICAS

(ESTALMAT)

ESTALMAT (Estímulo del Talento Matemático) es un proyecto que lleva adelante la Real Academia de Ciencias en la Comunidad de Madrid con el patrocinio de la Fundación Airtel Vodafone, y que cuenta también con el apoyo de la Facultad de Matemáticas de la Universidad Complutense. Su objetivo principal es mantener y estimular el interés de los chicos y chicas de 12 a 15 años que se sienten especialmente atraídos por la belleza, la profundidad y la utilidad de las matemáticas. En la sección Educación de este número de LA GACETA se puede encontrar más información sobre el proyecto.

Reproducimos, a continuación las conferencias que Alexandra Bellow e Yves Meyer dieron en la Real Academia de Ciencias el 29 de septiembre de 2001 con motivo de la inauguración del curso 2001-2002.

¿Por qué y cómo se hace investigación en matemática?

por

Yves Meyer

1. MATEMÁTICA, REBELDÍAS Y LIBERTADES

Yo tenía 5 años cuando finalizó la Segunda Guerra mundial, y 15 años cuando se declaró la guerra de Argelia. Ésta duró 7 años.

Comencé a amar la matemática alrededor de los 13 años. Era en Túnez, donde pasé mi infancia.

Africa del Norte era aún una colonia francesa, pero Marruecos, Túnez y Argelia comenzaban a luchar por su independencia. La respuesta de Francia a los reclamos de los nacionalistas era frecuentemente una represión brutal y algunas veces el comienzo de un diálogo.

Yo era un niño rebelde y sentía en el fondo de mí que los argumentos en favor del colonialismo no eran más que mentiras. Muchos adultos aceptaban la injusticia y el orden establecido. Sus opiniones no me inspiraban confianza, y concluí entonces que no se puede llegar a la verdad escuchando a los demás.

Descubrir la verdad por mí mismo se transformó entonces en una necesidad. Yo no sabía que esto es imposible fuera del ámbito restringido de la matemática.

He aquí lo que yo creía:

Si un problema es hoy demasiado difícil para mí, terminaré sin embargo por encontrar la solución, pues un amor sincero, lúcido e inquieto por la verdad permite acceder al conocimiento.

Los problemas de geometría me proporcionaban un placer doble. Yo podía, en primer lugar, comprobar haciendo un dibujo, que los nueve puntos que me pedían construir estaban efectivamente sobre un mismo círculo como me lo habían anunciado. Y luego debía demostrarlo. El placer intelectual de encontrar una demostración elegante se mezclaba entonces al placer producido por la belleza de la imagen.

En física o en las ciencias experimentales, el conocimiento me parecía estar emparentado con una suerte de creencia, pues yo no podía controlar o verificar por mí mismo lo que decía el profesor. Él utilizaba constantemente argumentos de autoridad que yo detestaba. Decía por ejemplo, Michelson y Morley han hecho tal experimento y obtenido tal resultado. Uno no podía repetir tal experimento, y me parecía tan idiota creerle a Michelson como creer en las brujas.

En matemática hay una igualdad total entre el maestro y el alumno. Yo puedo probar, por la precisión y la fuerza de mis argumentos, que el maestro se equivoca.

La matemática significaba por lo tanto la libertad (de pensar por mí mismo) y la igualdad (con el maestro).

Serían necesarios muchos años para que yo descubriera la fraternidad entre los investigadores.

2. LA INVESTIGACIÓN MATEMÁTICA

Los niños resuelven los problemas propuestos por los profesores. Haciéndolo, los niños se vuelven investigadores. Pero no han agregado una nueva piedra al edificio de la matemática, pues el profesor ya sabía la solución. El oficio de investigador consiste en descubrir lo que nadie sabe aún. Estos niños, transformados en adultos, ¿tienen derecho a consagrar sus vidas a una actividad tan pueril? ¿Quién les dirá qué problemas resolver? Un investigador en matemática, ¿es un niño que se ha negado a envejecer?

Si es verdad que se puede, en matemática, separar lo verdadero de lo falso, utilizando los propios recursos, la siguiente pregunta es: ¿hacia dónde, en qué dirección dirigir los esfuerzos?

André Weil era amigo de Jean Delsarte. Cuando Delsarte murió, André Weil rindió homenaje a la obra científica de su amigo. Delsarte, nos dice André Weil, definía él mismo, con total libertad e independencia, sus temas de investigación.

Yo hice lo mismo, y decidí por mí sin consultar a nadie, el tema de mi trabajo de tesis. En mis tiempos, la tesis era el resultado de cinco años de esfuerzos y descubrimientos. La tesis es, aún hoy, el primer combate y la primera victoria en la vida de un investigador.

Montaigne (1533-1592) insiste, por el contrario, en la solidaridad que une a los investigadores y describe, en sus "Ensayos", la cadena humana que hace avanzar a la ciencia.

Aquello que mi fuerza no puede descubrir, yo no dejo de sondearlo y probarlo y, palpando y amasando esta nueva materia, removiéndola y calentándola, hago algo más fácil el camino a aquél que me sigue.

Hará lo mismo el segundo respecto al tercero, es por ello que la dificultad no debe desesperarme, ni tampoco mi impotencia...

La investigación en matemática me parece hoy una obra colectiva. Mis esfuerzos, lo que descubro o comprendo, no tienen otro sentido que el de prolongar o completar el trabajo de otros matemáticos. Ésto conduce a pensar en la existencia de un misterioso director de orquesta que dirige "desde lo alto del cielo" el trabajo de los que hacen investigación. Como lo señalaba Jean Pierre Serre con tristeza, luego de una conferencia en la Academia de Ciencias, el teorema que da la lista completa de grupos finitos simples es una obra colectiva de más de 6000 páginas que ningún matemático podrá jamás leer íntegramente (un grupo finito es simple si no contiene ningún subgrupo H tal que G/H sea también un grupo). En este caso, el misterioso director de orquesta fue Daniel Gorenstein.

3. ALBERTO CALDERÓN

Fue en 1974 aproximadamente que renuncié a mi orgullosa independencia. Durante una decena de años (1974-1983), acepté ser discípulo de Calderón. Pero para ser discípulo de un maestro, es necesario además que el maestro nos acepte como tal. Calderón me aceptó y me desveló su programa de investigación. Este programa consistía en la construcción de nuevos operadores que iban a revolucionar el análisis complejo y las ecuaciones en derivadas parciales. Calderón me dejaba entrever el nuevo mundo que él se proponía descubrir y explorar con la ayuda de estos nuevos operadores. Los operadores son tan útiles a los matemáticos como lo son los motores eléctricos a los ingenieros.

Pero para que el programa de Calderón funcionara era necesario abrir una puerta mágica. Esta puerta permanecía cerrada con llave, y nadie podía penetrar en el mundo encantado evocado por Calderón. Esta puerta mágica tenía un nombre: la continuidad del núcleo de Cauchy sobre curvas Lipschitz. En mayo de 1981, después de siete años de trabajo, terminé por comprender cómo se abría dicha puerta. En la actualidad, ésta se abre aun más fácilmente gracias a los trabajos de Joan Verdera, de la Universidad Autónoma de Barcelona. Durante esos siete años, aprendí a trabajar en equipo y el asalto final contó con la ayuda o la colaboración de mis amigos Ronald Coifman y Alan McIntosh. Es

así que yo comprendí que la fraternidad juega un rol esencial en la investigación en matemática.

Alberto Calderón me trataba como un amigo y yo tenía un gran afecto por él. Yo no ocultaba mis opiniones políticas. Las suyas eran muy diferentes. Pero a mí me gustaban sus críticas. Por ejemplo, él detestaba a Atahualpa Yupanqui y, con su amabilidad usual, me explicaba las razones de su desacuerdo. Él me hizo descubrir los poemas de Jorge Luis Borges, en particular, el “Poema de los dones” que comienza así

*Nadie rebaje a lágrima o reproche
Esta declaración de la maestría
De Dios, que con magnífica ironía
Me dio a la vez los libros y la noche.*

Alberto Calderón me hizo comprender los serios errores y los aspectos nefastos del peronismo. Calderón era un hombre reservado. Sin embargo, a veces se dejaba llevar por la nostalgia y evocaba sus largos paseos por el Buenos Aires de su juventud.

En junio de 1997, la Universidad Autónoma de Madrid le rindió un último homenaje y yo tuve la felicidad de volver a verlo en esa ocasión.

4. LA MATEMÁTICA Y EL CONOCIMIENTO CIENTÍFICO

Nicolas Bourbaki es el nombre de un pequeño grupo de matemáticos franceses. El objetivo de Boubaki fue desarrollar el rigor, la coherencia y la unidad de la matemática. Desde su punto de vista, Henri Poincaré era señalado como un “mal alumno” pues, en su obra, resultaba que las hipótesis de un teorema eran modificadas a lo largo del desarrollo de la demostración...

Bourbaki, a pesar de su crítica injusta a la obra de Poincaré, logró dar mayor unidad a la matemática, pero, simultáneamente, aumentó la separación existente entre la matemática y la física.

Como decía al comienzo, la física me había inspirado una gran desconfianza, hasta que, en 1985 aproximadamente, cambié de opinión al comprender mejor la unidad de las ciencias.

Esta nueva visión se la debo a Alex Grossmann y a Jean Morlet. El primero es un especialista en Mecánica Cuántica, el segundo, un ingeniero. Grossmann y Morlet trabajaban en problemas vinculados a la búsqueda de petróleo y, más precisamente, de la vibrosísmica. Y ellos comenzaron por redescubrir una identidad importante que había sido encontrada por Alberto Calderón veinte años antes. Pero ellos hicieron mucho más que eso: comprendieron que esta identidad proporcionaba un nuevo lenguaje que permitía describir las señales y las imágenes. Ingrid Daubechies, Stephan Mallat y yo íbamos a descubrir a partir de allí los algoritmos numéricos rápidos que permitieron integrar la visión de Jean Morlet en lo que hoy se llama la revolución numérica. Los resultados de estas búsquedas permitieron, por ejemplo, acelerar la transmisión

de imágenes en la web, pero también se aplican en el tratamiento de imágenes médicas. Los operadores que yo había creado siguiendo el programa propuesto por Calderón juegan hoy un rol esencial en dicha revolución numérica.

En este ejemplo, los matemáticos siguieron la ruta trazada por los físicos. Pero hay también ejemplos en el sentido inverso, en los que los matemáticos han sido los profetas. Los matemáticos no están aislados del mundo que los rodea, aún si ellos creen lo contrario. Ellos anuncian a veces el mundo que vendrá.

He aquí un ejemplo de esta capacidad de adivinación de la matemática.

En 1969, cuando era profesor en la Universidad de Paris-Sud me empecé en la resolución de un problema matemático difícil, planteado por Raphaël Salem.

Motivado por este problema, encontré una configuración geométrica notable que es una nueva manera de distribuir pequeños guijarros en un plano. De esta manera, yo había descubierto los cuasicristales, diez años antes de que éstos fueran encontrados en la naturaleza, en química. Los pequeños guijarros representan las ubicaciones de los átomos. Los cuasicristales son actualmente mucho más importantes que el problema propuesto por Salem, pues son ordenamientos moleculares que tienen propiedades físicas notables.

5. LA MATEMÁTICA Y LA AFLICCIÓN HUMANA

Barbara Weiss (la esposa del matemático Guido Weiss) me veía una tarde de 1981 trabajar encarnizadamente en un problema planteado por su marido, y me dijo:

“Yves, si en lugar de trabajar en esas matemáticas que para nada sirven, utilizaras tu inteligencia en aliviar el sufrimiento humano, las cosas irían un poco menos mal en este mundo”.

Ese reproche me hirió, pero continué mi trabajo matemático y, dos días después había resuelto el problema planteado.

Aún hoy, después de transcurridos tantos años, no sé responder a las críticas de Barbara Weiss.

Una respuesta un poco simple y quizás mentirosa sería la siguiente. Sí, yo he podido aliviar el sufrimiento humano. De hecho, gracias al trabajo de todo un grupo de investigadores y médicos, los nuevos métodos de tratamiento de imágenes que Ingrid Daubechies, Stéphane Mallat y yo descubrimos se aplican en numerosos problemas planteados por las imágenes médicas.

Pero esta respuesta es mentirosa, pues lo que yo espero de mi trabajo de matemático es volver a encontrar esa mezcla de miedo, excitación y alegría que siente un niño al buscar el tesoro perdido en una isla misteriosa.

Yves Meyer
Académie des Sciences, Paris



Una vida matemática

por

Alexandra Bellow

Mi vida ha tenido muchas ironías. Para empezar, casi nací en un tren. Fui un bebé prematuro, una “sietemesina”. Mi madre, que estaba en las montañas (los Cárpatos) “tomando el aire” como decían en esos días, tuvo que ser llevada urgentemente en tren a Bucarest, a la clínica de maternidad. Perdí la primera oportunidad de mi vida por unas horas. De haber nacido en el tren habría tenido un pase gratis en todos los trenes de Europa para toda mi vida. Mi padre estaba firmemente contra de la idea de tener hijos, y por una buena razón. Mi madre había tenido tuberculosis, y su caso había sido grave. En aquellos días antes de los antibióticos la tuberculosis era una enfermedad, sobre todo entre los jóvenes, que causaba estragos en la población estudiantil de Europa. Los médicos habían dicho enfáticamente a mi madre que no debía tener hijos, pero mi madre, que era una mujer decidida, tenía sus propias ideas. En fin, cuando llegué tan inesperadamente mi padre, todavía enfadado con mi madre por quedarse embarazada (¡como si él no tuviera nada que ver con ello!), para mostrar su desagrado se puso a acariciar al gato negro y me ignoró completamente. Esto continuó durante varios meses. Un día llegó temprano del hospital donde trabajaba. Yo estaba en la cuna haciendo sonidos bobos de bebé, gu, gu. Mi padre se inclinó sobre la cuna y cambió completamente de opinión. De ahora en adelante te llamarás Gugu, dijo. Desafortunadamente el apodo se me quedó para el resto de mi vida.

Tuve unos padres cariñosos y dedicados, que me protegieron de la turbulencia del mundo exterior y me proporcionaron una niñez feliz y despreocupada. Mis padres eran los dos médicos; mi padre un cirujano del cerebro (de hecho fundó la primera clínica de neurocirugía en Rumanía), mi madre una psiquiatra infantil. No éramos ricos, pero vivíamos confortablemente. En el típico estilo de clase media de aquellos días, teníamos un “personal de ayuda” consistente en cocinero, criada, vieja niñera (que mi madre había heredado de su padre), institutriz y chófer.

Mi madre también estaba fuertemente interesada en educación infantil, particularmente en la enseñanza de la Aritmética. Yo fui una conejilla de Indias voluntaria y entusiasta. No lo sabía en aquel momento, pero ya me había enamorado de las Matemáticas. A medida que crecía recuerdo que el nombre de Hypatia surgía a veces durante la conversación a la hora de la cena. Mi madre era una gran admiradora de Hypatia, esa extraordinaria mujer de la antigüedad que enseñó en la academia de Alejandría. Mi madre hablaba de ella frecuentemente y con reverencia. Lo que mi madre no me dijo (averigüé esto mucho después) es que Hypatia tuvo un final violento y brutal, probablemente porque era una mujer, porque era tan culta y admirada, y porque se atrevió a ser diferente. A propósito de esto, la búsqueda de la belleza y la

verdad en Matemáticas ha captado recientemente la imaginación del público en Estados Unidos. Ha habido al menos cuatro obras de teatro en Nueva York, en Broadway y otros lugares, que tratan sobre matemáticos y las matemáticas. Una de ellas (de Mac Wellman) fue “Hypatia”, dedicada a la vida y muerte de la mujer matemática y filósofa de Alejandría en el siglo V.

Mi madre siempre bromeaba conmigo cuando yo era niña diciendo que el amor por las matemáticas estaba en nuestros genes. Nunca ví a mi abuelo materno (murió un año antes de que yo naciera), pero su imagen se vislumbraba grande en nuestra casa. Él había sido un ingeniero. En los primeros días del pasado siglo había sido destinado a Esmirna, en Asia Menor, y fue encargado por el Pachá de Constantinopla para un proyecto de construcción de autopistas y puentes. También dió clases de matemáticas de secundaria. Mi abuelo creía que tanto los niños como las niñas debían recibir la mejor educación posible. La riqueza, el estatus social, el poder político, pueden ir y venir, barridos por revueltas, guerras, revoluciones, etc. Pero una “mente bien equipada”, como él decía, es algo que nadie puede quitarte.

Sin embargo la pasión por las matemáticas en la parte de la familia de mi madre tenía que tomarse con sentido del humor, porque había Vida fuera de las matemáticas. He aquí una anécdota que viene al caso. Según se contaba en mi familia, mi abuelo materno suspendió una vez a un estudiante en su clase de matemáticas. El estudiante dejó la escuela y desapareció. Muchos años después mi abuelo recibió una carta y un paquete. El antiguo estudiante (ahora un hombre adulto) agradecía a mi abuelo por haberle suspendido; de otro modo habría acabado como un modesto dependiente en la tienda local. En lugar de ello vagó por Asia Menor y finalmente se convirtió en un próspero negociante de alfombras orientales. El paquete contenía una alfombra oriental muy cara como gesto de gratitud. Aquella alfombra, la “alfombra del suspenso”, todavía existe como reliquia de familia.

Mi madre, siguiendo los pasos de su padre, quería ser ingeniero civil, pero en aquel tiempo, al final de la primera guerra mundial, a las mujeres no se les permitía ingresar en el Instituto Politécnico. Mi madre, junto con otras mujeres jóvenes, pidió al ministro de educación que abriera las puertas del Instituto Politécnico a las mujeres. Puesto que no recibió noticias del ministerio, en el otoño ingresó en la Escuela de Medicina (que había elegido en segundo lugar). Pero hubo compensaciones. De no haber ingresado en la Escuela de Medicina no habría conocido a mi padre. Debo añadir que una de mis heroínas mientras crecía fue Mimi, la hermana menor de mi madre (a quien no llegué a conocer), que fue a la universidad a estudiar matemáticas, pero murió joven de tuberculosis. Según la leyenda familiar ella tenía un ritual para el estudio de las matemáticas; primero se ponía su collar de perlas y luego se sentaba a su mesa a estudiar. Era mujer y era matemática: esas dos características no eran incompatibles. Las mujeres habían recorrido un largo camino desde las “feministas nihilistas” de 1860, que tenían que “cortarse el pelo y llevar

vestidos negros porque querían que se las valorase como personas, no como muñecas decorativas con la cabeza vacía” ([2], p. 5).

Mi padre tampoco fue contrario a las matemáticas. Cuando quería relajarse se ponía a trabajar en una integral, a leer poesía o a hacer sus bordados —para mantener sus dedos ágiles para la cirugía.

Yo era una niña durante la segunda guerra mundial, y mis padres hicieron lo posible para protegerme, pero la escasez de alimentos, la sensación de peligro y la inestabilidad política eran muy reales incluso para mí. El país pasó de un régimen profascista durante la guerra a uno comunista después de ella, de una dictadura de la derecha a una dictadura de la izquierda, de un conjunto de horrores a otro. Mis padres eran opuestos a la guerra y bien conocidos disidentes. Eran personas idealistas que soñaban con un país en el que la malaria y la tuberculosis estarían erradicadas, donde los niños estarían adecuadamente alimentados, vestidos y escolarizados, donde la gente recibiría igualdad de oportunidades durante su vida. La doctrina comunista (o quizá Utopía sería un término mejor) prometía todo eso y más. Pero mis padres no se dieron cuenta de que entre la Teoría y la Práctica media un gran abismo. Pagaron muy caro su ingenuidad. Tras la guerra el régimen comunista alcanzó el poder y permaneció en el poder durante 44 años.

Mi padre fue ministro de salud durante el primer gobierno comunista. Murió al año siguiente, en 1946. Tras la muerte de mi padre mi madre fue nombrada en su lugar. Ella trabajó mucho para reparar los daños causados por la guerra, y para restaurar y mejorar la salud pública. Pero dos años más tarde mi madre cayó en desgracia. La campaña contra mi madre alcanzó su clímax a principios de los 50, en la cima del terror estalinista en Rumanía. Yo estaba en mis últimos días de enseñanza secundaria. Hubo rumores de que mi madre podría ser detenida, juzgada y ejecutada. Una de las acusaciones contra mi madre fue que tenía fuertes ligaduras con el oeste: se había atrevido a pedir ayuda a Occidente. Occidente había enviado cargamentos de medicina y comida. Algunos amigos nos abandonaron, los más valientes entraban a escondidas tras el anochecer para un breve visita. Mi madre y yo nos convertimos en parias, intocables. Estoy contando todo esto porque tiene mucho que ver con mi orientación hacia las matemáticas.

¿Cómo era la vida realmente en aquellos días? En casa teníamos que compartir nuestro hermoso apartamento con otra familia con dos niños. En la escuela muchos de mis maestros tenían miedo de hablar conmigo; eso habría sido “políticamente incorrecto” y podría haber tenido graves consecuencias para ellos. Por supuesto hubo excepciones. Estaba la profesora de literatura, que se parecía a la diosa lunar Diana, que me hizo darme cuenta de que las palabras pueden tener su propia magia: cuando leía poesía en clase todo el mundo quedaba embelesado. Y estaba mi profesora de matemáticas, la fabulosa Marta Marini. Ella era la profesora más respetada de la escuela; era estricta, era justa, tenía altas exigencias y, ¡Dios mío!, sabía 32 pruebas del teorema de Pitágoras. Un día, durante lo peor de la campaña contra mi madre, me invitó a la sala de profesores para darme bibliografía. Fue un gesto de gran

valentía por el que quedé agradecida por el resto de mi vida. Su influencia fue importante: me di cuenta de que, entre todas las disciplinas, las matemáticas son quizá la más inmune a las presiones políticas. Eso hizo las matemáticas tremendamente atractivas, incluso más atractivas que antes. “Un matemático –citando a Littlewood ([3], p. 195), uno de los grandes matemáticos ingleses del pasado siglo– tiene que ser honesto en su trabajo, no debido a un sentido de superioridad moral, sino simplemente porque no puede salir adelante con falsificaciones. En las artes –aquí se estaba refiriendo especialmente a los profesores de Oxford– la gente cree que hay una respuesta polémica para todo; nada es realmente *verdad*, y el objeto de la controversia es probar que tu oponente es un tonto. Nosotros (es decir, los matemáticos) escapamos a todo esto”.

Cuando decidí ingresar en la Universidad como estudiante de matemáticas todo el mundo, con la excepción de mi madre, pensó que era una completa locura y una especie de traición. Estaba volviendo la espalda al mundo de la medicina, a la bien establecida conexión familiar, a la maravillosa biblioteca médica en casa, etc. Mi madre –bendita sea– fue la única que entendió y estuvo de mi lado.

Como estudiante de matemáticas también tuve que hacer cursos de astronomía, mecánica y termodinámica. Durante un tiempo me sentí muy atraída por la astronomía. Incluso pensé en hacerme astrónoma: me encantaba mirar las estrellas y pensar en otras galaxias. Pero pronto me di cuenta de que ninguna de esas disciplinas podía competir con las matemáticas en claridad, precisión y elegancia. Al menos no en la forma en que se enseñaban en esa época, a mitad de los cincuenta. La transición de las matemáticas de secundaria al análisis matemático se daba en el primer curso de la universidad. Yo no estaba preparada para la noción de *límite* y el lenguaje ε - δ , realmente tuve que luchar durante el primer semestre, pero quedé fascinada por el poder y la belleza de todo ello. Aún lo estoy. El profesor que me enseñó análisis matemático fue Cassius Ionescu Tulcea. Era un fuera de serie. Sus padres habían perdido su fortuna cuando el régimen comunista llegó al poder y vertió toda su energía y vigor en las matemáticas, lo cual pensé era admirable. Él me eligió. Yo fui ciertamente una buena estudiante, pero políticamente todavía era una especie de paria, aunque socialmente el nombre de mi padre todavía llevaba mucho prestigio. Me sentí halagada, por supuesto, y sí, me enamoré. Él tenía 11 años más que yo, pero la diferencia de edad parecía irrelevante. En cualquier caso, tres años más tarde nos casamos.

Un año después de casarnos mi marido recibió una invitación para participar en un programa especial de dos años sobre análisis funcional organizado en la universidad de Yale en Estados Unidos. Cuando la invitación llegó estábamos más que preparados para salir de Rumanía. Yo acababa de recibir mi título de máster. Me había saltado un año estudiando por mi cuenta con la ayuda de mi marido, hecho los exámenes necesarios y graduado con un año

de anticipación. Conseguir un pasaporte para salir del país no era nada trivial en esos días, pero milagrosamente sucedió.

Lo que más me impresionó cuando llegamos a Estados Unidos fueron las caras sonrientes en la calle. Completos extraños me sonreían, e incluso me decían hola. ¡Qué país tan extraordinario!, pensé.

Pero tuve dificultades para comunicarme con el inglés de Oxford que mi tía me había enseñado en Bucarest. Pronto me dí cuenta de que tenía que desaprender, “desmontar” mi inglés y tirar mucha de la gramática que con tanta dificultad había aprendido. Poco después de llegar en el otoño de 1957 fui admitida en el programa de doctorado en el departamento de matemáticas de Yale, y obtuve mi doctorado en 1959. De entre todos los profesores de Yale encontré que los más difíciles de entender eran los americanos nativos, sobre todo cuando usaban argot. No es sorprendente que acabara eligiendo al profesor Kakutani como mi director de tesis: su inglés consistía en expresiones sencillas no coloquiales, y sus matemáticas eran hermosas. Mis compañeros bromeaban luego diciendo que había aprendido a hablar inglés americano con un tonillo japonés.

El departamento de matemáticas de Yale en esos días era un club masculino por excelencia. Apenas había mujeres en el programa de doctorado en matemáticas y, por supuesto, ninguna en el profesorado de matemáticas. Yo era penosamente tímida y muy consciente de mi inglés, apenas abría la boca. En clase atendía a lo que el profesor estaba diciendo y apenas tomaba notas. Con frecuencia tomaba prestadas notas de uno o dos de mis compañeros y trabajaba mucho en casa. Mis compañeros me toleraban con benevolencia cuando no me trataban con aire protector. Después de dar mi primera charla en clase la actitud empezó a cambiar, y cuando aprobé mi primer examen preliminar me empezaron a tratar con respeto. Después de eso nunca me sentí discriminada en el ambiente universitario por ser una mujer.

El profesor Kakutani (ya famoso por sus teoremas de punto fijo) no aguantaba fácilmente a los tontos ni toleraba la indolencia y el descuido. Si un estudiante tenía que hacer una presentación en el seminario de Kakutani y no se lo había preparado adecuadamente pero pretendía salir adelante, él o ella iba a encontrarse con problemas. Kakutani haría preguntas incansablemente y los argumentos del estudiante se vendrían abajo como un castillo de naipes. Esa era una experiencia que inducía humildad y era también muy educativa. Todo lo que puedo decir es que cuando me tocó el turno en el seminario trabajé endemoniadamente para preparar mi charla.

Por otro lado con los estudiantes que iban en serio Kakutani era extremadamente amable y paciente, generoso con su tiempo y con su aguda perspicacia matemática.

Uno de los pasatiempos favoritos de los estudiantes de doctorado de Kakutani (y había bastantes en esa época) era intercambiar historias sobre su director de tesis. Esto por supuesto perpetuaba y fortalecía la extraordinaria y legendaria personalidad de Kakutani. Estaba por ejemplo la historia de la biblioteca de matemáticas. La biblioteca de matemáticas de Yale había estado

en un penoso estado durante mucho tiempo. Era irritante para el matemático activo en Yale el tener que ir a la biblioteca central solo para encontrar que una revista o libro importante no estaba disponible. Eso era de hecho una desgracia para una gran institución como Yale. Kakutani decidió hacer algo al respecto y se hizo cargo de la biblioteca de matemáticas. Hedlund, que era el jefe del departamento en aquel momento, le dió su apoyo total y carta blanca. El resto fue una cuestión de amor y resistencia. Hubo rumores de que Kakutani incluso gastó dinero de su propio bolsillo. En todo caso la estrategia de Kakutani era simple: insistió en que la biblioteca de matemáticas estuviera situada en el edificio del departamento de matemáticas (el venerable Leet Oliver Memorial), y empezó a pedir un montón de revistas y libros.

Pronto llegaron cartas de los altos administradores para advertir a Kakutani de que había sobrepasado el presupuesto de la biblioteca. Sin embargo si había algo que Kakutani odiaba era responder cartas, así que no era extraño que esas cartas acabaran en la papelera. Finalmente hubo una angustiada llamada telefónica de la administración: “¿Profesor Kakutani?” “Sí”, fue la respuesta. “Profesor Kakutani, ha excedido con creces el presupuesto de este año para la biblioteca, esto no puede continuar”. Según la leyenda, Kakutani al otro lado del hilo telefónico dijo en penoso inglés: “Mí japonés, mí no entender inglés bien” y colgó. Y por supuesto siguió imparable encargando libros. Así es como una biblioteca de primera categoría se construyó en Yale.

Mis años de estudiante en Yale fueron un período de entusiasmo y maravilla. Yo trabajé mucho en mi tesis, había estado atascada por un tiempo y recuerdo el momento en la biblioteca cuando abrí el libro de Bieberbach sobre Teoría de Funciones y me encontré con el teorema de Carlson sobre series de potencias, precisamente el teorema que necesitaba para terminar mi tesis. Fue un caso de descubrimiento fortuito, pero la sensación de entusiasmo, de éxtasis, fue inolvidable. En aquel momento entendí que un matemático no es diferente de un buscador de oro: uno tiene que estar preparado para trabajar mucho, sudar y superar largos períodos de frustración a fin de obtener esas pocas pepitas de oro que iluminan toda tu existencia.

¿Saben cuál era uno de los más serios obstáculos para una pareja con buenas credenciales en los años 60? Era la regla contra el nepotismo. O, como dicen ahora, el problema de los dos cuerpos.

Para complicar más aún las cosas mi marido, Ionescu Tulcea, y yo habíamos trabajado juntos por varios años y habíamos escrito varios artículos conjuntos. Yo había pasado de ser su estudiante a convertirme en su colaborador. Por cierto, yo era muy joven cuando me casé por primera vez. Como era de esperar, cuando empecé a publicar lo hice bajo el apellido de mi marido, Ionescu Tulcea, y establecí mi reputación bajo ese nombre. Ni siquiera me planteé la cuestión.

En un golpe de suerte mi marido y yo conseguimos resolver a principios de los 60 un importante problema en teoría de martingalas. (Sin entrar en detalles técnicos déjenme decirles simplemente que el concepto de martingala en teoría de la probabilidad proporciona un modelo para un juego de azar

justo. Hay también martingalas que aparecen inesperadamente en el mundo artístico. Por ejemplo en la “escultura móvil” de Alexander Calder, como lo señaló el gran especialista Donald L. Burkholder ([1]). J. L. Doob, matemático eminente, fundador de la moderna teoría de martingalas, era la gran figura en la Universidad de Illinois en Urbana en aquel momento. Debió de gustarle nuestro trabajo, porque en 1964 los dos conseguimos excelentes ofertas (es decir, puestos de profesor numerario) de la Universidad de Illinois en Urbana. Nos dijeron que ésta fue la primera vez que la Universidad de Illinois en Urbana había hecho una excepción en su reglamento contra el nepotismo. Si profesionalmente las cosas iban bien, emocionalmente era una historia muy diferente.

Debo ahora saltar adelante en mi narración. El año es 1975, el lugar Chicago. Mi primer matrimonio había terminado después de 13 años, en 1969, pero no antes de que nos hubiéramos mudado de la Universidad de Illinois en Urbana a la Universidad Northwestern en el área de Chicago. Yo me había vuelto a casar. Mi segundo marido era un escritor estadounidense, Saul Bellow. Y ahora estaba bajo la presión de mi ex-marido sobre el hecho de que siguiera usando el nombre Ionescu Tulcea en mis publicaciones. Los dos estábamos trabajando aún en el mismo departamento. Bajo coacción y en beneficio de la paz decidí cambiar mi nombre. Como un acto de fe en mi nuevo matrimonio me lo cambié por Bellow en vez de recuperar mi nombre de soltera. Fue un error. Yo recomendaría a toda joven mujer con una vocación profesional en matemáticas que mantenga profesionalmente su nombre de soltera.

Equilibrar una profesión en matemáticas y el matrimonio con un escritor fue una tarea ardua y exigente. Ciertamente hubo maravillosas recompensas como “descubrir” el lenguaje de Shakespeare y la versión King James de la Biblia, y el encanto de cuento de hadas de la ceremonia del premio Nobel en Estocolmo en 1976. También hubo momentos divertidos. Recuerdo una noche cuando a Bellow y a mí nos invitaron a cenar los profesores becarios de Harvard. Una joven mujer astrónoma preguntó al señor Bellow: “¿Por qué animó a su mujer a abandonar su nombre profesional y a usar el de usted en sus publicaciones?” El señor Bellow quedó un poco desconcertado, pero a él nunca le faltaron las palabras por mucho tiempo, y respondió: “Mi mujer y yo lo discutimos. Puesto que ella trabaja en probabilidad decidimos arrojar una moneda al aire. Si salía cara ella adoptaría mi nombre, si salía cruz yo adoptaría el suyo”. Por supuesto eso terminó la discusión. Pero en gran medida la vida juntos era una experiencia de alta tensión y un estudio de contrastes. Al final los intereses de un escritor y los de una matemática eran tan diferentes que el matrimonio se disolvió en 1985, tras 11 años.

He ido del este al oeste, del viejo mundo al nuevo, he cruzado el puente entre las humanidades y las ciencias, y he pagado mi factura. Si hubo una constante en mi vida fueron las matemáticas.

Cuando trabajaba con ahínco en un problema matemático me apartaba en reclusión por horas. Mis amigos y mi familia bromeaban diciendo: “Alexandra está en su salón comiendo pan y miel matemáticos” (eso venía de una vieja rima infantil tomada de “Mother Goose”). Cuando salía de mi reclusión

matemática con frecuencia bailaba una rutina de taconeo para que la sangre circulara de nuevo y luego iba a mis otras tareas diarias: hacer la compra, preparar comidas, etc.

Yo era uno de los más fieles clientes de la oficina local de correos. No porque me gustara escribir cartas, todo lo contrario. Pero cuando tenía que ir a algún lugar por más de tres semanas enviaba por adelantado varios paquetes o cajas de libros y artículos matemáticos. Ellos me proporcionaban una zona de confort matemático que era esencial para mi bienestar.

Desde luego fui profesionalmente afortunada. Fui afortunada de encontrarme con un número de matemáticos de primera categoría con los que colaboré, y esta red siguió creciendo (en total tengo más de 15 colaboradores). A través de los años he visto ir la investigación matemática de una actividad solitaria a una actividad mucho más social y global. Esta tendencia se debió en gran medida a la aparición del ordenador (Internet), que hizo la comunicación tan fácil. Cuando varios matemáticos se juntan hoy para trabajar en un problema se lanzan ideas unos a otros, y sus diferentes áreas de especialización funcionan juntas de manera sinérgica. El resultado final es muy superior a lo que cada matemático individual habría producido trabajando solo.

Estuve enseñando en la Universidad Northwestern durante casi tres décadas. La universidad tuvo la generosidad de concederme permisos frecuentes, suficientes para pasar tiempo en otras instituciones como la Universidad de Minnesota, el MIT, la Universidad Brandeis, Caltech, UCLA, etc. También he viajado con frecuencia al extranjero, a Francia y España. Fuí profesora visitante en Israel y Alemania, pasé tiempo en dos de mis universidades favoritas, concretamente la Universidad Hebrea de Jerusalén y la Universidad de Gottinga –donde se pueden seguir los pasos de genios matemáticos del pasado como Gauss, Riemann, Hilbert y Noether. Disfruté dando clases y trabajando con estudiantes de doctorado: he tenido nueve estudiantes de doctorado, tres de ellos mujeres.

Personalmente mi vida ha sido interesante (no me puedo quejar), a veces demasiado interesante. Pero hasta que me casé con Alberto Calderón en 1989 mi vida había sido más un fractal que una función suave. La década de los noventa fue una revelación: un buen matrimonio que era compatible con las matemáticas fue realmente posible. Calderón era un príncipe de las matemáticas y un príncipe entre los hombres. Cuando murió hace tres años los matemáticos de Nueva York se referían a él como “el Caballero de la Armadura Brillante”. Calderón y su mentor Antoni Zygmund escribieron muchos artículos juntos, y mantuvieron una duradera y fructífera colaboración. Desarrollaron la *School of Hard Analysis* en la Universidad de Chicago, simplemente llamada *Chicago School of Analysis* o *Calderón-Zygmund School*, que se ha hecho influyente en todo el mundo. Calderón y Zygmund se sentían especialmente orgullosos por haber contribuido al renacimiento de las matemáticas españolas. Ésto se consiguió primero a través del profesor Miguel de Guzmán (que fue estudiante de doctorado de Calderón) y luego a través de los discípulos sobresalientes de Miguel de Guzmán.

Pero debería contarles cómo Alberto y yo nos conocimos y nos hicimos amigos. Él era un profesor en el MIT en 1974. Yo había sido nombrada profesora visitante en el MIT durante el semestre de primavera. Había escasez de oficinas en el MIT. Alberto, como otros profesores famosos, tenía una oficina magnífica y enorme, a la Mussolini. El jefe del departamento de matemáticas le preguntó a Alberto si le importaría compartir su oficina con un visitante. Alberto, siempre un caballero, estuvo de acuerdo. Me gustaría decirles que Calderón era también muy buen “tanguero”- como dicen los argentinos - le gustaba cantar y bailar el tango. Uno de sus tangos favoritos era el tango “Cambalache” (de Enrique Santos Discipolo) que dice:

Que siempre ha habido
maquiavelos y estafaos
contentos y amargaos
valores y dublé...

Hablar con Alberto sobre cualquier problema de matemáticas era uno de los grandes gozos de la vida. Él enfocaba cada problema con una mente fresca y abierta, sin seguir el sendero ya trillado. Su ego nunca se interpuso en la investigación matemática; era lo más puro e inspirador de la búsqueda de conocimiento. El año en que nos casamos y poco después los logros matemáticos de Alberto recibieron amplio reconocimiento. Recibió el premio Wolff de Israel, el Premio de Consagración Nacional de Argentina (su país natal) y la Medalla Nacional de la Ciencia en Estados Unidos (el máximo galardón que se puede conceder a un científico en Estados Unidos). Con frecuencia le preguntaba maravillada: “Alberto, ¿cómo puedes ser tan modesto, tan recatado? ¿Cómo es que toda esta aclamación no se te sube a la cabeza?” Él siempre me daba la misma sencilla respuesta: “Sé lo poco que sé”.

Alberto y yo trabajamos juntos. Escribimos dos artículos juntos. Me retiré de la enseñanza en la Universidad Northwestern en 1997. Me jubilé anticipadamente porque quería pasar más tiempo con Alberto y en las Matemáticas. Teníamos planes para viajar y proyectos matemáticos en los que trabajar. Pero el destino decidió en contra: inesperadamente Alberto enfermó y murió.

Doy por supuesto que todo el mundo en la audiencia es familiar con “La vida es sueño”, que ha visto o leído la obra de teatro. Acabaré con una historia sobre Calderón el Matemático. Esto nos lo contó otro matemático que estaba entonces en el Instituto Weizmann de Israel: en un estante de su oficina estaba el famoso libro de Zygmund “Series trigonométricas”, y junto a él un volumen titulado “Tres piezas de Calderón”. Un distinguido matemático norteamericano (un fan de Alberto) vino de visita, miró al estante y dijo incrédulo: “¿También escribe obras de teatro?”.

Dicen que todos los Calderones del mundo vienen de una única familia en España, de Santillana del Mar. En fin, tengo que decirles que a Alberto Calderón no le importó y además le hizo gracia que le confundieran con su ilustre predecesor del siglo XVI, Calderón de la Barca.

En cuanto a mí puedo decirles que las matemáticas han sido una fuente de gozo a lo largo de mi vida, de consuelo y solaz en tiempos de crisis, de independencia y fortaleza.

Gracias por su atención.

REFERENCIAS

- [1] Donald L. Burkholder, "Boundary value problems and sharp inequalities for martingale transforms", Special Invited Paper, *Annals of Probability*, 1984, vol.12, No3, p.647-702.
- [2] Ann Hibner Koblitz, *A Convergence of Lives: Sofia Kovalevskaja*, Birkhauser, Boston, Inc., 1983.
- [3] *Littlewood's Miscellany*, Edited by Béla Bollobás, Cambridge University Press, 1986, 1988, 1990.

Alexandra Bellow
Chicago, U.S.A.