FERRAN SUNYER I BALAGUER

El Profesor Ferran Sunyer i Balaguer ha sido una figura singular en la matemática de nuestro país. Este número de La Gaceta contiene tres artículos que nos hablan de su personalidad y de su obra matemática:

"Ferran Sunyer i Balaguer (1912-1967) y las matemáticas después de la Guerra Civil" por el profesor Antoni Malet, biógrafo de Sunyer i Balaguer. Este artículo apareció en catalán en el Butlletí de la Societat Catalana de Matemàtiques, Vol. 12, núm. 1, 1997. Pág. 27-50. Agradecemos desde aquí a la Societat Catalana de Matemàtiques y al profesor Antoni Malet por su interés y colaboración.

"El Premio internacional Ferran Sunyer i Balaguer" por el profesor Manuel Castellet.

"Del trabajo de Sunyer i Balaguer y las matemáticas contemporáneas" por el profesor David Drasin.

Ferran Sunyer i Balaguer (1912-1967) y las matemáticas después de la Guerra Civil

por

Antonio Malet

Ferran Sunyer i Balaguer es, sin duda, una figura excepcional. De sus limitaciones físicas a su fuerza de voluntad, del ambiente familiar que le hizo posible trabajar a las condiciones lamentables en que encontró las instituciones científicas de su país, de las publicaciones prestigiosas y los numerosos premios ganados a la modesta categoría científica que alcanzó dentro del Consejo Superior de Investigaciones Científicas (CSIC), de sus numerosos contactos internacionales a su peso marginal dentro de la comunidad matemática española –todos estos contrastes no hacen sino subrayar la excepcionalidad de su vida y su obra. A pesar de este carácter excepcional, como ahora veremos, su biografía nos ofrece un mirador privilegiado sobre la vida de las matemáticas en este país en el pasado inmediato.

LA FAMILIA SUNYER I BALAGUER

Sunyer nació en Figueres, hijo de una estirpe de médicos y dentro de una familia de clase media alta arraigada en esta ciudad. Ferran Sunyer nació con una atrofia casi total del sistema nervioso. Su madre, Ángela Balaguer i Masdevall, se entregó a su educación con una dedicación absoluta. Cuando Ferran tenía dos años, su padre, Ricard Sunyer i Molinas, murió de tuberculosis. Poco después, el cuñado de Ángela Balaguer abandonó a su mujer, Clara Balaguer y a los tres hijos, y desapareció. Clara Balaguer murió poco después, también de tuberculosis. Como hermanos, en casa de la abuela materna crecieron Ferran Sunyer y sus primos, Maria, Angels y Ferran Carbona i Balaguer. Los lazos familiares fueron un punto de referencia ante tanta adversidad –todos los que conocieron a la familia han dado testimonio de forma espontánea de su riqueza moral. La familia Sunyer i Balaguer, así constituida, se trasladó a Barcelona. Económicamente nunca pudo sentirse plenamente cubierto. Especialmente después de la Guerra Civil, la familia de Ferran Sunyer dependió, en buena parte, de los ingresos que él pudiera conseguir como profesional de las matemáticas.

Cuando fue evidente que la parálisis casi total que sufría Ferran Sunyer no había afectado sus facultades intelectuales, su madre se preocupó de cultivarlas. Pero lo que ella le podía enseñar, particularmente en el campo de las ciencias, tenía un límite que pronto alcanzaron. Es entonces cuando fue importante la colaboración del primo mayor, Ferran Carbona i Balaguer (1909-1979), un ingeniero formado en el Instituto Químico de Sarriá. Cuando Sunyer hizo suyos los libros de matemáticas y física que su primo estudiaba en la carrera, éste le proporcionó otros más avanzados, primero a través de la biblioteca del Insituto Químico, y después de la Biblioteca de Catalunya.

En el año 1934 hizo una primera comunicación, que no tuvo ningún efecto, a la Academia de Ciencias de París. Con la segunda, cuatro años más tarde, que acabó publicada en *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences*, comenzó la carrera matemática de Ferran Sunyer. Después de la Guerra Civil, Ferran Carbona (que había aceptado labores de dirección técnica en la Cross controlada por la CNT durante la guerra), se exilió en París. Desde allí, ayudó bastante a Ferran Sunyer a establecer contacto con matemáticos franceses.

La vida cotidiana de Ferran Sunyer era extremadamente regular y ordenada. Sunyer, que tenía una movilidad limitada en los brazos que le permitía pasar hojas o desplazar papeles, no podía escribir. Encerrado en el cuarto de estudio con los libros y papeles que podía necesitar al alcance, de vez en cuando requería la presencia de su madre (de las primas, cuando la madre murió) para dictar notas. Cuando daba un trabajo por acabado, lo dictaba. Las pruebas y los borradores, por tanto, quedaban reducidos al mínimo –por fuerza, Sunyer trabajaba "de cabeza". Era un gran aficionado al ajedrez y, gracias a una prodigiosa memoria visual, podía jugar numerosas partidas simultáneas de memoria.

Sunyer insistió de palabra y dando ejemplo en el valor insustituible del trabajo y la dedicación al estudio. Cuando un periodista le preguntaba qué aconsejaría a aquellos que tienen afición a las matemáticas, la respuesta era trabajar:

> No se me ocurre otra cosa sino trabajar. Estudiar mucho. Sin hacerlo, se puede llegar a situaciones brillantes, pero para conseguir cosas efectivas, sólo hay una fórmula: estudiar. Si hay dotes y trabajo, se puede llegar a algún resultado. Con dotes y sin trabajo, evidentemente no. Y mucho menos en matemáticas, si bien lo que digo vale también, en general, para todas las ramas del saber. (Tele/estel. Año II, núm. 43 (12 mayo 1967), p. 6-7)

Sunyer, al que le gustaba profundamente su masía de Vilajoan y el paisaje del Ampurdán, visitaba a menudo Vilajoan. El veraneo alteraba profundamente su ritmo de vida. Sunyer administraba personalmente la masía y disfrutaba recibiendo allí a sus amigos y entreteniéndolos. Su madre murió en 1955. A pesar de que materialmente nada cambió, sus primas, que no se habían movido de casa, cuidaron de él y le ayudaron de la misma manera que lo había hecho su madre –afectiva y emocionalmente fue un golpe duro.

Ferran Sunyer i Balaguer murió de repente, de un problema cardíaco inesperado, el 27 de septiembre de 1967.

Jacques Hadamard y Szolem Mandelbrojt

A pesar de la Guerra Civil, Sunyer continuó estudiando y trabajando. En diciembre de 1938 (un mes antes de la ocupación de Barcelona por los franquistas) envió dos notas a Jacques Hadamard (1865-1963) con el ruego de que las presentase a la Academia de Ciencias de París, si las encontraba suficientemente interesantes. Sunyer se excusó por posibles deficiencias en la bibliografía haciendo referencia a la guerra: "La guerra de invasión que sufren los pueblos ibéricos no me ha permitido consultar todas las obras y memorias que habría deseado. Excúseme, pues, si encuentra en estas notas alguna falta de documentación" (Sunyer a Hadamard, 13 de diciembre de 1938). Hadamard, una de las grandes personalidades de las matemáticas francesas de la primera mitad de siglo, reaccionó positivamente y envió una de las notas a la Academia (*Sur una classe de transformations des formules de sommabilité*). A pesar de que la otra no la quiso presentar, animó a Sunyer a continuar: "El interés de esta primera nota [. . .] es como para animar a vuestro joven pariente a continuar en el camino de la investigación científica"(Hadamard a Ferran Carbona, 11 de mayo de 1939). Entre 1939 y 1945, Sunyer se concentrará todavía más en las matemáticas y este mismo año (con Ferran Carbona haciendo de intermediario en París), recuperó la comunicación con Hadamard, que había pasado la Segunda Guerra Mundial en los Estados Unidos de América. En estos años comenzó la línea de investigación que le llevaría a algunos de sus resultados más profundos, los que trataban de la existencia de lagunas en las series de Taylor representativas de funciones analíticas que hacen imposible la existencia de valores excepcionales y su extensión a las series de Dirichlet.

Hadamard, que tenía 80 años y ya no trabajaba activamente en el campo de las funciones analíticas, debió pedir a Szolem Mandelbrojt (1899-1983), su heredero dentro de la especialidad y una de las grandes autoridades internacionales del análisis matemático, que evaluase los resultados de la memoria de Sunyer *Sur la substitution d'une valeur exceptionelle par une proprieté lacunaire*. En febrero de 1947 la reacción de Mandelbrojt a la memoria de Sunyer fue extraordinariamente positiva, a pesar de encontrar defectos de forma importantes que impedían publicar el trabajo. Sunyer pagó con un retraso de cuatro años (la versión finalmente publicada en *Acta Mathematica* no fue enviada a la redacción de la revista hasta abril de 1951) su autodidactismo y la falta de contactos directos con los círculos matemáticos profesionales. Mandelbrojt, que hizo llegar a manos de Sunyer unas cuantas monografías y memorias que le permitieron cambiar y mejorar las notaciones, recomendó a Sunyer que resumiese los resultados y los presentara como unas notas para *Comptes Rendus* de la Academia, y que buscase ayuda para rehacer el estilo –tanto del francés como de las matemáticas– de la memoria. Mandelbrojt también se ofreció a subvencionar el trabajo de Sunyer dentro del Centre National de la Recherche Scientifique, si Sunyer se trasladaba a Francia. También escribió una carta de recomendación, que seguramente fue importante para que Sunyer fuese admitido en el CSIC. Finalmente, presentó a Sunyer en la Société Mathématique de France (la sociedad no era de libre adscripción). Esto permitía a Sunyer recibir las publicaciones, entre las cuales estaba el *Bulletin Analytique*, que era importante para la bibliografía. Un año más tarde, en abril de 1948, siguiendo el consejo de Mandelbrojt, Sunyer se convirtió en miembro de la American Mathematical Society, la admisión a la cual era automática por el hecho de ser miembro de la sociedad francesa; como tal, podía recibir los *Mathematical Reviews*, el resumen analítico de la bibliografía internacional que publicaba la sociedad americana.

Un año después de haber establecido los primeros contactos con Mandelbrojt, Sunyer se dirigió, por iniciativa propia, a Jean Favard (1902-1965). La ocasión fue la reacción negativa de Mandelbrojt a una nota (que Sunyer quería publicar en *Comptes Rendus*) sobre funciones casi periódicas. Como no se consideraba un especialista en el tema, Mandelbrojt consultó sobre el valor de los resultados a Favard. Después de hacerlo, decidió que la nota no era publicable –entre otras cosas porque, según Favard, "un estudio así [...] ya había sido hecho" (Mandelbrojt a Sunyer, 24 de octubre de 1948). Este fue un momento delicado en la carrera científica de Sunyer. En abril de este mismo año, el Institut d'Estudis Catalans (IEC) había galardonado a Sunyer con el Premio Prat de la Riba por la memoria que Mandelbrojt y Favard no querían publicar. Si esta valoración era la última palabra, las consecuencias podían ser catastróficas para Sunyer –sus esfuerzos podían ser descalificados como los de un aficionado que había hecho hacer el ridículo a una institución que luchaba por sobrevivir. Después de estudiar los trabajos de Besonov y Favard que Mandelbrojt le había mencionado, Sunyer escribió directamente a Favard y le explicó todo lo que había encontrado. Sunyer podía demostrar que sus resultados ampliaban los publicados por estos dos matemáticos y que en los dos trabajos de Besonov había errores importantes. La respuesta de Favard fue totalmente positiva. Favard, que recomendaba la publicación de la memoria, se congratulaba del hecho de que Sunyer hubiera podido "retomar la cuestión partiendo de un planteamiento nuevo" y evaluaba muy positivamente la amplitud de la clase de funciones caracterizada por la definición propuesta por Sunyer. También tenía comentarios muy positivos para los resultados alcanzados por Sunyer, y preguntas y sugerencias para continuar la investigación (Favard a Sunyer, 22 de diciembre de 1948).

El primer matemático extranjero al que Sunyer conoció personalmente fue Henri Milloux (1898-1980), catedrático en Burdeos, oficial de la Legión de Honor, académico desde 1959 y, después de la Segunda Guerra Mundial, presidente del Consejo Consultivo de Matemáticos que asesoraba al ministro de Educación francés. Al detectar un error importante en uno de los trabajos del matemático francés, Sunyer inició una correspondencia matemática que se prolongaría durante 1952 y 1953. Esta correspondencia contiene referencias a la investigación que permitió a Sunyer publicar las notas *Sur les directions de Borel-Valiron communes à une fonction entière, à ses derivées et à ses integrales successives* y *Sur le théorème de Denjoy-Carleman-Ahlfors* (*Comptes Rendus*, 1953). Aprovechando los fondos, y el interés por tener conferenciantes prestigiosos, del Seminario Matemático, Sunyer invitó a Milloux a dar una conferencia en Barcelona, en otoño de 1952. En Barcelona, Sunyer y Milloux hablaron largamente de matemáticas e iniciaron una relación que traspasó los límites estrictos de las relaciones entre colegas. Por mediación de Milloux, Sunyer conoció a Charles Courtial, profesor en el Liceo Francés de Barcelona y antiguo alumno de Milloux, que le ayudó enormemente desde el punto de vista práctico. En estos años era muy difícil hacer operaciones con moneda extranjera, y Courtial hizo posible que Sunyer pagara las cuotas de la Societé Mathématique de France y las separatas de la casa Gauthiers-Villars (que editaba los *Comptes Rendus* de la Academia).

El Institut d'Estudis Catalans y el Premio Prat de la Riba

En la notable vida de Ferran Sunyer i Balaguer hay unos años que son extraordinariamente remarcables: los primeros años de la postguerra española. En un ambiente de miseria material y espiritual, en unos años de desmoralización profunda para cualquiera que no se identificaba con los ganadores de la Guerra Civil –ciertamente su caso– Ferran Sunyer, aislado, fuera de cualquier institución científica y sin ayuda económica, supo encontrar la motivación y la concentración para hacer investigación matemática. La única facilidad institucional de la que disfrutó durante estos años fue (por permiso especial de los sucesivos directores) el libre acceso a los fondos bibliográficos de la Biblioteca de Catalunya incluso aquellos que estaban excluidos de préstamo, y sin tener que respetar los periodos ordinarios de préstamo. Pero aparte de esto, Sunyer no tenía ninguna vinculación con el mundo de las instituciones científicas.

Sunyer debió comprender bien pronto que le era imprescindible superar esta situación de aislamiento, y para hacerlo escogió el camino de los premios científicos. A finales de 1946 presentó un trabajo a la Académia de Ciències i Arts de Barcelona, por el cual le fue otorgado el Premio Agell en la primavera del año siguiente. Un año más tarde presentó en el Institut d'Estudis Catalans la memoria *Una nova generalització de les funcions gairebé periòdiques* que fue galardonada con el premio Prat de la Riba del año 1948.

Como veremos, Sunyer encontró muy pocas facilidades para alcanzar una situación profesional digna dentro del Consejo Superior de Investigaciones Científicas, a pesar de que se incorporó en 1948.

Sin la experiencia traumática de la Guerra Civil y la destrucción de las instituciones científicas catalanas, es muy posible que la carrera de Ferran Sunyer hubiera sido más fácil y productiva. El Institut d'Estudis Catalans, sin embargo, había quedado convertido en poca cosa más que un símbolo de resistencia. Sunyer colaboró en él de forma importante, sobre todo a partir de 1959, cuando alcanzó la dirección de la Societat Catalana de Matemàtiques. Prácticamente, no obstante, todo lo que el IEC le podía dar en los años terribles del primer franquismo era el honor y el homenaje del Premio Prat de la Riba.

Después de la Guerra Civil el régimen franquista quiso reconvertir el IEC, aprovechar su magnífica infraestructura y su prestigio y desactivarlo como símbolo nacional. Primero, pensando en crear un Instituto Español de Estudios Mediterráneos (que tenía que disponer de la sede del IEC), las autoridades políticas extorsionaron gremios, empresas y particulares para financiarlo. Pero el proyecto y los fondos (más de un millón de pesetas de la época) se desvanecieron. Nadie sabe cómo ni dentro de qué bolsillos. Después, el CSIC intentó absorber el IEC. Pagando un precio muy alto, sin duda, se optó por conservar una institución independiente, aunque falta de toda clase de recursos. Las nuevas autoridades toleraron que el IEC continuara reuniéndose, recibiendo correspondencia, etc, pero le tomaron los locales, la Biblioteca de Catalunya, y le fueron incautados los archivos de material científico y lexicográfico (incluido el fichero de Pompeu Fabra). Jordi Carbonell y Josep Benet han recordado con firmeza con qué crueldad fueron destruidos (cuando no eran expropiados) papeles de la Societat Catalana de Biología, del Servei Metereològic de Catalunya y del Arxiu dels Núvols (que era una colaboración con el *Atlas International des Nuages* de la Comisión Metereológica Internacional). (Bener, 1978, p. 385-386; J. Fabre et al., 1978, p. 151-152.)

Con la ayuda de Puig i Cadafalch y de Duran i Ventosa, el IEC se recogió en un pisito. Lentamente, durante los años cuarenta fue recuperando algunos símbolos de la vida cultural catalana. En Institut se reunía "privadamente", convocaba premios y retomó de tanto en tanto las publicaciones. El catalán prácticamente desapareció de la vida pública y del mundo cultural.

El informe sobre el trabajo enviado por Sunyer dice que éste amplía trabajos anteriores de Bohr, Bochner, Montel y Favard, "y siguiendo en gran parte las huellas de este último, mediante la representación sobre la esfera de Riemann, llega a una construcción efectiva de la teoría de funciones cuasielípticas valiéndose de la generalización hecha por él mismo de algunos teoremas de Liouville". Sunyer recogió el premio en la semiclandestina fiesta de San Jordi de 1948, en la casa particular de Puig i Cadafalch.

Sunyer ganó muchos premios durante su carrera. Además del Agell y el Prat de la Riba, acabados de citar, en 1950 fue galardonado por la Academia de Ciencias de Zaragoza; en 1954 y nuevamente en 1957, por la Academia de Ciencias de Madrid. El CSIC le otorgaría tres premios: dos Leonardo Torres Quevedo en 1952 y en 1955, y el Premio Nacional de Ciencias Francisco Franco, en 1956, dotado con 50.000 pts., una cantidad muy importatne en la época. Como veremos, este premio tuvo un papel clave en la carrera científica de Sunyer. Y finalmente, en 1966, el Martí d'Ardenya del IEC.

Conviene subrayar que los premios eran esenciales como medio de legitimación ante la comunidad académica. Un autodidacta completamente desconectado de los círculos matemáticos profesionales en los inicios de su carrera, Sunyer no contaba con ninguna de las vías tradicionales de acceso a una comunidad científica: aprecio y protección de científicos ya consagrados, colaboración con el director de tesis, relaciones personales con otros miembros de la comunidad. En estas circunstancias, es obvia la repercusión que los premios, sobre todo los de ámbito estatal, podían tener para su carrera profesional dentro del CSIC. Esto explica que la mayoría de los premios los acumulase en los primeros años de su carrera cuando, después de tomar contacto con el mundo oficial de las matemáticas, Sunyer quiso hacerse un nombre. En los cinco años que separan el Premio Agell de la publicación de su artículo en *Acta Mathematica* (1952) podemos decir que Sunyer se convirtió en un matemático de pleno derecho. La expresión apropiada sería "un matemático profesional", pero ésta no describe exactamente su situación precaria dentro del Consejo Superior de Investigaciones Científicas. Para entender el lugar institucional de Sunyer dentro de las matemáticas españolas, tenemos que hablar primero del CSIC.

Matemáticas en el CSIC

El Consejo Superior de Investigaciones Científicas fue creado en 1939, en parte por razones funcionales, en parte por razones políticas y en parte como respuesta a un ideal del saber y de la ciencia de raíces conservadoras y católicas. El régimen de Franco –que se encontró con una infraestructura no universitaria importante, principalmente herencia de la Junta para Amplicación de Estudios e Investigaciones Científicas– disolvió la JAPE y centralizó en el CSIC las competencias de coordinación y dirección de la investigación en todos los campos de saber. La estructura del CSIC ha cambiado profundamente, especialmente con el fin del régimen franquista. Cuando fue fundado, el *Consejo* era una superestructura de la universidad que dirigía y daba apoyo a la investigación hecha esencialmente por universitarios. Como era plenamente legítimo que un catedrático no hiciese investigación –se entendía que la función esencial de la universidad era formar, educar y transmitir conocimientos– el CSIC proporcionaba la superestructura material y económica para aquellos que querían hacerla, que incluía un sobresueldo en forma de "sobrias gratificaciones". El CSIC proporcionaba becarios, ayudantes y bibliotecarios, ayudas para publicar y para celebrar congresos, becas para hacer estancias en el extranjero y para invitar a profesores, etc. Controlando la financiación de la investigación, el CSIC controlaba efectivamente quién, cómo y en qué se hacía investigación.

Originalmente, el CSIC tenía un único instituto dedicado a las matemáticas, el Jorge Juan, dirigido hasta el 1948 por Tomás Rodríguez Bachiller. En 1948 se creó un Instituto Nacional de Matemáticas, englobando al Jorge Juan, el Seminario Matemático de Barcelona y el Departamento de Estadística Matemática (dirigido por Sixto Ríos). El cambio significaba una redistribución de poder significativa. El nuevo Jorge Juan, que contaba con dos "directores honorarios", Rey Pastor y Navarro Borrás, dejaba de controlar el presupuesto y las demandas de personal del grupo de Barcelona y del grupo de Sixto Ríos. En la primera mitad de la década de los cincuenta, se crearon dos departamentos más dentro del Instituto Nacional, el Instituto de Cálculo, dirigido por Rey Pastor, y el Seminario Matemático de Zaragoza.

El Instituto Nacional, dirigido por Rey Pastor desde que fue creado el Instituto de Cálculo, no fue nunca mucho más que un nombre para poder dar a Rey Pastor el título de "director" –y dejar el cargo sin competencias reales de dirección. En la década de los cincuenta, Rey Pastor recuperó una pequeña parte de la influencia sobre las matemáticas españolas que había llegado a tener antes de la guerra. Ésta es la época en la que Ruiz-Giménez impulsó una política de reincorporación de personalidades depuradas, como Arturo Duperier, Boix Selva, Miaja de la Muela o Carmen Castro. Como veremos, Ricardo San Juan y Rey Pastor fueron los aliados más fieles de Ferran Sunyer en sus esfuerzos por conseguir una plaza dentro del CSIC y por hacerse respetar dentro de la comunidad matemática española.

La posición de Rey Pastor dentro de la comunidad matemática española no fue ni mucho menos hegemónica en estos años. Rey nunca quiso jugar a fondo la carta de reincorporarse plenamente al Instituto de Cálculo y al Seminario de Historia de la Ciencia, los centros de investigación creados siguiendo sus sugerencias. Sin su dirección efectiva, y sin los recursos adecuados, los dos centros funcionaron a medias durante unos años y acabaron desapareciendo a final de la década de los cincuenta. Rey Pastor quiso nombrar a Sunyer, juntamente con Ernest Corominas, investigador especial del Instituto de Cálculo pero no consiguió el visto bueno de la "autoridad correspondiente".

Después de la Guerra Civil el mundo de las matemáticas había adquirido su dinámica propia –y el franquismo la había marcado poderosamente. Cuando Rey volvió a España, un grupo de matemáticos –que incluía a Rodríguez Bachiller, Navarro Borrás, Orts y Abellanas y que contaba con el apoyo de Albareda– no estaban dispuestos a ceder poder. Su oposición llegó incluso a boicotear un convenio con la casa Remington, que cedía al Instituto de Cálculo, gratuitamente, un ordenador electrónico UNIVAC a cambio de ciertas contraprestaciones. Básicamente, Remington se reservaba dos horas diarias de uso de la máquina pero Albareda argumentó que la condición "no era compatible con la dignidad del Consejo". (Castro, 1990, p. 202-203.)

El grupo de Abellanas, Navarro Borrás, etc. controló la Sociedad Matemática Española después de la Guerra Civil y las matemáticas en el CSIC durante la década de los cuarenta. En el año 1959 consiguieron liquidar el Instituto de Cálculo, lo reconvirtieron en un departamento del Jorge Juan. Al morir Rey Pastor en 1962, este grupo se convirtió en hegemónico dentro del mundo matemático español.

Incorporación al CSIC

El CSIC subvencionaba la investigación de un gran número de investigadores, pero pocos de ellos eran investigadores numerarios del CSIC. A partir de 1945 y 1947, cuando se crearon las figuras de colaborador e investigador numerario (respectivamente), el CSIC incrementó sus efectivos lentamente, pero hasta mediada la década de los sesenta, las cifras eran irrelevantes. Al acabar 1955, el número total de investigadores y colaboradores numerarios en todos los institutos y centros del CSIC de toda España no llegaba a 155, de los cuales una treintena eran investigadores. Dentro de la jerarquía de la institución, el puesto de estos colaboradores e investigadores era inferior al de los catedráticos que hacían investigación dentro del CSIC. Las plazas de investigador y colaborador por oposición eran una sinecura para individuos que entraron al CSIC al acabar la Guerra Civil por recomendación política, o bien un puesto para esperar la oposición a cátedra, única manera de conseguir una plaza definitiva y (relativamente) bien pagada dentro de la universidad antes de las reformas que introdujeron, en los años sesenta, las figuras de "adjunto" y "agregado" por oposición.

El 20 de enero de 1948 Ferran Sunyer solicitó oficialmente ser nombrado "colaborador" del Seminario Matemático de Barcelona. Sunyer pudo contar con el apoyo y las gestiones del director astrónomo del Observatorio Fabra, Isidre Pòlit i Buxareu (1880-1958) que era uno de los 23 "vocales consejeros" del pleno del CSIC. Con fecha 1 de marzo de 1948, le fue otorgada la categoría académica más baja después de la de becario y un sueldo de 5.000 ptas. anuales, el sueldo mínimo de la universidad.

Dos años más tarde, el director del Seminario Matemático, José M. Orts, solicitó formalmente que Sunyer fuese nombrado investigador adscrito al Seminario "en las condiciones económicas que el Consejo estime adecuadas". La última observación abría las puertas a un nombramiento más o menos honorífico, con un sueldo inferior al que cobraban los investigadores por oposición. Orts hizo este tipo de propuesta más de una vez, y Sunyer se resintió de ello profundamente. Sunyer mantuvo la categoría de "colaborador temporal" pero con un sueldo de 14.000 ptas. anuales.

Durante muchos años los esfuerzos de Sunyer por mejorar su situación dentro del CSIC tuvieron un éxito muy limitado. Finalmente, en 1956, su situación mejoró cualitativamente gracias a la colaboración de dos aliados importantes, Rey Pastor y Ricardo San Juan.

Sunyer conoció personalmente a San Juan en Barcelona en 1952, en unas conferencias en el Seminario Matemático. Los dos apreciaron inmensamente el hecho de encontrar aquello que hasta entonces creían que no existía en los círculos académicos españoles –un colega. Sunyer y San Juan mantuvieron una correspondencia intensa e ininterrumpida desde este momento hasta la muerte de Sunyer, quince años más tarde. Sunyer no conoció personalmente a Rey Pastor hasta 1955, pero dos años antes ya le había pedido una recomendación ante las autoridades del CSIC.

Para engrandecer lo que ahora se diría su "imagen pública", Sunyer utilizó los premios de diferentes instituciones académicas españolas –como hemos visto, ganó muchos, entre 1949 y 1956. Tenemos evidencia de la complicidad y el apoyo de San Juan en muchos de ellos y también la tenemos de la complicidad de Rey Pastor en el más importante de todos, el nacional de ciencias Francisco Franco de 1956. La evidencia que tenemos es fragmentaria y no podemos saber si Rey consiguió primero que le concediesesn el premio Francisco Franco y entonces lo usó ante Ibáñez Martín con el fin de mejorar su status institucional, o si consiguió del presidente las dos cosas a la vez.

En marzo de 1954 Rey Pastor quiso nombrar a Sunyer, juntamente con Ernest Corominas, investigador "especial" del Instituto Nacional de Matemáticas, pero la dirección del CSIC no lo aceptó y alegó, en el caso de Sunyer, que "las normas eran para doctores". Después de esto, y de que Rey Pastor y Sunyer se conocieran personalmente en Barcelona a finales de 1955, Rey Pastor apeló directamente al presidente del *Consejo* y llegó a presentar la dimisión de todos los cargos del CSIC. Finalmente, en abril de 1956, juntamente con el Francisco Franco (dotado con 50.000 ptas.), el Comité Ejecutivo le otorgó durante dos años una beca especial de 60.000 ptas. anuales. Un aspecto interesante de esta historia es el protagonismo personal de Ibáñez Martín, que impuso una solución de compromiso ante la actitud negativa de Albareda y la cúpula matemática del Jorge Juan. Según San Juan, que participó directamente en el proceso, "ha sido estrictamente suya [de Ibáñez Martín] la decisión".

Sunyer reconoció que lo que Rey Pastor y San Juan habían conseguido era mucho, "dados los prejuicios y la escasez de medios", pero no por ésto su situación laboral dejaba de ser precaria. Que San Juan le diera la razón y le hiciese saber que según "las costumbres" del CSIC la renovación de la beca especial sería "casi automática" era un pequeño consuelo. (Es cierto que Sunyer no tuvo problemas para conseguir la renovación.) Como el CSIC no le quería en su plantilla (alegaba que no tenía títulos), a finales de 1956 Sunyer anunció a San Juan que había decidido hacer el bachillerato y obtener los títulos de licenciado y doctor.

La sugerencia inicial, con una oferta de ayuda para facilitarle los contactos con un instituto de enseñanza media, fue de Joan Augé –a quién Sunyer siempre estuvo agradecido por su interés y ayuda. Augé hizo que el director del Institut Maragall se encontrara con Sunyer y, en junio de 1957, sin examinarse de ninguna asignatura, le fue otorgado el título de bachillerato. El título de licenciado lo obtuvo dos años más tarde. A pesar de que algunos catedráticos de la facultad sí que le hicieron examinarse, y un par de ellos se permitieron el lujo de dar aprobados a un premio nacional Francisco Franco, le fue otorgado el Premio Extraordinario de licenciatura. El título de doctor, por culpa de los plazos legales que tenían que separar los dos títulos, le fue concedido en octubre de 1962.

Inmediatamente después de que le hicieron colaborador por concurso, Sunyer pidió ser nombrado investigador. En 1962 el interés de Sunyer no debía ser principalmente económico, porque ya hacía investigación (bien pagada) con un contrato de la U.S. Navy. Pero como cualquier científico creador, Sunyer quería que su valía se reflejase públicamente en la jerarquía institucional. Hizo que Orts solicitase oficialmente que le nombrasen investigador y pidió la ayuda de San Juan en Madrid ante la cúpula del Consejo. Pero una vez más, el Consejo actuó con parsimonia. Por un lado, Sunyer sólo era "colaborador de segunda" y le hacía falta esperar dos años para tener plenamente la condición de colaborador. Por otro, no había "vacante de investigador" en la plantilla. Finalmente, después de muchas cartas suyas y de San Juan, Sunyer fue nombrado investigador del CSIC a finales de noviembre de 1967, pocos días antes de su muerte.

Colaboración con Ernest Corominas

Ernest Corominas fue una personalidad matemática importante en la biografía de Sunyer –tanto como lo fue San Juan, aunque de una manera diferente. En 1953, Corominas y Sunyer demostraron conjuntamente un teorema de caracterización de las funciones polinómicas: si $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es una función infinitamente derivable en $\mathbb{R}$ tal que para todo $x \in \mathbb{R}$ existe un $n \in \mathbb{N}$ (que no es necesariamente el mismo para todo x) tal que $f^{(n)}(x) = 0$, entonces f es un polinomio. En julio de 1959, R.P. Boas Jr. informó a Sunyer de que había incluido la caracterización de los polinomios (que habían publicado en *Comptes Rendus*) en un libro sobre funciones reales que estaba escribiendo. Boas (1912-1992), catedrático en la Universidad de Northwestern, director durante seis años de *Mathematical Reviews* y durante cinco de los *Proceedings of the American Mathematical Society*, era una figura importante de la comunidad matemática norteamericana. Boas conocía bien los trabajos de Sunyer –había reseñado muchos para *Mathematical Reviews*– y fue uno de los matemáticos que le recomendó ante la U.S. Navy. De hecho, Boas no sólo citó y demostró la caracterización de los polinomios de Sunyer y Corominas en su libro, sino que (como señalaba la reseña del *Bulletin of the American Mathematical Society*) la usó como principio organizador, en el sentido de que incluyó todo lo necesario para enunciar y probar este resultado. Su libro, *A primer of real functions* (1960) se convirtió en su libro de texto "clásico", reeditado en 1966, 1972 y 1981.

Ernest Corominas i Vigneaux (1913-1992) era hijo del político nacionalista y ensayista Pere Corominas i Montanya (1870-1939). Oficial de zapadores del ejército republicano, participó en acciones de combate en la batalla del Ebro y fue ascendido a comandante en jefe por méritos de guerra. Después de la guerra marchó a América del Sur donde, gracias a la recomendación de Rey Pastor, fue nombrado profesor titular en la Universidad Nacional de Cuyo, en la sede de Mendoza. Después de la represión universitaria peronista de 1946, volvió a Europa. En París escribió una tesis doctoral bajo la dirección de Arnaud Denjoy. En 1952 volvió a Barcelona. Entre 1952 y 1960 (excepto 1955, que pasó en el Instituto de Estudios Avanzados de Princeton), Corominas luchó por ganarse el respeto de sus colegas españoles, pero fracasó. Corominas pasó los cuatro años siguientes en Caracas, en la Universidad Central de Venezuela. En 1964 volvió a Europa, a una cátedra de la Universidad de Lyon, y se nacionalizó francés en 1966.

En los años que Corominas pasó en Barcelona, el contacto entre él y Sunyer fue intenso y entrañable, y matemáticamente importante, a pesar de que sólo publicaron conjuntamente el teorema de caracterización de polinomios. Valores e ideas compartidas hacían que Corominas y Sunyer se sintieran unidos por algo más que las matemáticas. Desde Venezuela, Corominas evocaba su amistad: "¡Cómo me gustaría tenerlo cerca! No se lo imagina. La mezcla caótica de matemáticas y vida que eran nuestras conversaciones no se vuelve a encontrar fácilmente" (Corominas a Sunyer, 12 de diciembre de 1961). Un sentimiento semejante también lo encontramos expresado en las cartas de Sunyer, y las familias de los matemáticos todavía lo recuerdan ahora.

Sunyer participó en el proceso que llevó a Corominas a una cátedra en Lyon. Como Corominas no era francés, el ministro tuvo que aprobar, después de escuchar a su Consejo Consultivo, la creación de una cátedra extraordinaria por dos años, prolongables por dos más. Corominas contaba, además, con el apoyo del poderoso *lobby* bourbakista. Aun así, para asegurarse de que todo fuera bien, Corominas pidió a Sunyer que le recomendara ante Henry Milloux, presidente del Comité Consultivo.

En Barcelona, entre 1952 y 1960, Corominas vivió una situación económica angustiosa que incidía directamente en su capacidad de investigación. Tampoco encontró un ambiente institucional estimulante, porque las dos personas que controlaban la Sección de Matemáticas y las plazas de Análisis Matemático, José M. Orts y Enrique Linés, le fueron abiertamente hostiles. La Sra. Corominas recuerda: "los celos, envidias y mezquindad" que dominaban el ambiente matemático español de la época como el primer factor que hizo marchar a Corominas[1]. De hecho, Corominas tuvo alguna oportunidad de hacerse un hueco dentro de la universidad española antes de marchar a Venezuela, y cuando ya estaba fuera, al menos en dos ocasiones, Sunyer demostró un interés activo por recuperar a Corominas para la Universitat de

[1] Comunicación personal, 31 de enero de 1994.

Barcelona. No obstante, Corominas consideraba que la manera como trataban a Pi Calleja y al mismo Sunyer indicaba que la forma de evaluar la competencia matemática en España no era la misma que la que se usaba en países científicamente desarrollados. Corominas optó por Francia porque no tenía ninguna esperanza de encontrar en España una institución que le valorase para la investigación: "veo difícil que yo vuelva a España en plan profesional [...] lo que más me hace ver las cosas claras es el trato innoble que Vd. sufre en manos de tantos inquisidores. ¡Es tan absurdo!"(Corominas a Sunyer, 25 de febrero de 1964).

Desde 1964 hasta que se retiró de la cátedra en 1982, Corominas trabajó provechosamente en Lyon, donde creó una escuela importante de álgebra ordinal. Los trabajos y volúmenes que discípulos y colegas le han dedicado han de ser un reproche permanente para todo lo que impidió que Corominas hiciese su labor en Cataluña.

Sunyer y la comunidad matemática internacional

Desde comienzos de los años 50 Sunyer había publicado algunos trabajos bastante importantes en revistas internacionales. Destaquemos, sin contar la decena de notas en *Comptes Rendus* de l'Académie des Sciences de París, el artículo *Values of entire functions represented by gap Dirichlet series*, publicado en 1953 en los *Proceedings of the American Mathematical Society* y, de forma especial, el artículo *Sur la substitution d'une valeur exceptionelle par une proprieté lacunaire*, publicado el año 1952 en *Acta Mathematica*, una de las mejores revistas internacionales. Nos quedan testimonios de que estos trabajos eran leídos y apreciados en Francia y en EUA.

Sunyer fue de los pocos matemáticos españoles que participó en la Primera Reunión de Matemáticos de Expresión Latina, celebrada en Niza, en 1957. El encuentro de Niza reunió unos 140 matemáticos de 14 países, entre ellos Polonia e Israel. La delegación francesa era la más fuerte cuantitativa y cualitativamente: cincuenta y tres matemáticos encabezados por G. Choquet, P. Montel, G. Julia, A. Lichnerovicz, H. Cartan, etc. En Niza (y en general en los primeros encuentros "latinos") se reunió lo mejor de la matemática continental no germanófona.

En Niza, Sunyer conoció personalmente a Szolem Mandelbrojt y otros matemáticos, entre ellos Arnaud Denjoy, de l'Académie des Sciences, quien posteriormente presentaría notas de Sunyer a l'Académie. También conoció a Waclaw Sierpinski, a quien señaló un error no trivial en su libro *Hypothèse du continu* (1934, reeditado en 1956), una obra bien conocida, de referencia, sobre las relaciones entre los problemas de fundamentos y los conceptos básicos de la teoría de funciones reales. Atendiendo a la diferencia de status entre Sierpinski y Sunyer, Mandelbrojt intentó desanimarle cuando Sunyer le explicó que quería hablar con Sierpinski –pero Sunyer insistió. Con más de 600 publicaciones, doctor honoris causa por, entre otras, las universidades de París, Amsterdam, Burdeos y Praga, miembro de las más prestigiosas academias, Waclaw Sierpinski (1882-1969) era indudablemente uno de los grandes personajes de las matemáticas europeas. Juntamente con Z. Janizewski (1888-1920) y S. Mazurkiewicz (1888-1945), fundó la "escuela polaca de matemáticas" — una escuela centrada en los problemas de fundamentos, teoría de conjuntos y sus aplicaciones al análisis y teoría de funciones. La escuela se expresaba mediante la revista *Fundamenta Mathematicae*, creada en 1919.

Según Sunyer, que dedicó una carta a San Juan a explicarle la reunión de Niza, Mandelbrojt presentó Sunyer a Sierpinski, que le escuchó y punto. Pero al día siguiente le contestó, por escrito, diciéndole que al volver a Varsovia estudiaría "detenidamente" el error que Sunyer le señaló y, si era necesario, publicaría una nota de rectificación. Como consecuencia, añade Sunyer, "el prof. Kuratowski se me presentó personalmente" (Sunyer a San Juan, 23 de septiembre de 1957). La nota de rectificación publicada en *Fundamenta Mathematicae* explicaba el papel que Sunyer había tenido en la detección del error y añadía detalles de cómo la guerra y la Gestapo se habían cruzado en el camino de Saks y de Sierpinski: "Stanislav Saks fue asesinado por la Gestapo en noviembre de 1942; sus manuscritos han desaparecido. Por lo que respecta a mí [Sierpinski], he perdido, quemados, mi biblioteca y mis archivos en 1944. [$\cdots$] En cualquier caso, es notable que sólo haya sido detectado el error, 23 años después de la primera edición de mi libro, gracias al Sr. Sunyer Balaguer." (*Fundamenta Mathematicae*, 46, 1958, 117-121, p. 118).

Sierpinski tuvo la cortesía de enviar el artículo a Sunyer antes de publicarlo, y le envió algunas separatas. Sunyer y Corominas las estudiaron e, ignorantes de algunos trabajos recientes, atacaron problemas que ya habían sido resueltos. En 1951, Sierpinski se había preguntado si, siendo ϕ y ψ tipos de orden,

$$\phi^2 = \psi^2 \Rightarrow \phi = \psi$$

Corominas había demostrado que no, y había encontrado un contraejemplo. Sierpinski les informó de que A. C. Davis ya había publicado la respuesta negativa y les confirmó que el contraejemplo de Corominas era el mismo que él y Davis habían encontrado. Por otra parte, Sunyer había probado que

$$\phi^2 = \psi^2 \Rightarrow \phi \text{ y } \psi \text{ son equivalentes en sentido de Fraïsse}$$

Sierpinski encontró "nuevo e interesante" el resultado, que es la base del artículo de Sunyer *Sur les types d'ordre distints dont les n-iésimes puissances sont equivalentes*, y le hizo el ofrecimiento de publicarlo en *Fundamenta Mathematicae* (Sierpinski a Sunyer, 22 de enero de 1958). Esto hizo que Sierpinsi comunicase a Sunyer unas cuantas conjeturas sobre ordinales. En 1958 Sunyer (por encargo del Seminario Matemático) le solicitó un artículo para *Collectanea Mathematica*, y Sierpinski contribuyó con un pequeño trabajo. Un año más tarde envió otro en colaboración con un estudiante.

Después de Niza, Sunyer continuó recibiendo demandas de separatas de los EUA y de Francia, pero también de Italia y de la India. En 1959 y 1960, R.P. Boas Jr., editor de los *Proceedings of the American Mathematical Society*, pidió a Sunyer que hiciese de *referee* para la revista. En 1956 comenzó una correspondencia intensa, que duró hasta 1960, entre Sunyer y Archibald J. Macintyre (1908-1967), que había escrito reseñas sobre artículos de Sunyer para *Mathematical Reviews*. Macintyre enseñó en la Universidad de Aberdeen (Escocia), hasta el verano de 1958 y después en la Universidad de Cincinnati, donde fue el *Charles P. Taft Professor of Mathematics*. En 1960, al morir su mujer tras una enfermedad que se desarrolló rápidamente, la correspondencia se interrumpió. Al reanudarse, tres años más tarde, fue escasa y falta de contenido matemático.

Macintyre envió a Sunyer trabajos suyos y de estudiantes que acababan la tesis, que fueron publicados en *Collectanea Mathematica*. También le envió enunciados de resultados o conjeturas, que provocaron respuestas del mismo tipo por parte de Sunyer. En enero de 1959 Macintyre le envió el siguente resultado:

> Si $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ es regular en D, y si $c_n = 0$ para $n_k \leq n \leq \lambda n_k$, entonces hay *sobreconvergencia* en un D_λ que $\to +\infty$, al menos cuando D es todo el plano cortado por $1 \leq z \leq +\infty$. (Macintyre a Sunyer, 11 de enero de 1959).

Sunyer, que encontró este resultado "bastante interesante", le envió rápidamente un resultado consecuencia de éste. Macintyre no pudo probar el resultado que le había enviado a Sunyer y lo publicó como conjetura. Entonces Sunyer informó a Macintyre de que tenía una demostración "en cualquier dominio D". Al recibir la demostración, Macintyre le envió la suya, reconociendo que "está claro que [mi] método no puede dar fácilmente el resultado contenido en su última carta". Macintyre le pedía a Sunyer que le publicase su trabajo en *Collectanea*, y se ofrecía a preparar él una versión en limpio del trabajo de Sunyer (*A theorem on overconvergence*) para enviarlo directamente a los *Proceedings de la AMS* –a lo cual Sunyer le dio conformidad. (Macintyre a Sunyer, 17 de julio de 1959; Sunyer a Macintyre, 9 de agosto de 1959.)

Desde que llegó a los EUA, Macintyre domostró interés por conocer la disponibilidad familiar y personal de Sunyer para visitar alguna universidad norteamericana. Cuando Sunyer le recordó que los salarios españoles eran muy bajos para hacer frente a los gastos de los viajes (aparte de la estancia), Macintyre le contestó con datos sobre salarios, impuestos y precios de billetes de avión para demostrarle que, si conseguía un trabajo, no tendría que preocuparse económicamente. Macintyre, que ya había hablado con los matemáticos de una institución próxima a Cincinnati donde había vacante un *research professorship*, envió a Sunyer una lista de preguntas e instrucciones detalladas relacionadas con un posible desplazamiento a los EUA. En particular, le preguntaba si las autoridades de la universidad estarían de acuerdo en un intercambio de profesores. (Macintyre a Sunyer, 11 de enero de 1959.) Pero, como Sunyer le explicó a San Juan, "la Universidad de Barcelona me ha dicho que esto era imposible puesto que no tenía fondos" (Sunyer a San Juan, 28 de febrero de 1959). El tema de la invitación de Sunyer estaba todavía por decidir cuando la muerte de la mujer de Macintyre interrumpió la correspondencia.

Macintyre murió cuando sus discípulos y amigos le preparaban un volumen de homenaje, los *Mathematical Essays Dedicated to A.J. Macintyre* (publicado finalmente en 1970). El libro contiene la que sería la última y póstuma publicación de Ferran Sunyer i Balaguer.

INVESTIGACIÓN PARA LA U.S. NAVY

En 1946 y como consecuencia directa del éxito indiscutible del uso de la ciencia con objetivos militares durante la Segunda Guerra Mundial, el Ministerio de la Marina (Department of the Navy) de los EUA creó la Office of Naval Research (ONR). Esta agencia fue, hasta la segunda mitad de los sesenta, la principal institución del gobierno de los EUA que financiaba y daba apoyo a la investigación científica universitaria. Las ayudas a la investigación básica eran otorgadas en campos científicos preseleccionados, pero definidos de forma muy amplia. La ONR reclutó científicos altamente cualificados y en activo, y les dio autonomía total para financiar, seleccionar y evaluar los proyectos de investigación que les eran enviados. Cuando estos proyectos eran de investigación pura, la ONR animaba a los investigadores a "comunicar sus ideas a sus colegas y publicar sus resultados en revistas científicas de prestigio". Apreciada y altamente valorada por la comunidad académica, la ONR financió la investigación básica de gran calidad.

No sabemos exactamente quien puso en contacto a Sunyer i Balaguer con los americanos, pero podría haber sido Sixto Ríos o, más probablemente, San Juan, que hacía investigación financiada por la US Air Force. Antes de considerar su proyecto de investigación, la ONR solicitó informes confidenciales sobre Sunyer a R.P. Boas Jr. y A. Macintyre. Además, Sunyer les envió una carta de referencia de Szolem Mandelbrojt. El verano de 1961, Sunyer les propuso, y le fue aprobado, un presupuesto de 164.500 ptas. por un contrato anual por una investigación titulada *Aproximacions de funcions per combinacions lineals d'exponencials*. Sunyer hizo investigación financiada por la Navy con contratos de presupuesto similar hasta el momento de su muerte. En enero de 1967, Leila D. Bram (directora de la rama matemática de la ONR) le sugería que renovase el contrato y añadía que estaban muy satisfechos con su colaboración científica (Bram a Sunyer, 17 de enero de 1967). Los numerosos elogios que los responsables de la ONR enviaron a Sunyer hay que interpretarlos como algo más que una pura fórmula de cortesía por el hecho de que, sistemáticamente, la ONR invitó a Sunyer a renovar los contratos antes de que acabaran.

La ONR establecía contactos personales con los científicos a los cuales financiaba la investigación. Sunyer recibió una de estas visitas en 1961 y la otra en 1964. El contrato de investigación obligaba a Sunyer a redactar informes trimestrales y anuales. Los informes anuales eran distribuidos a una cincuentena de especialistas e instituciones. En cambio, los informes trimestrales tenían carácter interno y confidencial, y la Navy se comprometía a no hacerlos circular sin autorización previa del autor. La principal finalidad de estos informes "de progreso" en la redacción de los cuales los científicos eran animados a ser "informales" era mantener la ONR "en contacto estrecho e informada de los progresos recientes".

En la reunión de Oberwolfach (1965), Sunyer explicó algunos de los primeros resultados en la investigación financiada por la Navy, y los publicó en el artículo *Approximation of functions by linear combinations of exponentials* (*Collectanea Mathematica*, 1965). Muchos de los resultados de la investigación financiada por la Navy a partir de 1963 fueron recogidos en la memoria que ganó el Premio Antoni Martí i Franquès, del IEC, el año 1966, *Sobre un espai de funcions enteres d'ordre infinit*. Otros resultados de esta investigación fueron publicados en el artículo póstumo de 1970.

Oberwolfach y otros contactos con la comunidad internacional

En 1962 Mandelbrojt propuso a Sunyer escribir un texto con las contribuciones recientes sobre series de Dirichlet hechas por Mandelbrojt, Sunyer y algunos discípulos de Mandelbrojt (Mandelbrojt a Sunyer, 15 de enero de 1962). Sunyer aceptó de buen grado. Los preparativos de la monografía recibieron lo que parecía que tenía que ser el impulso definitivo el mes de abril de 1962, cuando Mandelbrojt visitó a Sunyer en Vilajoan y entre ambos acordaron un plan bastante detallado del libro y del reparto del trabajo.

Sunyer hizo progresos sustanciales por su parte –posiblemente al morir ya había escrito una primera versión de todo o al menos de una parte considerable de lo que le tocaba hacer. Pero Mandelbrojt fue posponiendo la redacción de su parte y la (muchas veces anunciada) visita a Barcelona para poder hablar en profundidad del libro teniendo delante algún tipo de borrador. A partir del verano de 1964 el libro desaparece prácticamente de la correspondencia, a pesar de que Sunyer y Mandelbrojt la continuaron. Mandelbrojt, que nunca explicó por qué no redactaba su parte, acabó publicando un libro con el título *Séries de Dirichlet. Principes et Méthodes* (París, 1969). Es remarcable, y constituye un detalle poco generoso, que su libro no contenga ni una sola referencia al proyecto en el cual Sunyer y él estuvieron embarcados –y en el cual Sunyer había enterrado muchas horas. Las únicas referencias de Mandelbrojt a Sunyer se encuentran dentro de las notas bibliográficas que forman el capítulo X, donde Mandelbrojt incluye un comentario elogioso sobre la importancia de cuatro trabajos de Sunyer citados en la bibliografía general del libro. Según Mandelbrojt, Sunyer, en estos trabajos, "ha generalizado profundamente la desigualdad del autor sobre las series adherentes dirigiéndola, con algunas ideas nuevas concernientes a la "precisión logarítimica (de la adherencia) a los polinomios de Dirichlet –polinomios adherentes". Los resultados a los que hace referencia Mandelbrojt son, como él mismo subraya, "largamente utilizados en el resto del libro" (Ibid, p. 157).

En los últimos años de su vida, los contactos de Sunyer con la comunidad matemática francesa se consolidaron y ampliaron. Paul Malliavin (n. 1925), a quien conoció personalmente en Florencia en 1961, dio unas conferencias en Barcelona invitado por Sunyer. En Barcelona, Malliavin y Sunyer hablaron largamente de matemáticas y, como en el caso de Henry Milloux, la relación profesional ganó una componente personal importante. En 1965, Jean Pierre Kahane, profesor de la Sorbona, recomendó a Sunyer una estudiante suya, A. Baillette, que enseñaba matemáticas en Perpiñán. Sunyer preparó una invitación para Kahane del Seminario Matemático, que fue aceptada, pero que algunos imprevistos impidieron que se materializase antes de la muerte de Sunyer. Baillette visitó varias veces a Sunyer en su piso de Les Tres Torres. Sunyer, que le propuso varios problemas, estaba muy contento de su trabajo. Su colaboración quedó interrumpida por la muerte de Sunyer.

Sunyer fue invitado a presentar un trabajo en la Reunión sobre Análisis Armónico y Transformadas Integrales organizada por el Instituto de Investigación Matemática de Oberwolfach en agosto de 1965. Esta reunión convocó a una treintena de especialistas de todo el mundo, entre ellos R.A. Askey (Winconsin), H. Berens (Aachen), S. Hortman (Varsovia), A. Dinghas (Berlín) y A. Zygmund (Chicago). El trabajo de Sunyer, *Approximation de fonctions par sommes d'exponentielles*, caracterizaba la clase de funciones que pueden ser representadas en una semibanda, con una b-precisión logarítmica suficiente, por sumas de exponenciales para cualquier dirección dada de la semibanda.

La escuela que no pudo existir

En los años sesenta Sunyer comenzó a tener lo que podríamos llamar, en un sentido no muy estricto, discípulos. Al lado de jóvenes matemáticos franceses como Y. Meyer, H. Mascart y Baillette, que recibían de Sunyer la ayuda de comentarios críticos y sugerencias, los indios P.W. Kamthan y A.R. Reddy fueron los matemáticos que más aprovecharon la autoridad y el prestigio de Sunyer. En 1962, Kamthan, un profesor de matemáticas en el Birla College de Pilarni (India), envió a Sunyer un artículo dirigido a *Collectanea Mathematica* -que fue seguido de otros artículos para *Collectanea* y para la *Revista Hispano-Americana de Matemáticas*. Sunyer sometió los artículos a una crítica rigurosa y los "mejoró" todos. A principios de 1963 Kamthan quiso conseguir ayuda económica para poder estudiar con Sunyer en Barcelona. Sunyer hizo toda clase de esfuerzos para conseguirle una beca. Se dirigió a la Fundación March, a la Fullbright, a la universidad y al CSIC. Pedro Abellanas, director del Instituto Jorge Juan, pidió un CV de Kamthan y su proyecto de investigación. Esto era en marzo de 1963. Sunyer hizo de intermediario para que los papeles de Kamthan llegasen sanos y salvos al presidente del CSIC. En la Reunión de Matemáticos Españoles celebrada en Valencia unos meses más tarde, Sunyer habló del asunto con el secretario del Jorge Juan. Durante meses Sunyer repitió a Kamthan que había insistido y vuelto a escribir pero que no le constestaban. La respuesta negativa llegó finalmente en enero de 1965. Sunyer, en este tiempo le escribió cartas de referencia para que Kamthan solicitara un puesto de trabajo en la Universidad de Punjab (India). Finalmente, Kamthan ganó una beca posdoctoral del National Research Council de Canadá, y acabó enseñando en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Waterloo (Ontario).

En abril de 1965, A.R. Reddy, un estudiante del Ramanujan Institute of Mathematics de la Universidad de Madras (India), inició correspondencia con Sunyer y le envió un artículo para la *Revista Hispano-Americana*. Poco después, la Universidad de Madras le pidió a Sunyer, y éste aceptó, que hiciera de *Chief examiner* de la tesis doctoral de Reddy. Como tal, le correspondía proponer un coexaminador para calificar, entre los dos, la tesis. A propuesta de Sunyer, Gil Azpeitia fue nombrado coexaminador. Sunyer recibió, corrigió y mejoró unos cuantos trabajos de Reddy para *Collectanea* y la *Revista Hispano-Americana*. Como en el caso de Kamthan, Sunyer escribió cartas de referencia cuando Reddy solicitó un puesto de profesor en la Universidad de Manitoba y, al año siguiente, en la Universidad de Calgary (las dos en Canadá). Reddy también quiso venir a España a estudiar con Sunyer, pero se lo impidieron las mismas dificultades que impidieron la visita de Kamthan.

Contribuciones lingüísticas

Cuando murió, Ferran Sunyer era vicepresidente de la Societat Catalana de Ciències y director de su Sección de Matemáticas. Dentro de la Societat colaboró tanto como pudo en la modernización del léxico matemático catalán. Para hacer justicia a la personalidad de Sunyer, tenemos que añadir que su interés por las cuestiones lingüísticas era universal –podríamos decir que era una expresión del gusto por "las cosas bien hechas".

Sunyer también tuvo que introducir algunos términos matemáticos modernos al español y lo hizo con la misma preocupación para encontrar la palabra precisa y adecuada que cuando redactaba entradas para el diccionario del IEC.

En 1954 Sunyer tuvo que traducir *cercle de remplissage* para una memoria que quería presentar al concurso de la Academia de Ciencias de Madrid. Después de consultar diccionarios y reflexionar, sugirió a San Juan *círculo de repleción* porque "la traducción *círculo de relleno* me pareció algo culinario, y círculo de recubrimiento creí que se prestaría a confusiones"[2].

Los documentos más interesantes que conservamos relativos a la preocupación de Sunyer por el léxico matemático hacen referencia a la familia de términos que hoy designamos por *cota* y sus derivados. En un primer momento, Sunyer optó por *acotat* y después por *bornat*. Esta es la palabra que usó en

[2] Sunyer a San Juan, 25 de abril de 1954.

1948 en la memoria que ganó el Prat de la Riba y una palabra que el IEC rechazó. Después de hacer un estudio comparativo con el francés, inglés, alemán, español e italiano, Sunyer propuso, finalmente, la solución que ha perdurado[3].

SUNYER Y LA COMUNIDAD MATEMÁTICA

Una de las características de las relaciones entre Sunyer y la comunidad matemática española es el papel determinante que tuvo Ricardo San Juan. Dicho brevemente, San Juan fue el único vínculo real que unió a Sunyer con la comunidad matemática española y el único colega (en el sentido estricto de este término) que encontró en ella. Sunyer y San Juan sólo se vieron personalmente dos veces. Cuando se conocieron en Barcelona en 1952 y una segunda vez en El Escorial en 1960, cuando Sunyer participó en Madrid en la Reunión de Matemáticos Españoles. La importante correspondencia que nos han dejado, que va sin interrupción desde 1952 a 1967, es testimonio de la colaboración y entendimiento profesional que unió a estos dos matemáticos. Aparte de intercambiar sugerencias y problemas matemáticos, Sunyer y San Juan se explicaban cotilleos de la profesión y se ayudaban enviándose memorias y libros que no se podían conseguir fácilmente en sus ciudades.

A pesar de que San Juan (como él decía) nunca fue "director de nada", durante muchos años, su altura científica, sus credenciales políticas inmaculadas (desde el punto de vista de las autoridades franquistas) y su amistad con Rey Pastor, le dieron una capacidad de influencia nada desdeñable, especialmente en los años 1940-60. En los cincuenta, cuando su influencia y autoridad eran más grandes, éstas eran esencialmente de carácter indirecto y moral –y no el resultado de ocupar cargos decisivos.

San Juan siempre se esforzó tanto como pudo en explicar y avalar los méritos de Sunyer ante las autoridades del CSIC. Aunque nunca estuvo en los círculos decisorios del Ministerio o el CSIC, siempre que hizo falta, escribió cartas a personajes influyentes o fue a verlos, para conseguir becas, premios o para mejorar la situación administrativa de Sunyer –y muchas veces su intención fue bien efectiva.

Para valorar adecuadamente el lugar de Sunyer dentro de la comunidad matemática española es importante tener presente el aislamiento real de los matemáticos españoles en conjunto. Por una lado, la presencia española es muy escasa en los congresos internacionales de matemáticos de la época. Entre los más de mil participantes en el de 1950 (primero después de la Segunda Guerra Mundial), sólo había cinco que representaban a España. En el siguiente congreso (Amsterdam, 1954), el número de participantes superaba los dos mil pero sólo ocho eran españoles. El peso de la participación española fue semejante en el congreso de Edimburgo de 1958. Y también era similar en las primeras reuniones de matemáticos de expresión latina entre 1957 y 1965.

[3]Sunyer a Aramon, 9 de junio de 1949.

Otro índice del peso marginal de la matemática española dentro del contexto internacional es el pequeño número de publicaciones de autores españoles reseñados en *Mathematical Reviews* y, en particular, el todavía más pequeño número de publicaciones en revistas no españolas o iberoamericanas. Puesto que es muy difícil evaluar el factor calidad, contar las publicaciones es siempre un ejercicio dudoso. Un artículo bueno puede ser, solo, inconmensurablemente más importante que un centenar de artículos mediocres. Es difícil encontrar, además, una manera objetiva de determinar qué es lo que se quiere contar y cómo contarlo[4].

Tabla 1. *Número de publicaciones reseñados en Mathematical Reviews, 1940-1972*

Número de trabajos	1-10	11-20	21-30	31-40	41-50	51-60	61-70
Autores	13	9	7	3	2	2	1

Todo esto hace imposible comparar cuantitativamente la importancia individual de dos o más autores. No obstante estas limitaciones, sí que parece posible utilizar una aproximación cuantitativa a las publicaciones de un colectivo de matemáticos. Con el objetivo de ofrecer una primera caracterización de la difusión de las contribuciones matemáticas españolas dentro de la comunidad internacional, hemos hecho un recuento estadístico de la producción de 37 matemáticos españoles activos en la posguerra.

El recuento se ha hecho a partir de los *Mathematical Reviews* publicados entre 1940 y 1972. Si bien los *Mathematical Reviews* no citan todas las publicaciones de los matemáticos seleccionados, sí es cierto que contienen todas las publicaciones relevantes desde el punto de vista de la investigación. Los volúmenes de los *Mathematical Reviews* se convirtieron en este periodo en la herramienta de referencia básica para los matemáticos de todo el mundo. El número de publicaciones periódicas y no periódicas que cubrían era extraordinariamente grande y no dejaban de reseñar ninguna publicación recibida de un matemático profesional. Todas las revistas matemáticas españolas, así como las publicaciones matemáticas de las academias de Madrid, Barcelona y Zaragoza, eran rutinariamente reseñadas.

[4] A la hora de determinarlo, se encuentran dos clases de obstáculos materiales y conceptuales. El obstáculo material es la dificultad de obtener listas fehacientes de las publicaciones de los autores considerados. Este es un obstáculo menor comparado con la dificultad de aclarar cómo contar estas publicaciones: ¿hay que contar una necrológica o una nota histórica como un artículo de investigación? ¿Hay que contar la traducción de una artículo a otra lengua? ¿Hay que contar un libro como si fuese un artículo? Los tres volúmenes de Rey Pastor-Pi Calleja-Trejo, ¿hay que contarlos por uno o por tres? Un trabajo escrito en colaboración, ¿hay que contarlo dos veces? ¿Hay que contar la reedición de un libro? etc...

El número de publicaciones de los 37 matemáticos seleccionados reseñadas en los *Mathematical Reviews* se distribuyen según los datos de la tabla 1[5]. La tabla 1 indica que a 13 matemáticos les fueron reseñadas entre 1 y 10 publicaciones, etc. Ricardo San Juan, con 66 publicaciones reseñadas, es el matemático más productivo. Sunyer, con 41 es uno de los dos matemáticos del intervalo 41-50. Otros matemáticos con un alto número de publicaciones son Sixto Ríos (con 59), Rodríguez Salinas (57), Cuesta Dutari (47), Abellanas (39), Gaeta (34) y Antoni Plans (33). Por tener un punto de referencia, los *Mathematical Reviews* citan 125 publicaciones de Lluís Santaló, exiliado en Argentina y posiblemente el matemático catalán más importante de este siglo.

La mayoría de las publicaciones que componen las cifras de la tabla 1 eran en español y aparecieron en revistas poco y mal conocidas. Una manera de refinar cualitativamente su valor es considerar el número de publicaciones que tenían un acceso directo a la comunidad internacional.

TABLA 2. *Número de trabajos reseñados en Mathematical Reviews, 1940-1972 publicados en lengua no ibérica.*

Número de trabajos	0	1-5	6-10	11-15	15-20	21-25
Autores	16	13	3	1	2	2

La tabla 2 contiene, para los mismos matemáticos, el número de trabajos reseñados en *Mathematical Reviews* y publicados en una lengua no ibérica (otra opción sería contar el número de trabajos publicados en una revista norteamericana o europea no ibérica, o en un libro publicado fuera de la península Ibérica. Los resultados obtenidos se parecen mucho en ambos casos. De hecho son casi idénticos para todos los matemáticos aquí considerados, con la excepción de dos de ellos)[6].

[5]Estas cifras han sido elaboradas por el autor a partir del 20-*Volume Author Index of Mathematical Reviews* 1940-1959 (2 vol. Providence, RI: American Mathematical Society, 1974) los 37 matemáticos seleccionados, además de Ferran Sunyer son: P. Abellanas, R. Aguiló, G. Ancochea, J. Augé, M. Balanzat, J. Botella, R. Cid, E. Corominas, N. Cuesta Dutari, A. Dou, J.-J. Etayo, B. Frontera, F. Gaeta, A. Gil Azpeitia, E. Linés, R. Mallol, F. Navarro Borrás, J. Ninot, R. Ortiz-Fonaguera, J.M. Orts, P. Pi Calleja, A. Plans, P. Puig Adam, D. Ramírez Duró, J. Rey Pastor, S. Ríos, T. Rodríguez Bachiller, B. Rodríguez Salinas, R. Rodríguez Vidal, F. Sales, R. San Juan, Sancho Guimerá, Sancho San Román, J. Teixidor, J. Vaquer y E. Vidal Abascal.

[6]Las excepciones son San Juan y Rodríguez Salinas. San Juan, que en los años sesenta publicó unos cuantos artículos en inglés y francés en revistas españolas, tiene 23 trabajos en una lengua no ibérica pero sólo 14 de ellos publicados en revistas no iberoamericanas. Los números respectivos para Rodríguez Salinas, que publicó algunos artículos en español en revistas italianas, son 5 y 8.

La tabla 2[7] nos dice que, en un periodo de más de 30 años casi la mitad de los 37 matemáticos seleccionados no publicaron ningún trabajo en una lengua no iberoamericana, y que sólo 8 de estos matemáticos publicaron más de 5 trabajos fuera del ámbito iberoamericano. Para mantener el punto de referencia dado anteriormente, digamos que Santaló publicó en este periodo 30 trabajos de estas características.

Un hecho interesante que las tablas 1 y 2 no dejan ver, es la existencia de un número importante de autores "autárquicos": autores que son muy productivos o medianamente productivos en la tabla 1 (en el mercado español), pero que no publican ningún o muy pocos artículos en una lengua extranjera. Casos extremos son Cuesta Durati (de 47 artículos, sólo 1 no es en español), Abellanas (39 y 5), Botella (27 y 0), Orts (26 y 0), Plans (33 y 1), Etayo (18 y 0). Estos autores son una anomalía respecto a lo que ha sido observado en otros países periféricos, donde la productividad siempre va muy ligada a la integración internacional[8].

Ferran Sunyer, con 17 trabajos en inglés y francés, es uno de los cuatro matemáticos al frente de la tabla 2. Los otros son San Juan (con 23 trabajos), Gaeta (23) y Ancochea (17). Los otros matemáticos que publicaron más de 5 artículos en lenguas no ibéricas son Gil Azpeitia (12), Sixto Ríos (6), Ernest Corominas (6) y Manuel Balanzat (6).

La personalidad y las biografías de estos matemáticos son importantes para entender el funcionamiento de la comunidad matemática española. Corominas tuvo que marcharse en 1960. Balanzat y Gaeta también acabaron enseñando al otro lado del Atlántico. Gil Azpeitia (n. 1922) defendió en 1952, una tesis dirigida por San Juan, pero éste reconoció a Sunyer que "fue poca mi labor porque se lo hizo todo él. Habló con él llorado Valiron una vez en París y le dijo que era buena la orientación que llevaba"[9]. Después de una visita a París (sugerida por Rodríguez Bachiller), que le decepcionó por "la falta de dirección allí para la investigación", en 1955 marchó a los EUA, país donde ha hecho una carrera brillante y del cual se ha convertido en ciudadano[10]. San Juan, como hemos visto, se convirtió en una figura académicamente marginal, como siempre lo fue Sunyer.

Con dos excepciones pues, los matemáticos más productivos y conectados con la investigación internacional quedaron al margen de los círculos de poder académico. Podíamos decir que la comunidad matemática española demos-

[7] Fuente: elaboración propia a partir de las fuentes de la tabla 1.

[8] Schøtt, T. "Scientific productivity and international integration of small countries: Mathematics in Denmark and Israel". Minerva, 25 (1987), 3-20.

[9] San Juan a Sunyer, 30 de Noviembre, 1960

[10] *Ibid, American Men and Women of Science* 1992-93 (8 vol; New Providence, N.J. Bowker, 1992), I, 242. De 1955 a 1957 Azpeitia fue Research Associate en Brown University, de 1957 a 1965 enseñó matemáticas (primero como instructor y después como profesor) en la Universidad de Massachusetts, Amherst, y desde 1965 ha sido profesor de la misma universidad en el campus de Boston.

tró una remarcable capacidad para centrifugar hacia el exilio o la marginalidad a sus miembros más productivos.

Sunyer colaboró con la comunidad matemática española de muchas maneras: pidiendo artículos a matemáticos extranjeros para *Collectanea Mathematica*, consiguiendo acuerdos para intercambiar esta revista y publicaciones de la Academia de Barcelona por publicaciones extranjeras. Desde bien pronto, los contactos de Sunyer permitieron colocar las publicaciones y las instituciones de Barcelona en el "mapa matemático" internacional. En particular, las revistas de la Academia de Barcelona y del Seminario Matemático tuvieron asegurada la recepción allí donde conocían la calidad de los trabajos de Sunyer. *Mathematical Reviews* animó a sus colegas a enviar allí trabajos para ser reseñados. En Barcelona, Sunyer organizó cursos de profesores extranjeros entre ellos Milloux y Malliavin. Aún así, el lugar marginal de Sunyer en los círculos académicos españoles hizo que su influencia sobre la comunidad matemática española no fuese proporcional a su valía científica.

Sunyer colaboró de forma importante, y lo hizo siempre que se lo pidieron, con *Collectanea Mathematica* y con *la Revista Matemática Hispano-Americana* –colaboración que incluía tanto la publicación como la labor de *referee*. A pesar de esto, nunca perteneció a los pequeños círculos que dirigían y controlaban estas publicaciones. Sin ninguna razón que lo justificase, Sunyer nunca alcanzó un peso o una influencia oficial en las matemáticas españolas. Aunque siempre colaboró con los matemáticos en el poder, Sunyer fue mantenido al margen de los puestos relevantes del mundo académico español. De hecho, como hemos visto, las autoridades académicas obstaculizaron y retardaron su promoción dentro del CSIC. Su familia recuerda muy bien que Sunyer se resentía de la distancia que lo separaba de los "catedráticos". Por ejemplo, Sunyer no fue nunca, ni siquiera después de ser invitado a la reunión de Oberwolfach, tenido en cuenta en la distribución de los cargos honoríficos de las Reuniones Anuales de Matemáticos Españoles.

El siguiente episodio ilustra muy bien el tipo de marginación que sufrió Sunyer. Como hemos dicho, Sunyer colaboró de forma importante, y lo hizo siempre que se lo pidieron con la *Revista Matemática Hispano-Americana* y con *Collectanea Mathematica*. No obstante, nunca perteneció a los pequeños círculos que dirigían y controlaban estas revistas. En una manifestación de agradecimiento peculiar, en las Navidades de 1966, la Real Sociedad Matemática Española le premió la colaboración con la *Revista Hispano-Americana* con un "aguinaldo" de 3.000 ptas. La carta del presidente, Francisco Botella Raduán, decía así:

> Mi querido amigo:
>
> Muchas veces le hemos molestado solicitando su colaboración para hacer informes sobre la publicabilidad de los trabajos que son presentados a las revistas de esta Sociedad, colaboración que Vd. nos ha brindado siempre con tanta competencia como solicitud.

> Por ello, repetidamente se ha propuesto en las reuniones de la Junta Directiva expresarle la más sincera gratitud por el calor con que ha respondido Vd. siempre a nuestros ruegos.
>
> Y siendo criterio de la Sociedad corresponder siquiera de un modo simbólico, dada la modestia de nuestros medios, a estos trabajos extraordinarios, le ruego acepte esta pequeña muestra de nuestro afecto, aunque quede muy por debajo del valor de toda la labor con que Vd. nos ha favorecido.
>
> Esperando contar en adelante, como hasta ahora, con su entusiasta cooperación y deseándole a Vd. y su familia unas felices fiestas y Año nuevo, le envía un cordial abrazo...[11]

Esta no es manera de reconocer institucionalmente la labor de un colega. La Sociedad Matemática Española agradeció la colaboración de Sunyer como habría agradecido la de un administrativo eficiente y voluntarioso –cuando lo que correspondía era incorporarlo a la dirección de la revista. Hoy es un hecho aceptado que una motivación básica dentro de las comunidades científicas es la reputación que sus miembros alcanzan y el respeto y reconocimiento que sus colegas les manifiestan. M. Polanyi ha subrayado que en las comunidades científicas productivas, el valor científico es lo que determina la estructura institucional de la comunidad, "Cuando la [ciencia como] institución funciona correctamente, el incremento de conocimientos y el incremento de fama individual se dan la mano; el objetivo de la institución y la recompensa del individuo no se pueden separar" –por decirlo con palabras de Robert Merton[12]. Esta recompensa se gana en forma de prestigio, fama y reputación (dando los nombres de científicos a resultados, técnicas o centros de investigación), pero también en forma de poder dentro del la comunidad científica –poder para asignar recursos, favorecer promoniciones, orientar publicaciones, etc. Es aquí donde la marginación de Sunyer dentro de la matemática española –bien ilustrada por el "aguinaldo" otorgado en lugar de la invitación a sentarse al Consejo de Redacción– sobrepasa la categoría de anécdota para apuntar a uno de los mecanismos básicos que no funcionaban correctamente en esta comunidad.

Se ha observado que los países subdesarrollados tienen (o pueden llegar a tener) científicos pero les faltan comunidades científicas[13]. Muchos de los problemas de los países subdesarrollados podemos reconocerlos, con matices, en la comunidad matemática de los años cuarenta, cincuenta y sesenta: pocos medios, desconexión de los centros científicos "vivos", aislamiento interno de

[11] Botella a Sunyer, 22 de diciembre de 1966. La carta incluía un cheque de 3.000 ptas. (comunicación personal de los Sres. Cardona).

[12] Polanyi, M. "The growth of Science in Society", en E. Shils (ed.) Criteria for Scientific Development: *Public Policy and National Goals* (Cambridge (Mass.): The MIT Press, 1968), 187-189, p.197. Merton, R.K. "Priorities in Scientific Discovery" (1957), en *The Sociology of Science* (Chicago: The University of Chicago Press, 1973) p. 286-324. La cita es de la página 323. Merton identificó este rasgo de la dinámica de las comunidades científicas en su análisis de los conflictos de prioridad entre científicos

[13] Dedijer, S. *Underdeveloped Science in Underdeveloped Countries*, p. 161-162.

los pocos científicos en activo, centros orientados a la enseñanza, una estructura de valores y de incentivos sociales que desvía a las mejores inteligencias hacia el alto funcionariado, presencia de poderosas personalidades "científicas" autóctonas que sólo están sometidas a controles políticos (externos a la comunidad científica)[14]. En el caso español, estos rasgos revelan no tanto la ausencia pura y simple de una comunidad científica autóctona como su funcionamiento anómalo. La comunidad matemática disponía de revistas especializadas, de una sociedad científica, de premios, de puestos de trabajo, de una jerarquía académica: formalmente disponía de todo lo que caracteriza a una comunidad científica –pero su funcionamiento, como lo demuestran la productividad y las biografías de sus miembros más ilustres, no era homologable al de ninguna, adolecía de un sistema de valores y pautas de conducta que articulasen su funcionamiento institucional al servicio de la productividad científica.

CONTRIBUCIONES MATEMÁTICAS DE FERRAN SUNYER I BALAGUER

Sunyer se sentía particularmente orgulloso de los resultados producidos o intuidos al comienzo de su carrera, entre 1939 y 1945, después de que Hadamard le animase a dedicarse a las matemáticas. Hasta ese momento había obtenido dos resultados menores. El primero, que publicó en *Comptes Rendus* (CR) en 1939 (generalizado y publicado *in extenso* en 1948, en el primer número de *Collectanea Mathematica*), construía una clase de métodos de extensión analítica. En 1939 también publicó, en la *Revista Matemática Hispano-Americana*, una demostración del pequeño teorema de Picard que utilizaba de forma original la idea de curvas normales.

Los resultados más importantes del programa de investigación iniciada en la etapa 1939-1945 se encuentran en las notas de *Comptes Rendus* de 1947 (demostraciones publicadas en 1952 en *Acta Mathematica*), y en las memorias publicadas en 1948 en la Academia de Barcelona, en 1949 en *Collectanea Mathematica*, en 1950 por la Academia de Ciencias de Zaragoza, y en 1953 en los *Proceedings of the American Mathematical Society*. El punto de partida de todos estos trabajos, según explica el mismo Sunyer en uno de sus trabajos, es un famoso teorema de Hadamard que prueba que una serie de Taylor suficientemente lagunar no puede ser prolongada analíticamente fuera del círculo de convergencia. Otros teoremas probaban que las lagunas imponen la desaparición de los que uno puede llamar casos excepcionales en la situación de puntos singulares. La intuición general tras estos trabajos de Sunyer era el princi-

[14]Ibid, Moravicsik, M.J.: "Technical Assistance and Fundamental Research in Underdeveloped Countries", E. Shils (ed), Criteria for scientific development, p, 164-176; "Some Practical Suggestions for the improvement of Science in Developing Countries" in *Ibid*, p. 166-186; Salam, A. "The Isolation of the Scientist in Developing Countries", en *Ibid*, p. 200-204. Ver también D.J. de S. Price y W. Voise (ed) *National Scientific Communities: A Sociological Study of Developing and Developed Countries*, París, UNESCO, 1970.

pio que, en las series de Taylor, las lagunas hacen desaparecer las posibles excepciones[15].

En el artículo de 1952 de *Acta Mathematica*, Sunyer probó que si F (una función entera de orden entero) es tal que la densidad máxima de los términos no nulos de su serie de Taylor es inferior a una cantidad (que sólo depende del orden), entonces la distribución de los ceros de $F - f$ no puede ser excepcional, respecto al orden precisado de F, para cualquier función meromorfa f de orden inferior. Sunyer también probaba el mismo resultado cuando F era de orden infinito. En el trabajo citado de 1948 (de *les Memòrias de l'Acadèmia de Barcelona*), Sunyer extendía estos resultados a las funciones meromorfas. En la memoria de 1950 de la *Revista de la Academia de Zaragoza*, Sunyer demostraba resultados parecidos para las series de Dirichlet. Como decía Sunyer en su "introducción", "*la presente Memoria puede considerarse como un eslabón para extender a las series de Dirichlet el principio general que acabamos de enunciar para las series de Taylor (i.e., que las lagunas hacen desaparecer las posibles excepciones)*"[16]. En el caso particular en el que la serie de Dirichlet procede de una serie de Taylor, los resultados obtenidos para las series de Dirichlet no eran fácilmente comparables a aquellos que había obtenido previamente atacando directamente las series de Taylor. Por un lado, los resultados eran más fuertes, pero por otro las hipótesis eran más restrictivas.

En la memoria *Propiedades de las funciones enteras representadas por series de Taylor lagunares (orden finito)*, publicada en *Collectanea* en 1949, Sunyer, extendió y generalizó resultados de Nevanlinna y Pólya. Recordando la sugerencia de Nevanlinna (que Milloux había hecho funcionar en 1935 para las funciones enteras de orden infinito) que la rapidez con la que una función tiende a un valor asintótico puede servir para estudiar la relación entre valores asintóticos y valores excepcionales, Sunyer pudo mejorar las condiciones suficientes (sobre la densidad de la sucesión de los exponentes) obtenidas por Pólya que hacen imposible la existencia de valores asintóticos de funciones representadas por series lagunares. La misma idea está en la base de los resultados enunciados en la nota de CR en 1953 sobre el teorema de Denjoy-Carleman-Ahlfors (demostraciones publicadas en 1956 en la memoria *Valores asintóticos de las funciones enteras*), donde Sunyer probaba que la estimación sobre el número de valores asintóticos de una función entera (de orden finito o infinito) que da el teorema de Denjoy-Carleman-Ahlfors podía ser refinada mediante hipótesis sobre la rapidez en la convergencia.

En los años siguientes de su vida, y con potentes métodos de análisis funcional, Sunyer volverá a considerar el problema de los valores excepcionales de las funciones enteras de orden infinito. En la memoria *Sobre un espacio de funciones enteras de orden infinito*, publicada por l'Institut d'Estudis Cata-

[15] "Sobre la distribución de los valores de una función entera representada por una serie de Dirichlet lagunar", Rev. Academia de Ciencias de Zaragoza (2), **5**, 1950, 25-73, p. 25-26.

[16] Ibid., p. 26.

lans en 1967, Sunyer definía un espacio topológico S_w tomando una clase de funciones enteras de orden infinito y la topología de la convergencia uniforme sobre los compactos de $\mathbb{C}$, y probaba que S_w era de segunda categoría y que determinados subconjuntos, y en particular el conjunto de todas las funciones que tienen exactamente un valor excepcional (en el sentido de Borel) y el conjunto de todas las funciones que tienen al menos una dirección que no es excepcional (en el sentido de Borel-Valiron), eran de primera categoría.

Siempre dentro del estudio de las series lagunares y los valores excepcionales, Sunyer mejoró un teorema de H. Milloux en 1951 que demostraba que para una función entera de orden positivo existe al menos una dirección de Borel que es común a la función y a todas sus derivadas e integrales. Sunyer, en una nota de CR en 1953 y en la memoria que ganó el premio de la Academia de Madrid en 1954 (publicada en 1956), demostró que lo mismo es cierto para las direcciones de Borel de especie máxima, y que el número de direcciones de Borel de especie máxima está relacionado con el número de valores excepcionales.

En los inicios de su carrera matemática, Sunyer inició una segunda línea de trabajo que no sería tan fructífera como la anterior –el intento de generalizar la noción de función cuasi-periódica. Sunyer (en la memoria que ganó en 1948 el premio "Prat de la Riba") sustituyó $||z_1 - z_2||$ por la distancia esférica en la noción de función cuasi-periódica (c.p.) en una banda, y lo aplicó a funciones meromorfas en lugar de a funciones holomorfas. Suponiendo que la banda es todo $\mathbb{C}$ y que existía cuasi-periodicidad en dos direcciones, Sunyer llegaba a introducir una generalización de la noción de función elíptica y estudiaba qué quedaba de los teoremas de Liouville para estas funciones. A pesar de que Sunyer obtuvo resultados originales y llegó más lejos de lo que habían llegado los otros que habían intentado la misma idea anteriormente, el hecho de que la suma y el producto de estas funciones c.p. en una banda no sean cerrados es un inconveniente grande.

La otra línea importante de investigación en la carrera matemática de Sunyer tiene sus orígenes a finales de los años cuarenta, en una serie de trabajos que –por decirlo con las palabras de Szolem Mandelbrojt– "generalizaron profundamente la desigualdad de (Mandelbrojt) sobre las series adherentes, aplicándola, utilizando ideas nuevas relativas a la 'precisión logarítmica' (de la adherencia), de los polinomios de Dirichlet –'polinomios adherentes'."[17]. En las notas de CR de 1950 y 1951, y en la memoria de 1952, *Aproximación de funciones por sumas de exponenciales*, Sunyer introdujo una definición de precisión logarítmica (de representación de una función) más general que la que Mandelbrojt había introducido en 1947, extendió la llamada desigualdad "fundamental" de Mandelbrojt (también introducida en 1947), y aplicó el resultado a la representación de funciones analíticas como límite de polinomios

[17]S. Mandelbrojt, *Sèries de Dirichlet. Principes et méthodes* (París: Gauthier-Villars, 1969), "Notes bibiliographiques", p. 197.

exponenciales. Con las reformulaciones de estas nociones básicas introducidas por Sunyer, ya no es necesario que las funciones que aproximen una función con precisión logarítmica sean sumas parciales de una serie de Dirichlet, sino que pueden ser cualquier sucesión de polinomios exponenciales con exponentes escogidos de entre una sucesión dada. Sunyer también obtuvo resultados sobre qué funciones se pueden representar con una precisión logarítmica dada por polinomios exponenciales con exponentes dados.

Unos años más tarde, en la nota de CR de 1959 (con las demostraciones publicadas en 1961) titulada *D'alguns casos en què la desigualtat fonamental de S. Mandelbrojt pot ser precisada*, Sunyer anunció otra reformulación importante de estas mismas ideas que le permiten mejorar mucho la desigualdad fundamental y sus resultados de 1952. En substitución a la precisión logarítmica, Sunyer introdujo la b-precisión logarítmica:

> Si F es holomorfa en una semi-banda Δ, y E es la clase de funciones
>
> $$\sum_{1}^{m}\left(a_n e^{-\lambda_n s}+b_n e^{+\lambda_n s}\right),$$
>
> diremos que F se representa con precisión b-logarítmica $p(x)$ por funciones de E si $p(x)\to\infty$ y no es decreciente, y si
>
> $$\inf_{\psi\in E}\quad \sup_{x\leq t\leq x+b,s\in\Delta}|F(s)-\psi(s)|$$
>
> no es más grande (estrictamente) que $e^{-p(x)}$

En la importante memoria de 1965, *Approximation of functions by linear combinations of exponentials*, Sunyer llegaba a dar condiciones necesarias y suficientes para que, impuestas unas condiciones a $p(x)$ y a la sucesión $\{\lambda_n\}$, una función F fuera representada con precisión b-logarítmica. Otras contribuciones de Sunyer a las series de Dirichlet de los años sesenta relacionan la lagunaridad con la distribución de los puntos singulares y estudian los caminos asintóticos.

Un trabajo extraordinariamente original de Sunyer es la memoria *Desarrollo de una función en serie de primitivas de una función entera*, que ganó el premio de la *Academia de Ciencias de Madrid* de 1957 (publicada en 1959). Aquí Sunyer investigaba el desarrollo de funciones analíticas en serie de integrales iteradas de una función entera dada. Cuando esta función es una constante, las primitivas son polinomios –un caso estudiado por L. Gontcharoff en 1937. El caso general había sido tratado brevemente por Rey Pastor en 1935, pero, como dijo R.P. Boas en la reseña que publicó en *Mathematical Reviews*, Sunyer "*carries the subject much further*". Tomando una sucesión convergente $\{z_n\}\to Z$ adecuada, y una función entera ψ tal que $\psi(Z)=1$ y $\psi(z_n)\neq 0$, Sunyer definía $\psi_n(Z)$ por $\psi_n^{(n)}(z)=n!\psi(z)$ y $\psi_n^{(k)}(z_k)=0$. Sunyer, al demostrar que las series $\sum c_n\psi_n(z)$ tienen esencialmente las mismas propiedades en cuanto a la convergencia que las series de potencias en $(z - Z)^n$, extiende diferentes resultados básicos (sobre ceros de las sumas parciales, sobre *overconvergence*, etc.) de las series $\sum c_n \psi_n(z)$. En particular, podía transportar al caso general muchos resultados sobre funciones enteras definidas por series de potencias lagunares.

Sunyer también tiene contribuciones puntuales a la teoría de funciones motivadas por trabajos de otros matemáticos. Este es el caso de la nota *Sobre los momentos de las funciones holomorfas y acotadas en un ángulo* (publicada en 1953 en la *Revista Matemática Hispano-Americana*) sobre un problema que interesaba a San Juan. Este es también el caso del *Theorem on overconvergence*, que prueba una conjetura de su colega A.J. Macintyre (publicada en 1961 en los *Proceedings*), y de la nota de 1960 en los *Proceedings of the American Mathematical Society*, donde señala errores y omisiones de un artículo sobre funciones enteras definidas por series de Dirichlet publicado en el año anterior en los mismos *Proceedings*.

Nos resta mencionar, finalmente, algunas contribuciones de Sunyer que no pertenecen a la teoría clásica de funciones. Estas "excursiones" fuera de su especialidad principal fueron motivadas por contactos con colegas. Según J. Teixidor, la nota sobre números derivados publicada en los CR en 1957 tuvo su origen en un intercambio con Pi Calleja. Ya hemos visto que los contactos iniciados en 1957 con Sierpinski le permitieron hacer una contribución a la teoría de ordinales (publicada en *Fundamenta mathematicae* en 1958). Sin duda, el más famoso e importante de los trabajos de Sunyer fuera de su especialidad es el teorema de caracterización de las funciones polinómicas que publicó con Ernest Corominas en el año 1954. El trabajo de Sunyer y Corominas prueba que si f es infinitamente derivable en $\mathbb{R}$, y si $\forall x \in \mathbb{R}, \exists n(x)$ tal que $f^{n(x)}(x) = 0$, entonces f es un polinomio. Sunyer y Corominas también probaron que si $\forall x \in L$ (un subconjunto de $\mathbb{R}$), $\exists n(x)$ tal que $f^{n(x)}(x) = 0$, entonces f es un polinomio si y sólo si $\mathbb{R} - L$ no contiene ningún conjunto perfecto. Finalmente, también probaron que si $\forall x \in \mathbb{R}\ \exists n(x)$ tal que $f^{n(x)}(x) \in H$ (un subconjunto de $\mathbb{R}$), y si H es numerable entonces f es un polinomio.

PRINCIPALES PUBLICACIONES DE FERRAN SUNYER I BALAGUER

[1939] *Sur une classe de transformations des formules de sommabilité.* Comptes Rendus Académie des Sciences, 208, p. 409-411 [en adelante, *Compt. Rend.*].

[1942] *Sobre unos resultados relacionados con los teoremas de Picard, Landau, Schottky y sobre un criterio de casi normalidad.* Revista Matemática Hispano-Americana, (4), 2, p. 88-96, p. 271-278 [en adelante, *Rev. Mat. Hisp-Amer*].

[1947a] *Sur la substitution d'une valeur exceptionelle par une proprieété lacunaire.* Compt. Rend., 224, p. 1609-1610.

[1947b] *Sur la substitution d'une valeur exceptionelle par une proprieété lacunaire.* Compt. Rend., 225, p. 21-23. [Algunos de los resultados enunciados en esta nota y en la anterior, con las demostraciones, ganaron el Premio Agell 1946 de l'Academia de Ciències i Arts de Barcelona, y fueron publicados en sus *Memorias* el año 1948].

[1948] *Sobre una clase de transformaciones de los algoritmos de sumación de las series analíticas.* Collectanea Mathematica, 1, p. 109-143. [En adelante, *Coll. Math.*].

[1949a] *Une generalisation des fonctions presque-périodiques.* Compt. Rend., 228, p. 732-734.

[1949b] *Une generalisation des fonctions presque-périodiques: fonctions presque-elliptiques.* Compt. Rend., 228, p. 797-799. [La memoria con las demostraciones de esta nota y la anterior ganaron el Premio Prat de la Riba 1948 del Institut d'Estudis Catalans, y fue publicada en los Archivos de la Secció de Ciències en 1949.]

[1949c] *Propiedades de las funciones enteras representadas por series de Taylor lagunares (Orden finito).* Coll. Math. 2, p. 129-174.

[1950] *Sur des resultats de M.S. Mandelbrojt.* Compt. Rend., 231, p. 18-20.

[1951] *Une généralization de la précision logarithmique de M.S. Mandelbrojt.* Compt. Rend., 232, p. 669-671.

[1952a] *Número de direcciones de Borel y valores excepcionales de una función meromorfa de orden finito.* Memorias de la Real Academia de Ciencias y Artes de Barcelona, 30, p. 451-459.

[1952b] *Sur la substitution d'une valeur exceptionelle par une propriété lacunaire.* Acta Mathematicae, 87, p. 17-31.

[1952c] *Aproximación de funciones por sumas de exponenciales.* Coll. Math. 5, p. 241-267. [Esta memoria ganó un Premio Torres Quevedo 1952, del CSIC].

[1953a] *Values of entire functions represented by gap Dirichlet series.* Proceedings of the American Mathematical Society, 4, p. 310-322. [En adelante, *Proc. Amer. Math. Soc.*] [Esta memoria ganó el premio de la Academia de Ciencias de Zaragoza, 1950 y fue publicada el mismo año en la *Revista de la Academia de Ciencias de Zaragoza*, (2), 5. p. 5-73].

[1953b] *Sur les directions de Borel-Valiron communes à une fonction entière, à ses dérivées et à ses intégrales successives.* Compt. Rend., 236, p. 2196-2198. [Los resultados enunciados en esta nota constituyen el núcleo de la memoria que ganó el Premio de la Academia de Ciencias de Madrid, 1954 y fue publicada en las *Memorias de Academia* en 1956].

[1953c] *Sur le théorème de Denjoy-Carleman-Ahlfors.* Compt. Rend., 237, p. 548-550.

[1954] [En colaboración con E. Corominas] *Sur des conditions pour qu'une fonction infiniment dérivable soit un polynome.* Compt. Rend., 238, p. 558-559. [La demostración de los resultados aquí fue publicada el mimo año en la *Rev. Mat. Hisp-Amer.*]

[1956a] *Valores asintóticos de las funciones enteras.* Coll. Math. 7-8, p. 187-211. [Esta memoria ganó un premio Torres Quevedo 1954 del CSIC].

[1956b] *Valores asintóticos de las funciones enteras o meromorfas representadas por series de Taylor lagunares.* Inédito. [Este trabajo ganó el Premio Nacional de Ciencias Francisco Franco 1956].

[1957] *Sur la determination d'une fonction par ses nombres dérivés.* Compt. Rend., 245, p. 1690-1692. [Las demostraciones de los resultados enunciados aquí fueron publicados en 1958 en *Coll. Math*].

[1958] *Sur les types d'ordre distinctes dont les n-iémes puissances sont èquivalentes.* Fundamenta Mathematicae, 46, p. 221-224.

[1959a] *Desarrollo de una función en serie de primitivas de una función entera.* Memorias Real Academia Ciencias de Madrid, 5, núm. 2, 61 p. [Esta memoria ganó el premio de la Real Academia de Ciencias de Madrid, 1957].

[1959b] *Sur des cas où l'inegalité fondamentale de M.S. Mandelbrojt peut être précisée.* Compt. Rend., 249, p. 2472-2474. [La memoria aquí resumida fue publicada en las *Actas de la I Reunión Anual de Matemáticos Españoles*, Madrid, 1961.]

[1960] *On entire functions defined by a Dirichlet series.* Proc. Amer. Math. Soc., 11, p. 621-623.

[1961] *A theorem on overconvergence.* Proc. Amer. Math. Soc. 12, p. 495-497.

[1962] *Sobre la distribución de los valores de una función representada por una serie de Dirichlet lagunar.* Universitat de Barcelona. [Inédito. Tesis doctoral]

[1963] *Aproximación de funciones holomorfas en una semifaja por sumas de exponenciales.* Coll. Math. 15, p. 91-103.

[1965] *Approximation of functions by linear combinations of exponentials.* Coll. Math. 17, p. 145-177.

[1967a] *Sobre un espai de funcions enteres d'ordre infinit.* IEC, Arxius de la Secció de Ciències, núm. 33, 38p. [Esta memoria ganó el Premio Martí d'Ardenya 1966 del IEC]

[1967b] *Sobre los puntos singulares de las funciones representadas por series de Dirichlet.* Actas de la V Reunión Anual de Matemáticos Españoles (Valencia, 1964). Madrid. Publicaciones Instituto Jorge Juan, p. 48-53.

[1970] *On the asymptotic paths of entire functions represented by Dirichlet series.* En Dins H. Shankar (ed.) Mathematical Essays Dedicated to A. J. Macintyre. [Athens (Ohio)], Ohio University Press, p. 37-41.

Antoni Malet. Universitat Pompeu Fabra. Ramón Trias Fargas, 25-27.
08005 Barcelona
e-mail:`malet@upf.es`

Traducido por: José González Llorente. Departament de Matemàtiques.
Universitat Autònoma de Barcelona. 08193 Bellaterra, Barcelona.
e-mail:`gonzalez@manwe.mat.uab.es`

El Premio internacional Ferran Sunyer i Balaguer

por

Manuel Castellet

Para el ciudadano medio las matemáticas y los matemáticos profesionales están situados dentro de un saco de ideas confusas, de cosas que existen pero que uno no entiende muy bien ni por qué existen ni para qué sirven. Esto es, sin duda, fruto de un desconocimiento propiciado esencialmente por dos razones: la dificultad intrínseca de comunicar la esencia de las matemáticas y el trabajo de los profesionales, y la incapacidad, y a veces desinterés, de los propios matemáticos para comunicarse con la sociedad. Sin embargo, en cualquier nivel de la sociedad esta ciencia es respetada –y a menudo casi idolatrada–, es considerada fundamental y produce más bien reacciones de tipo magnético: para unos atracción, para otros repulsión.

Si damos un salto al mundo científico, humanístico o tecnológico, una buena parte de los opinantes mostrarían probablemente su interés por recibir respuestas a la siguiente pregunta: "¿Qué pasa con las matemáticas en España?" Una ojeada a la evolución científica en el Estado español pone de manifiesto un crecimiento exponencial de la actividad matemática. No solamente ha crecido en volumen y en calidad el número de investigadores y el de trabajos de investigación, sino que algunos centros están entrando en la elite mundial. De áreas de investigación capaces de atraer investigadores de todo el mundo o capaces de convocar anualmente un premio internacional, como el *Ferran Sunyer i Balaguer*, tenemos muy pocas. "¿Qué pasa, pues, con las matemáticas?".

Ferran Sunyer es, a través de su obra –de la que llevó a cabo en vida y de la que ha dejado después– una respuesta a esa pregunta. Es en recuerdo suyo que su familia ha creado, a través del *Institut d'Estudis Catalans*, la fundación que lleva su nombre con la finalidad principal de conceder premios de investigación matemática a los cuales puedan aspirar científicos de todas las nacionalidades.

No me concierne a mí hacer aquí una biografía de Sunyer –el profesor Antoni Malet la publica, con más autoridad, en este mismo número–, pero sí que deseo dedicar unas palabras al hombre: Conocí a Ferran Sunyer en el último año de su vida (1967), cuando yo iniciaba mis cursos de doctorado, en Santiago de Compostela en ocasión de la VII Reunión Anual de Matemáticos Españoles y II Coloquio Internacional de Geometría Diferencial. Él viajaba en un coche especial (de aquella época), tetrapléjico de nacimiento, en su silla de ruedas –de la que sólo salía para dormir–, con sus primas, Maria y Àngels Carbona, que le cuidaban en todo momento. Ferran Sunyer no escribía –no había podido escribir nunca–, hablaba con dificultad y no siempre era capaz de pasar las páginas de una revista. Y, sin embargo, ¡presentaba una comunicación al congreso!

Mi relación personal se limitó a escribir en la pizarra una serie de fórmulas numeradas que, luego, él fue explicando con enorme dificultad. Pero este hecho me permitió hablar con Sunyer unos minutos y captar no sólo la gran personalidad que había bajo aquel maltrecho cuerpo, sino, y especialmente, la gran dosis de bondad que despedían sus palabras. Su trato era de una gran amabilidad y su conversación alegre, con alegría de vivir, de trabajar y de hacer amistades, que era mucho más que aceptar y conformarse con las dificultades que la vida le imponía. Entonces, a mis 23 años, Ferran Sunyer me impresionó; hoy pienso que fue un don del destino haberle tratado aunque sólo fuera unos minutos.

El *Institut d'Estudis Catalans*, la máxima corporación académica de Cataluña, ha querido honrar la memoria de Ferran Sunyer y, con la ayuda y colaboración de sus primas, que cuidaron de él en todos los aspectos hasta su muerte, creó en diciembre de 1991 la *Fundació Ferran Sunyer i Balaguer*. El primer acto de la fundación fue la convocatoria de un premio internacional de matemáticas ofrecido a monografías de carácter expositorio que presenten los últimos avances en una área activa de investigación, basados esencialmente en los trabajos del autor.

En lenguaje matemático podemos decir que el premio tiene dos componentes: por una parte, una dotación de 1.800.000 ptas. para el autor, y por otra, la publicación de la obra en la serie *Progress in Mathematics* de la editorial suiza Birkhäuser Verlag. Al fin de conceder el premio, se creó un comité científico internacional constituido por cinco matemáticos de prestigio que analizan las obras presentadas y someten la propuesta de un ganador a la fundación. El comité científico estuvo inicialmente integrado por Gerhard Frey (Essen), Joan Girbau (Barcelona), Paul Malliavin (París), Joseph Oesterlé (París) y Allan Weinstein (Berkeley); desde hace dos años Friedrich Hirzebruch (Bonn) y Joan Solá-Morales (Barcelona) substituyeron a Frey y Girbau, respectivamente.

El *Institut d'Estudis Catalans* ha incidido, desde su fundación en 1907, en el desarrollo de las ciencias y las humanidades en Cataluña. Estructurado recientemente en cinco secciones y con veinticinco sociedades científicas afiliadas, tiene por objeto la alta investigación científica y principalmente la de todos los elementos de la cultura catalana; en particular se ocupa del estudio y de la codificación –ortográfica, lexicográfica y gramatical– de la lengua catalana en todo su ámbito lingüístico.

La evolución sufrida por esta institución en los últimos quince años, la ha llevado a influir fuertemente, también, en otros ámbitos. Así fue como en 1984 creó el *Centre de Recerca Matemàtica*, un instituto para investigadores visitantes vinculados con los matemáticos de las universidades catalanas, que se ha convertido en un prestigioso centro de investigación, proyectando al exterior la imagen de un país rico en investigación de calidad y potenciando al mismo tiempo los contactos científicos del más alto nivel.

La creación del premio *Ferran Sunyer i Balaguer* ha representado una nueva acción en el estímulo y desarrollo de las matemáticas. El nivel de las numerosas obras presentadas en las seis ocasiones que ha sido convocado, el prestigio de los miembros del comité científico y la gran calidad de las monografías ganadoras, lo están acreditando como uno de los premios de mayor proyección internacional.

Desde la primera monografía premiada en 1993 *Discrete Groups, Expanding Graphs and Invariant Measures* de Alexander Lubodski (*Progress in Mathematics* 125), hasta la ganadora de este año *Differential Galois Theory and Non-integrability of Hamiltonian Systems* de Juan J. Morales, han sido galardonados Klaus Schmidt por *Dynamical Systems of Algebraic Origin* (1994) (PM 128), M. Ram Murty y V. Kumar Murty por *Non-vanishing of L-Functions and Applications* (1996) (PM 157) y Albrecht Böttchner y Yuri I. Karlovich por *Carleson Curves, Muckenhoupt Weights, and Toeplitz Operators* (1997) (el acto de otorgamiento del premio *Ferran Sunyer i Balaguer* tiene lugar cada año en Barcelona en un entorno –de diámetro muy pequeño– del día 23 de abril, festividad de San Jorge.

Alexander Lubodski es profesor en la *Hebrew University* de Jerusalén (Israel). *Discrete Groups, Expanding Graphs and Invariant Measures* presenta la solución a dos problemas muy distintos a partir de un tratamiento unificado: la construcción de "expanding graphs" (grafos de fundamental importancia en las redes de comunicación) y el problema de Ruziewicz sobre medidas invariantes finitamente aditivas sobre esferas. El tratamiento unificado muestra interrelaciones entre diferentes ramas de las matemáticas tales como teoría de grafos, teoría de la medida, geometría riemanniana, subgrupos discretos de grupos de Lie, teoría de la representación y teoría analítica de números.

Klaus Schmidt, en 1994 profesor en Warwick, es actualmente profesor en la Universidad de Viena (Austria). En la monografía *Dynamical Systems of Algebraic Origin* el autor introduce una clase de acciones discretas suficientemente amplia que permite presentar los nuevos fenómenos que aparecen en la transición de $\mathbb{Z}$ a $\mathbb{Z}^d$: las acciones discretas por automorfismos de grupos abelianos compactos y, en particular, su conexión con el álgebra conmutativa y la geometría algebraica aritmética. A partir de esta conexión se construyen ejemplos con una gran variedad de propiedades dinámicas concretas y combinando herramientas dinámicas y algebraicas se obtiene un conocimiento detallado de este tipo de acciones.

V. Kumar Murty es profesor en la Universidad de Toronto (Canadá) y M. Ram Murty lo es en la *Queen's University*, en Kingston (Canadá). La obra *Non-vanishing of L-Functions and Applications* constituye una sistematización de resultados sobre la no-anulación de L-funciones, en conexión con una vasta variedad de problemas matemáticos procedentes de diferentes contextos. Cubre temas tales como L-funciones de Artin, el teorema de los números primos de Deligne, L-funciones modulares, la conjetura de Sato-Tate sobre la distribución de coeficientes de Fourier de formas modulares, etc. En la mayoría de estos temas los autores han contribuido con resultados propios significativos.

Albert Böttchner es profesor en la Facultad de Matemáticas de Chemnitz (Alemania) y Yuri I. Karlovicz lo es en el Departamento de Hidroacústica en Odessa (Ucrania). *Carleson Curves, Muckenhoupt Weights, and Toeplitz Operators* es una introducción autosuficiente a la teoría espectral de operadores de Toeplitz con símbolos continuos a trozos y a la teoría de los operadores integrales singulares con coeficientes a trozos sobre curvas de Carleson con pesos de Muckenhoupt. La obra se basa en algunos resultados muy laboriosos obtenidos en los últimos años por los autores y contiene una introducción a curvas de Carleson, pesos de Muckenhoupt, desigualdades de normas con pesos, principios locales, factorización de Wiener-Hopf y álgebras de Banach generadas por idempotentes. Algunos fenómenos básicos en este campo así como las técnicas para tratarlos se presentan por primera vez en este libro.

Juan J. Morales es profesor titular en la *Universitat Politécnica de Catalunya* y ha sido galardonado por una monografía que trata en profundidad la conexión entre los dos temas mencionados en el título, la teoría de Galois diferencial y la integrabilidad de sistemas Hamiltonianos, destacando la relación entre la integrabilidad en el sentido de Liouville-Arnold de un sistema Hamiltoniano y la integrabilidad diferencial de Galois de las equaciones variacionales asociadas.

La creación de la *Fundació Ferran Sunyer i Balaguer* y la convocatoria del premio que lleva el mismo nombre, han causado un fuerte impacto en la comunidad matemática internacional. Son acciones que clarifican un poco la respuesta a la pregunta inicialmente planteada: "¿Qué pasa con las matemáticas en España?". Simplemente, que hemos empezado a ser fuertes y competitivos en matemáticas.

Manuel Castellet. Centre de Recerca Matemàtica.
Universitat Autònoma de Barcelona. 08193 Bellaterra. Barcelona.

Del trabajo de Sunyer i Balaguer y las Matemáticas Contemporáneas

por

David Drasin

1. Como ya existen libros y artículos sobre la vida y el trabajo científico de Ferran Sunyer i Balaguer, aquí consideraremos el contexto de una parte de su trabajo en el mundo matemático contemporáneo. Los límites los imponen razones de espacio, y la competencia del autor.

Aunque sus publicaciones empezaron en 1939, sus contactos con científicos extranjeros eran casi imposibles hasta que terminó la guerra mundial. Encontrándose aislado, escribió Sunyer a menudo de sus dificultades para obtener algunos artículos; por esta razón, la *Mathematical Reviews* le era indispensable.

Sólo una de sus obras tuvo un coautor: un artículo en el que se exhiben condiciones para que una función infinitamente derivable sea un polinomio (escrito con Ernest Corominas en 1954); Boas lo consideró una joya de análisis real. Pero hay otro resultado atractivo en análisis real (*Comptes Rendus*, 1957) que merece ser destacado. Sea $f(x)$ continua, ($x \in \mathbb{R}$), y $f(0) = 0$. El problema es determinar el tamaño de un conjunto A en la que la propiedad siguiente debe cumplirse: dadas las derivadas superiores de la derecha (Dini) $\bar{D}^+(f, x)$ cuando $x \notin A$, determinar f para cada $x \in \mathbb{R}$. Sin embargo, estos temas no son típicos de su interés, que era básicamente las funciones de una variable compleja.

En 1939 presentó Sunyer una demonstración nueva del teorema de Picard: sea f meromorfa en el plano; es decir que $f = g/h$ donde g y h son funciones enteras. Supongamos que las tres ecuaciones $f(z) = a_j$ ($j = 1, 2, 3$) no tienen raíces. Entonces f es constante. Esto instó mucho al desarrollo de las investigaciones de Sunyer, tanto en análisis complejo como en general.

En verdad, el teorema de Picard es preciso: a la función

$$w = f(z) = \exp\{\phi(z)\}, \tag{1}$$

ϕ entera, le corresponden dos valores lagunares, $w = 0, \infty$, y en primer lugar parece que no hubiera más que resolver. Sin embargo, la demostración original de Picard parecía casi mágica, y matemáticos tales como Borel, Valiron, Hadamard (todos de Francia) buscaban demostraciones más adecuadas o "elementales". En los años veinte descubrió el finlandés Rolf Nevanlinna su teoría de la distribución de valores, lo cual, según Hermann Weyl (1943) fue "uno de los pocos grandes éxitos matemáticos de nuestro (¡todavía!) siglo". Su teoría abrió una época moderna que continúa hasta ahora. Para nosotros hay dos aspectos fundamentales de la contribución de Nevanlinna. Su teoría se aplica a la vez a las funciones meromorfas y a las enteras, y sus técnicas llegan a ser las que hasta ahora rutinariamente son utilizadas por analistas en análisis complejo y la teoría del potencial. (Para ver un ejemplo de la segunda situación, consúltese su demonstación de una conjetura de Macintyre en los Proc. AMS, 1961.) A cada función (no constante) meromorfa f asoció Nevanlinna una función creciente $T(r) = T(r, f), 0 < r < \infty$, que depende del comportamiento de f en el disco $\Delta(r) = \{|z| < r\}$. Es fácil ver que $T(r) \uparrow \infty$ cuando $r \to \infty$. Cuando f es entera las funciones $T(r)$ y $\log M(r)$ ($M(r) = \sup_{|z|=r} f(z)$) crecen a la vez de igual manera. Usando su $T(r)$, Nevanlinna medía la deficiencia del número de raíces de cada ecuación $f(z) = a$ comparando el crecimiento de $T(r)$ dada su *deficiencia* $\delta(a) = \delta(a, f)$. Es fácil ver que $0 \leq \delta(a) \leq 1$, y $\delta(a) = 1$ cuando una ecuación $f(z) = a$ no tiene raíces (es decir que a es un valor Picard). El teorema de Picard se expresa (de una forma más exacta) según Nevanlinna mediante

$$\sum_a \delta(a) \leq 2. \tag{2}$$

Mucho del trabajo de Sunyer se dedicaba a precisar este teorema de Picard. El principio es eliminar contraejemplos tales como (1). Esto se logra si f cumple condiciones adicionales. Por ejemplo, si definimos el *orden* ρ de f por

$$\rho = \limsup_{r\to\infty} \frac{\log\, \log M(r)}{\log r},$$

entonces a $f_p(z) = \exp(z^p)$ le corresponde el orden p. Es claro (Liouville) que las funciones "excepcionales" tales como (1) deben tener orden $\rho \in E^* \equiv \mathbb{Z} \cup \{\infty\}$, y cuando $\rho = p \in \mathbb{Z}$, ϕ debe ser un polinomio cuyo grado es p. Demostró Borel que cuando $\rho \notin E^*$, f no tiene valores lacunares (decimos también valores Picard), además el número de las raíces de cada ecuación $f(z) = a$ (a arbitrario) es casi tan grande como sea posible, siendo dado el crecimiento de $M(r)$. Como lo expresaría Nevanlinna, f no alcanza igualdad en (2).

Sea f una función entera. Escribimos

$$f(z) = \sum_{j\in\Lambda} a_j z^j = \sum_n a_n z^{k_n}, \tag{3}$$

donde ningún a_j, a_n es cero. Nuestra función $f_p(z)$ (arriba) admite $w = 0$ como valor lacunar; en términos de (2), está claro que $k_n = pn$, $n \in \mathbb{Z}$, y la sucesión $\Lambda = \{pn\} \subset \mathbb{Z}$ tiene la densidad $D = 1/p$. Por supuesto, cuando Λ sea una sucesión arbitraria, Λ no debe tener una densidad; en cambio debemos introducir densidades superiores, inferiores, etcétera, que coincidan cuando Λ sea regular. Una forma de asegurar que la igualdad en (2) no se le aplica a f es formular condiciones sobre Λ y ρ.

El primer artículo (aparte de los artículos cortos en COMPTES RENDUS) que publicó Sunyer en una revista internacional apareció en ACTA MATHEMATICA, 1952. Las técnicas de este trabajo habían sido desarrolladas en parte en sus artículos anteriores por los cuales recibió el Premi Agell 1946 de l'Acadèmia de Ciències i Arts (Barcelona). En su artículo de 1952 consideró Sunyer dos situaciones: que $\rho \in E^*$ o que f sea analítica en el disco $\Delta = \{|z| = 1\}$. Primero, si $\rho = p \in \mathbb{Z}$ y si la densidad superior de $\{\Lambda\}$ (véase (3)) D^* cumple $pD^* < 1$, entonces no sólo f no tiene valores lagunares, sino que el número de raíces de cada ecuación $f_0 f = f_1$ (f_0, f_1 teniendo órdenes menores que p) es casi tan grande como es posible. Nuestra f_p manifiesta que la cota $pD^* < 1$ no se puede mejorar. Entonces, no hay igualdad en (2).

La situación cuando f está definida en Δ es muy complicada; la razón es que ningún teorema de Liouville existe para ese caso, y entonces no podemos clasificar las funciones ϕ que aparecen en (1) en términos del crecimiento de $M(r)$ cuando $r \uparrow 1$. Además, las estimaciones son más delicadas aquí, ya que la frontera $\partial\Delta$ está más cercana al punto $z \in \Delta$. En lugar de $\rho \notin E^*$, exigimos que $M(r)$ crezca rápidamente cuando r llega a 1. Sunyer demandó que $\sup M(r)(1-r)^\rho = \infty$ (junto con la condición de que una densidad particular de Λ sea pequeña) para concluir que cada ecuación $f(z) = a$ tiene numerosas soluciones. Continuó este tema L. Sons (en los 60) y otras personas; allí supusieron que $M(r)$ era grande en comparación con la función $-\log(1-r)$, la cual es pequeñísima comparada con la $(1-r)^{-\rho}$ de Sunyer. En estos trabajos, el conjunto Λ debe cumplir condiciones más complicadas que las que exigió Sunyer; no sólo sobre el tamaño de Λ, sino también condiciones de separaciones mutuas de los exponentes $\{k_n\}$ de (3). En este contexto, dudo que existan condiciones tan exactas en el disco como en el plano.

Junto con el estudio de funciones particulares en el plano o disco, este cálculo gobierna también el comportamiento de familias $\mathcal{F}$ de funciones analíticas o meromorfas en un dominio Ω del plano. Como análogo al teorema de Picard demostró Montel que una familia $\mathcal{F}$ de tales funciones definidas en Δ es *normal* (es decir, compacta) si cada $f \in \mathcal{F}$ omite tres valores comunes. Esta conexión entre familias en el disco y funciones en el plano inspiraría a muchos analistas. Utilizando el cálculo de Nevanlinna, desarrolló Sunyer (1942,3) criterios para que una familia $\mathcal{F}$ sea normal en Δ, ahora si un número fijo a tiene demasiadas raíces en Δ por cada $f \in \mathcal{F}$ (opuesta a las condiciones de Picard). Pero este teorema requiere condiciones suplementarias y complicadas sobre los valores "iniciales" tales como $\{f(z_0)\}$ cuando f varía sobre $\mathcal{F}$, donde z_0 es un punto fijo de Δ. Recientemente, recibió este tema nueva energía gracias al hecho asombroso de que se obtienen estimaciones concretas de la hipótesis contraria de que una familia $\mathcal{F}$ no sea normal. Para ver el "estado del arte", véase el artículo de Zalcman, BULL. AMS, 1998. En particular, no se precisan condiciones suplementarias sobre valores iniciales.

Ya hemos observado que cuando empezaba Sunyer su trabajo científico, los matemáticos de Francia tuvieron un papel fundamental en el estudio de funciones enteras y meromorfas. Y sabemos que Sunyer tuvo conexiones con analistas franceses; también eran conexiones personales porque su primo Ferran Carbona vivía allí. Sus primeros contactos sobre sus investigaciones fueron con Hadamard, en 1938. El apoyo de S. Mandelbrojt está ya bien documentado; éste consiguió apoyo de las Fuerzas Aéreas (Estados Unidos) para las investigaciones de Sunyer. Parece ser que fue la única vez que Sunyer recibió un sueldo normal. En 1957, P. Malliavin vino a Barcelona por un mes para visitar a Sunyer: un hecho raro en esos días. Malliavin todavía recuerda que a pesar de sus dificultades físicas, la mente de Sunyer era ágil e intercambió con él ideas matemáticas. Según Malliavin, sus colegas en Barcelona respetaban y apoyaban a Sunyer, pero con respecto al trabajo, Sunyer estaba solo.

En ese tiempo ocurrían cambios básicos en las matemáticas de Francia. La primera guerra mundial (1914-1918) destrozó su comunidad matemática;

Bloch llegó a volverse loco. Entonces vino la guerra de 1939-45. Después, la dirección principal de matemáticas en Francia salió del análisis complejo en una variable, como nos indica el nombre Bourbaki. A veces lo estudiaban Malliavin, Kahane, etc, pero la vanguardia del tema se trasladaría a los Estados Unidos, a Suecia, a Inglaterra, a la Unión Soviética ... –nunca más en Francia. Sunyer había estado hasta entonces a dos pasos de los centros de actividad.

Después del trabajo de Edrei, Fuchs (1959) y Pfluger, entendemos mejor las relaciones entre valores lagunares y la distribución de valores. Edrei y Fuchs demostraron (1959), que si una función f de orden $\rho < \infty$ tiene un valor a casi-lagunar (más generalmente que si la suma $\sum_a \delta(a, f)$ se acerca lo máximo a 2, en (2)), entonces los límites superiores e inferiores D^* y D_*, por los cuales se define la densidad D del conjunto Λ, se acercan.

Es posible analizar la igualdad en (2) para las funciones meromorfas. Allí los resultados no se formulan en términos de (3); ninguna serie de Taylor existe en el plano. Posteriormente, Edrei y otros desarrollaron un cálculo basado sobre el concepto de "picos" de Pólya, que da una forma uniforme de analizar funciones (de orden $\rho < \infty$) en el plano; los cálculos de Sunyer estaban basados en funciones de comparacion $r^{\rho(r)}$ más complicadas ("órdenes próximos").

2. En los años cincuenta, siguió Sunyer en otra línea sugerida por el teorema de Picard. Si f es meromorfa en el plano, el teorema de Picard se extiende a ángulos arbitrariamente pequeños: decimos que un rayo $\Gamma_0 \equiv \{\arg z = \theta_0\}$ es de este tipo si ningún valor a (o, cuando $\rho \in \mathbb{Z}$, a lo sumo un a) es lagunar (en un sentido que depende del contexto) en cualquier sector (arbitrariamente pequeño) alrededor de Γ_0. Según los contextos se llama a tal rayo una dirección de Borel, o Julia, o Valiron, o .... Sunyer precisó esta condición, dando cotas específicas inferiores sobre el número de raíces de ecuaciones $g(z) = a$ cerca de Γ_0, teniendo información sobre la densidad del conjunto Λ en el desarrollo (3). En este contexto, g no debe ser solamente f, sino alguna derivada o primitiva (integral) de f. Este tema tuvo un papel importante en las investigaciones en la China desde los tiempos de Sunyer hasta ahora; consúltese el libro por Zhang Guan-Hou, (AMS, 1993)

Es natural proponer problemas semejantes para las funciones meromorfas. Está claro que deben existir direcciones Γ_0 cerca de las cuales cada ecuación $f(z) = a$ tenga muchas raíces; lo que no sabemos hasta hoy (al contrario de lo que demostró Sunyer para funciones enteras) es si siempre existe una dirección común para ambos f y f' (por supuesto, no hablamos de las integrales cuando f es una función meromorfa).

3. No hay duda de que el teorema más básico sobre funciones enteras es el teorema de Ahlfors: supongamos que el orden de la función entera sea ρ; entonces el número de valores asintóticos distintos $\{a_j\}_{j=1}^N$ tiene que estar acotado por $N \leq 2\rho$. Recordemos que $w = a$ es un valor asintótico de f si existe un camino γ en el plano que se extiende al ∞ tal que $f(z) \to a$ cuando $z \to \infty$ con $z \in \gamma$. Como escribe Nevanlinna (J. London Math Soc, 1966): "lo significativo [en este problema] es su influencia en el desarrollo de nuevos métodos en la teoría de funciones".

En 1956 publicó Sunyer dos artículos sobre este tema, por lo cual ganó Sunyer el Premio Torres Quevedo 1954 del CSIC. Sunyer supuso más condiciones de cómo se comporta f a lo largo de γ cuando se aproxima a a (yo lo simplifico un poco aquí):

$$\frac{\log(1/|f(z)-a|)}{\log M(r)} > c > 0, \tag{4}$$

(donde $|z| = r, z \in \gamma, r > r_0$). Demostró Sunyer que esta condición implica que

$$I(r,a) = \int \log^{+}(1/|f(re^{i\theta} - a)|)\, d\theta$$

tiene una cota inferior, y Sunyer presentó estimaciones explícitas de esta cota en términos de los datos ρ y c. La diferencia entre $I(r,a)$ y la expresión en (4) es la que media entre el análisis desarrollado hasta Nevanlinna y después de él; la deficiencia $\delta(a)$ de (2) se formula en términos de nuestra $I(r,a)$. En 1985, en lugar de la condición de que $f - a$ sea pequeña sobre γ, propuso A. Eremenko la hipótesis de que $\mu(r) \equiv \min_{|z|=r} |f(z) - a| \to 0$ cuando $r \to \infty$, sin que el requisito de que exista una curva sobre la cual f va hacia a. Pero en términos del teorema original de Sunyer, todavía queda un problema: supongamos que $\log M(r) \leq r^{\rho}$ y f sea acotada sobre una curva γ; presentar una cota exacta sobre la medida angular del conjunto

$$\Theta(r) \equiv \{\theta; \log|f(re^{i\theta})| < (1 - o(1))r^{\rho}\},$$

donde $o(1) \to 0$ lentamente cuando $r \to \infty$. La conjetura es que

$$\limsup_{r\to\infty} \Theta(r) \geq \pi\rho^{-1}.$$

Dudamos de que de la hipotésis $\mu(r) \to 0$ se siga una estimación así de elegante.

Sunyer también obtuvo cotas más exactas en las cuales el número de valores asintóticos se estima en términos de la velocidad con la que $f(z) - a \to 0$ sobre las γ_a, donde γ_a corresponde al valor asintótico a, y como giran los $\{\gamma_a\}$ en el plano. Ya refinó Ahlfors su teorema clásico para considerar el giro de γ (pero errores topológicos han persistido hasta los trabajos recientes de J. Jenkins y Hayman; véase, por ejemplo, el segundo libro sobre *Subharmonic Functions*, por Hayman). Cotas semejantes en términos de la proximidad de f a a sobre $z \in \gamma$ fueron obtenidas también por Sigbert Jaenisch (1965) en su tesis.

Regresó Sunyer a este tema en su último artículo (en el libro en memoria de Macintyre): obtener un analógo del teorema de Ahlfors para las series de

Dirichlet (véase §4 abajo). Los métodos que usa Sunyer eran de Macintyre, quien dió su propia demostración del teorema de Ahlfors en 1935.

4. Al final de los años cincuenta, consideró Sunyer las series de Dirichlet:

$$f(s) = \sum a_j e^{\lambda_j s},$$

siendo los $\{\lambda_j\}$ números reales o complejos. Este tema era la especialidad de su maestro S. Mandelbrojt. Tales series tienen relaciones importantes con la teoría de números (la función $\zeta(s)$ de Riemann es, más o menos, tal serie) y ya que los $\{\lambda_j\}$ no deben ser enteros, esta clase es más general que la de las series de Taylor.

Un tema que le interesaba a Mandelbrojt era aproximar una función $F(s)$ por sumas parciales de una serie de Dirichlet. En lo que considera Mandelbrojt (en su libro *Dirichlet Series*, 1972) una "generalización profunda", reemplazó Sunyer las secciones parciales de una serie fija por una buena elección de una familia de polinomios exponenciales, donde los elementos de la familia comparten los mismos exponentes. Cuando existen buenas aproximaciones, obtenemos información sobre $F(s)$, y, a veces, además sobre su continuación analítica. Existe una relación demasiado técnica para que sea formulada aquí, entre la densidad de la sucesión $\{\lambda_j\}$, el dominio Ω en el cual es definida F, y la precisión de aproximación de F en Ω para aplicar esta teoría.

Una discusión muy cuidada sobre las relaciones personales entre Sunyer y Mandelbrojt en sus trabajos de colaboración aparece en el artículo de Malet sobre la vida de Ferran Sunyer i Balaguer.

5. Finalmente aludamos a las funciones casi-periódicas CPS en sentido de Sunyer i Balaguer. El objetivo es generalizar este concepto clásico (H. Bohr) a las funciones meromorfas. Por supuesto, esto se hizo en términos de la métrica esférica. Recordamos la definición para funciones reales: una función $f(x)$, $x \in \mathbb{R}$, es CPS si, a cada $\epsilon > 0$ corresponde $\ell = \ell(f, \epsilon)$ tal que cada intervalo de longitud al menos ℓ contiene un $\tau = \tau(f, \epsilon)$ tal que

$$[f(x+\tau), f(x)] < \epsilon, \qquad ([\cdot,\cdot] = \text{la métrica esférica})$$

para todo $x \in \mathbb{R}$; este τ se llama un casi-periodo de f.

Su generalización de funciones casi-periódicas le hizo ganar a Sunyer el premio Prat de la Riba en 1948. Después del trabajo original de Bohr, muchos autores introdujeron condiciones semejantes. Su extensión a las funciones meromorfas en el plano, estudiadas anteriormente por Favard y Besonov, tenían carencias graves, lo que observó Sunyer en sus publicaciones.

Según Sunyer, una función f es casi-periódica [con respecto a un conjunto L] si cada familia $\mathcal{F}_{\mathcal{L}} = \{f(z+\lambda); \lambda \in L \subset \mathbb{C}\}$ contiene una subfamilia $\mathcal{F}^* = \{f_j\} \equiv \{f(z+\lambda_j), \lambda_j \in L\}$ tal que f_j converge uniformemente en el dominio de f: nótese que esta convergencia es más fuerte que la uniforme sobre compactos. Entonces, la clase que introdujo Sunyer es más restringida que las que veíamos en general. Una ventaja del punto de vista de Sunyer es, en contraposición a la situación clásica de Bohr, que su clase CPS contiene a sus límites uniformes. Sunyer formula afinidades con el trabajo de Bohr, las funciones elípticas, etc. Una debilidad de estas clases es que la suma de dos funciones CPS no tiene por que ser CPS.

En su libro, describe Malet el nacimiento de este trabajo. Los expertos reconocidos eran Favard y Besonov, y Mandelbrojt conocía bien a Favard. Al principio a Favard no le gustaban las contribuciones de Sunyer, pero poco después de que Sunyer le indicara que los trabajos anteriores contenían errores fundamentales, cambió Favard su punto de vista, y apoyó a Sunyer.

Hasta ahora, hay pocas aplicaciones de esta teoría. Pero, ya hemos observado que el estudio de familias de funciones analíticas y meromorfas tiene nueva energía, y no dudo que estos temas continuarán influyendo en nuestras matemáticas durante más años (y por lo menos, en el próximo siglo).

Quiero agradecer a los Profesores Eremenko, Malliavin, y Sons sus consejos durante la elaboración de este artículo.

David Drasin. Department of Mathematics. University of Purdue.
West-Lafayette. IN, 47907-1395. EEUU.
e-mail:drasin@math.purdue.edu

Revisión del castellano: Rebeca Gutiérrez. Department of Mathematics.
University of Purdue. West-Lafayette. IN, 47907-1395. EEUU.