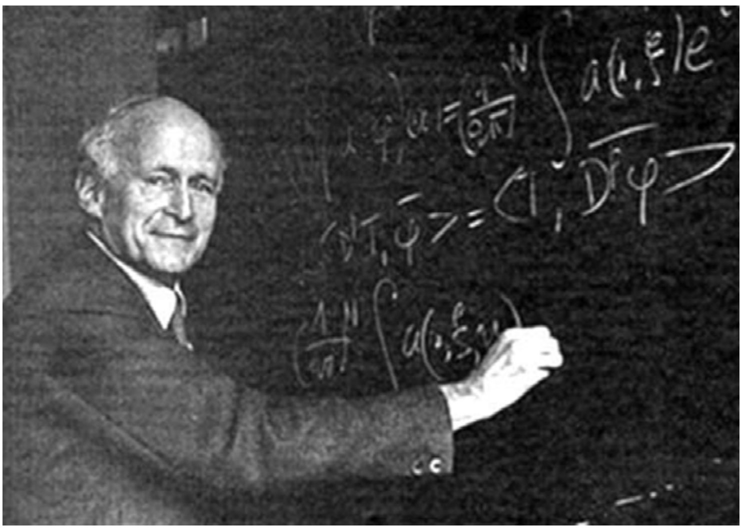
Vida y obra científica de Laurent Schwartz: 5 de marzo de 1915 - 4 de julio de 2002

por

G. Pisier

Reproducimos a continuación la traducción del discurso pronunciado por G. Pisier en la Academia de Ciencias de París con motivo del fallecimiento de Laurent Schwartz[1].



Laurent Schwartz murió el 4 de julio de 2002 a la edad de 87 años.

Con enorme tristeza he aceptado el honor de evocar aquí su vida y su obra.

Mi tarea va a estar enormemente facilitada por la existencia de su autobiografía "Un mathématicien aux prises avec le siècle" (Un matemático enfrentado al siglo) [1], así como una reseña que él mismo puso al día en octubre de 1980 [2]. Por otra parte, a lo largo del último año han aparecido numerosos

[1] Para más información sobre la vida y obra de Laurent Schwartz puede consultarse: Fernando Bombal, "Laurent Schwartz, el matemático que quería cambiar el mundo", La Gaceta de la RSME 6.1 (2003), 177-201. Veáse también la reseña de la autobiografía de Laurentz Schwartz (*Un mathématicien aux prises avec le siécle*. París, Editions Odile Jacob, 1997) de Jesús Hernández en La Gaceta, 2.2 (1999), 319–326.

textos que describen su obra en “Notices of the American Mathematical Society” [3], y van a aparecer otros en un número especial de la “Gazette des mathématiciens” [4]. Además, con ocasión del aniversario de su muerte, en julio de 2003 el *Centre de Mathématiques* que él había fundado en 1965, organizó en la Escuela Politécnica un coloquio de tres días y, con este motivo, también salieron a la luz otros escritos.

Laurent Schwartz nació en 1915 en el seno de una familia muy ligada a los medios científicos: su tío político Robert Debré fue un célebre pediatra, su padre Anselme Schwartz fue un reputado cirujano y también varios de sus hermanos, primos o sobrinos fueron distinguidos por nuestra Academia. Su tío abuelo Jacques Hadamard (1865-1963) fue un matemático (y académico) celebérrimo. Además, Laurent Schwartz se casó con una matemática Marie-Hélene Lévy, hija de Paul Lévy (1886-1971) ilustre probabilista (también antiguo miembro de esta Academia); tuvieron dos hijos, Marc-André (muerto a los 28 años) y Claudine, siendo esta última y su marido, Raoul Robert, igualmente matemáticos.

No es pues demasiado sorprendente que Schwartz comience su autobiografía con esta frase: “Les mathématiques ont rempli ma vie” (Las matemáticas han llenado mi vida). Esta frase sorprende, no obstante, cuando se sabe que tuvo, al menos, otras dos grandes pasiones: la lucha política, en particular a favor de las causas humanitarias y también (sin duda menos conocida) ¡la caza de mariposas!

Fue, en efecto, un renombrado entomólogo amateur que legó al Museo de Historia Natural una colección impresionante, una de las más importantes de Europa: unos veinte mil especímenes recopilados a lo largo de 44 años durante sus más de treinta viajes a los trópicos; de ellos, los dos Sphingidae, el “Xylophanes schwarzti” (descrito por J. Haxaire en 1992) y el “Clanis schwartzi” (descrito por M. Cadiou en 1993) habían sido descubiertos por él y, según la costumbre, llevan su nombre.

Se inicia en la investigación en los años 40-42 (Universidad de Estrasburgo, refugiada en Clermont-Ferrand) y allí defiende su tesis doctoral en el 43. Tras un año en Grenoble (44-45) es *maître de conferences* en Nancy (44-52) y luego en la facultad de Ciencias de París (53-59) donde es nombrado profesor. A continuación, es profesor en la de París VII y en la Escuela Politécnica (59-69) y, finalmente, destinado a tiempo completo el la citada Escuela desde 1969 a 1980.

Debe señalarse que Schwartz formó parte muy pronto del grupo de matemáticos conocido por el pseudónimo Nicolás Bourbaki y que fue manifiestamente influido por ellos incluso no compartiendo, entre otras cosas, sus reticencias hacia el cálculo de probabilidades.

Su obra científica comienza en análisis armónico: su tesis “Étude des sommes exponencielles” (publicada en el 43 y reeditada en el 59) ha sido referencia obligada durante mucho tiempo. Le sigue en 1947 su impresionante teoría de funciones periódicas en media, sobre la cual la influencia de su colega J. Delsarte (que había introducido tales funciones) es evidente. Un poco más tarde, en 1948 y para el caso particular de $\mathbb{R}^n$ con $n \geq 3$, Schwartz descubre el primer ejemplo de conjunto que no posee la propiedad de síntesis armónica. El caso general (y, por tanto, $\mathbb{R}$ y $\mathbb{R}^2$) fue resuelto una decena de años más tarde por Paul Malliavin. Aun siendo mucho más sencillo, el ejemplo de Schwartz, que sorprendió a sus contemporáneos, sigue siendo una referencia ineludible en los manuales.

Pero si por algo es célebre Schwartz es, indiscutiblemente, por su teoría de las distribuciones, que le valió una medalla Fields en 1950 y considerable reputación internacional a partir de entonces. Una de sus motivaciones fue dar una justificación rigurosa a los cálculos hechos habitualmente por los físicos (entre ellos el ingeniero eléctrico Oliver Heaviside y Paul Dirac), justificados física y heurísticamente pero totalmente carentes de sentido para un matemático. Tales cálculos utilizaban, por ejemplo, la “función Delta” de Dirac que data de 1926: Nula sobre toda la recta real salvo en el cero, infinita en cero y con integral igual a 1. Ninguna función digna de ese nombre posee tales propiedades. Se trataba, pues, de generalizar la noción de función para dar sentido a los cálculos de Dirac y Heaviside que hacían intervenir, no sólo la “función Delta” sino también sus derivadas, sus primitivas y una especie de producto.

Tras varios años de reflexión e inspirado por la lectura de un artículo de Choquet y Deny, se hizo la luz para Schwartz una noche de 1944: de repente vislumbró la noción de “función generalizada”, que llamará “distribución”, que da respuesta a toda una serie de preguntas y permite, en particular, dar sentido a los cálculos de Dirac. Se aplica entonces al trabajo de redacción y construye una teoría completa, coherente con todas las herramientas del análisis funcional necesarias para definir correctamente la extensión de las operaciones usuales con funciones: Derivación, producto tensorial, convolución, transformada de Fourier, etc...

Publicará, en primer lugar, resúmenes de su teoría y después la exposición completa en dos tomos aparecidos en 1950 y 1951 que se refundirán en la tercera edición revisada de 1966. El éxito de esta teoría es rápido y considerable. Adoptada muy pronto con carácter internacional, es hoy en día habitualmente incluida en los cursos de *maîtrise* e incluso de licenciatura. Sin embargo, Schwartz escribe en su autobiografía [1], que las reticencias iniciales fueron numerosas. Las hubo principalmente de dos tipos, señala con humor: las de quienes pensaban que la teoría era demasiado simple para ser realmente útil y las de aquéllos que pensaban que era demasiado complicada para ello...

Por supuesto, otros trabajos anteriores a los suyos habían prefigurado esta nueva teoría; en particular, la noción de “derivada débil” existía ya en ciertos trabajos previos de Wiener, Leray y Friedrichs o en los de Bochner, Carleman y, sobre todo, S. Sobolev cuyos trabajos no conocía Schwartz con anterioridad a 1945. Sobolev, desde 1936, había introducido de manera muy consecuente una noción de función generalizada con objeto de estudiar ciertas ecuaciones en derivadas parciales. Basándose en ello, la Escuela Rusa reivindica para Sobolev la paternidad retroactiva de lo que se conoce comunmente en todos los idiomas (salvo quizá el ruso) como “distribuciones de Schwartz”. Las dificultades de comunicación Este-Oeste, la guerra y otros factores explican, sin duda, esta paradoja: la publicación de Sobolev es anterior, pero todos los desarrollos espectaculares de la teoría hasta hoy mismo tienen su origen en la teoría de Schwartz. El historiador Lützen, autor de un libro sobre historia de las distribuciones, resume así la situación [5], p.64: Sobolev inventa las distribuciones pero la teoría de las distribuciones fue creada por Schwartz.

Pocas teorías han tenido una influencia tan amplia. A decir verdad, la mayor parte de los físicos han continuado haciendo los cálculos de Dirac-Heaviside como antes, sin interesarse demasiado por su justificación matemática. En cambio, la "física matemática" (en particular la teoría cuántica de campos, ver e.g. [6], [7]) adoptó, por supuesto, la teoría de las distribuciones. Por otra parte, Schwartz escribió un manual especialmente dedicado a facilitar la difusión de su teoría; titulado "Méthodes mathématiques pour les sciences physiques", fue traducido al inglés, español, japonés y ruso. Fue inicialmente un curso de licenciatura famoso, impartido por Schwartz para matemáticos y físicos conjuntamente.

Pero es sobre todo en matemáticas, puras y aplicadas, donde las distribuciones han sido utilizadas. Han jugado un papel crucial en el considerable desarrollo de las ecuaciones en derivadas parciales. Por ejemplo, la resolución en 1952 por Malgrange y Ehrenpreis (independientemente) de las ecuaciones con coeficientes constantes, sería impensable antes de las distribuciones. Éstas serán utilizadas habitualmente en todos los trabajos posteriores en esa dirección: Principalmente en los de Lars Hörmander (medalla Fields 1962) en principio sobre hipoelepticidad y posteriormente (con la escuela creada por él) sobre operadores pseudo-diferenciales, frentes de onda e integrales de Fourier, pero pueden citarse también los trabajos de J.L. Lions y E. Magenes, Nirenberg, Stampacchia. A partir de 1969 Schwartz organiza (en principio con Charles Goulaouic y después con otros) un gran seminario sobre ecuaciones en derivadas parciales (EDP) que en seguida goza de considerable prestigio y que ha continuado año tras año hasta la actualidad en la Escuela Politécnica.

Como poco, las distribuciones han favorecido, si no permitido, el gran desarrollo mundial actual de esta parcela de las EDP que ocupa un lugar esencial en seminarios, coloquios y publicaciones de Análisis y en la que están implicados al menos seis miembros, numerarios o correspondientes, de nuestro grupo.

Pero, de hecho, las distribuciones se han aplicado también a campos muy variados: análisis de Fourier, grupos de Lie (con F. Bruhat y Harish-Chandra), teoría del potencial (Brelot, Deny), semigrupos de evolución (J.L. Lions, Chazarin), cohomología y "corrientes" (De Rham), etc...

Las distribuciones han tenido, además, muchos "petits cousins": Teorías análogas pero distintas como las hiperfunciones (Sato, Martineau), las ultradistribuciones (para las clases de Gevrey) y otras.

Es bueno subrayar que la cualidad más importante de la teoría de Schwartz, aparte de su amplitud, es sin duda su simplicidad. Su meridiana claridad es lo que explica su éxito, pero también lo que hace costoso apreciar correctamente la dificultad de los problemas que ha resuelto. Y es una teoría hasta tal punto omnipresente que quienes hacen uso de ella, ¡ni siquiera se dan cuenta!

Por supuesto, en los años 50 y 60 Schwartz continuó profundizando en su teoría con el trascendental "teorema de los núcleos" y la generalización de las distribuciones al caso "de valores vectoriales".

Siguiendo con los importantes trabajos de George Mackey en USA, también desarrolló ampliamente (con Dieudonné y en el seno del grupo Bourbaki) la teoría de los espacios localmente convexos, estudiando en particular la noción de límite inductivo de espacios de Fréchet (motivado por el espacio $\mathcal{D}$ de las funciones indefinidamente diferenciables de soporte compacto) así como la noción dual. Su teorema de los núcleos de 1950 está en la base de la magnífica tesis de 1953 de su alumno Alexander Grothendieck sobre los productos tensoriales de espacios localmente convexos y la noción de espacio nuclear, cuyo considerable impacto todavía se hace notar en nuestros días.

Algunos de sus resultados en esta época, como la extensión de la teoría de Riesz a los operadores compactos sobre espacios de Fréchet se utilizaron en la cohomología de variedades analíticas (Cartan-Serre). Este período localmente convexo parece terminar hacia 1966 con el teorema del grafo boreliano (mejorando un resultado debido a Raikov) que tiene aplicación, por ejemplo, en el espacio $\mathcal{D}$' de las distribuciones.

Hacia 1964 Schwartz vira hacia la teoría de medidas de Radon que desarrolla sobre espacios topológicos generales, luego gradualmente hacia la teoría de probabilidades sobre espacios de dimensión infinita (por ejemplo, espacios de funciones o de distribuciones). Por esta época es cuando la noción de probabilidad cilíndrica (en particular en el caso gaussiano) adquiere mayor importancia tras los trabajos de numerosos autores con horizontes muy distintos: Segal, Gross, Dudley en EEUU, Prokhorov, Sazonov, Gelfand, Minlos en URSS pero también X. Fernique (procesos gaussianos) y J.P. Kahane (series de Fourier aleatorias) en Francia.

Inspirado por todos estos trabajos, Schwartz desarrolla una teoría de las aplicaciones radonificantes[2], es decir, aplicaciones lineales (entre espacios de Banach) que transforman las probabilidades cilíndricas mayoradas de cierta manera, en medidas de Radon. Si la mayoración es de tipo L_p, se tienen las aplicaciones llamadas p-radonificantes. Tras los contactos con S. Kwapien de Varsovia, Schwartz se da cuenta de que sus aplicaciones p-radonificantes coinciden (al menos para $p > 1$) con las aplicaciones p-absolutamente sumantes de A. Pietsch (Jena, Alemania del Este). Estas últimas en ciertos casos particulares se remontan, por otra parte, a la tesis de Grothendieck de los años 50. La teoría de Schwartz (en particular su teorema de la dualidad, realmente útil) hace progresar considerablemente y muy deprisa la que había iniciado Pietsch

[2]traducción literal del término francés "radonifiants"

con la introducción de nuevos métodos probabilísticos como, por ejemplo, la utilización sistemática de las leyes p-estables de Paul Lévy.

Schwartz organiza entonces, primero solo y luego con Bernard Maurey, una impresionante serie de seminarios, todos redactados, lo que supone una decena de volúmenes que empiezan con las aplicaciones radonificantes y que gradualmente derivan hacia geometría y probabilidades sobre espacios de Banach con las nociones de tipo y cotipo, que habían surgido a partir de sus trabajos sobre leyes estables y que han tenido un gran impacto.

Aproximadamente a partir de 1980, Schwartz se dedica más que nunca al cálculo de probabilidades. Desarrolla una teoría muy general [9], de semimartingalas con valores en variedades. Se ocupa también de las martingalas conformes sobre variedades analíticas complejas.

Se dedica de manera muy particular, y ésa es la novedad de su punto de vista sobre las variedades, a expresar la fórmula de Ito y las ecuaciones diferenciales estocásticas en forma intrínseca. Entre sus predecesores en esta dirección pueden citarse, aparte de Ito, a Bismut, Dynkin, Elworthy y Malliavin. Más tarde [10], introduce y estudia con detalle una noción nueva interesante: las semimartingalas "formales" que tienen cierto aire de parentesco con las distribuciones en el sentido de que permiten en los cálculos liberarse de consideraciones puntuales. Finalmente, una de sus últimas publicaciones en 1994 [11], combina las semimartingalas y las aplicaciones radonificantes: en ella da una condición suficiente para que un operador (entre espacios de Banach) transforme una semimartingala cilíndrica en una semimartingala "verdadera".

Aunque él nunca hubiera presumido de ello y, sin duda, hubiera dicho que dirigir una tesis era entonces más fácil, Schwartz hubiera podido vanagloriarse de tener una lista de alumnos como para hacer palidecer de envidia a cualquier profesor de investigación actual: A. Grothendieck (medalla Fields 1966), J.L. Lions, B. Malgrange, A. Martineau, F. Treves, L. Boutet de Monvel, S. Baouendi, S. Mizohata, T. Kotake, M.S. Narasimhan, el matrimonio Unterberger y otros muchos.

Por añadidura, su talento (y su gusto) por la enseñanza (a todos los niveles) era absolutamente extraordinario y todos los testimonios de quienes le oyeron convergen: literalmente, subyugaba a sus alumnos. El poeta-matemático Jacques Roubaud hizo un magnífico retrato de Schwartz-docente (y también de su colega Choquet) en su libro "Mathématique". En particular, en el capítulo maliciosamente titulado "El golpe de estado del general Bourbaki" relata el estupor de los estudiantes ante las espectaculares innovaciones pedagógicas de Schwartz acompañadas por sus famosos guiños y movimientos de hombros, con ocasión de la gran reforma de la enseñanza del Cálculo diferencial e integral en la Universidad de París en los años 1954-56.

Es difícil redibujar su vida sin hablar de sus compromisos políticos. Fue primero miembro de un partido *trostkista* en su juventud. Pese a no considerarse a sí mismo trostkista a partir de 1947, tampoco protesta cuando sus amigos dicen de él que sigue siendo un "antiguo trostkista". En cualquier caso, su antigua pertenencia a este partido le supuso grandes dificultades durante casi 40 años para obtener un visado de entrada a Estados Unidos e incluso en 1950 para ir a recibir la medalla Fields en el congreso mundial de Harvard.

Más tarde toma decididamente partido contra la guerra en Argelia, en particular firmando el "Manifiesto de los 121", lo que le valió en 1961 perder su puesto de profesor en la Escuela Politécnica, que recuperará cosa de un año más tarde. Parece que ninguno de sus colegas aceptó en aquel entonces ocupar su plaza.

Le impresionó profundamente la suerte del joven matemático Maurice Audin, detenido por los paracaídistas en Argel en junio de 1957, luego "desaparecido" y probablemente asesinado. Schwartz constituyó entonces con Henri Cartan y otros, un Comité Maurice Audin y organizó en La Sorbona la defensa de la tesis de Maurice Audin "in absentia". Pero el vínculo de la familia Audin con las matemáticas no termina ahí; treinta años más tarde hay una Audin distinguida matemática, profesora en Estrasburgo: es su hija.

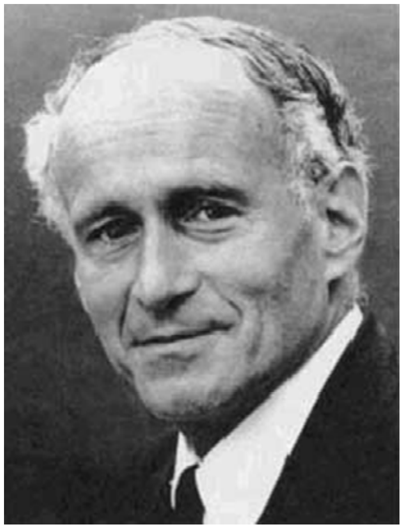
Después, Schwartz tomó parte en el tribunal de Bertrand Russel para juzgar los crímenes de guerra americanos en Viet-Nam y apoyó mediante múltiples peticiones y varias visitas al Viet-Nam del Norte la causa de los insurgentes vietnamitas anti-americanos.

Finalmente, participó activamente en el Comité de matemáticos creado, fundamentalmente con Henri Cartan y Michel Broué, para denunciar encarcelamientos o internamientos de varios matemáticos (así Pliouchth, Chtcharanski, Massera, Assidon) de distintas nacionalidades (URSS, Uruguay, Marruecos). Las campañas llevadas a cabo incansablemente por el citado comité dieron como resultado varias liberaciones, entre ellas las de Pliouchth y, más tarde, Chtcharanski.

Al margen de sus compromisos políticos, Schwartz se implicó intensamente y reiteradas veces, en las batallas para reformar la Universidad. En principio no dudó muy pronto, en afirmar alto y fuerte que estaba a favor de la selección en la universidad, cuando incluso los movimientos estudiantiles iban en sentido contrario. En la Escuela Politécnica trabajó constantemente, derrochando considerable energía, en el sentido de modernizar y diversificar la enseñanza con el sistema de opciones ofrecidas a los alumnos, suscitando así muchas más vocaciones científicas que en el pasado. Además, en 1965 creó un centro de investigación en Matemáticas que actualmente, y desde hace ya tiempo, está al más alto nivel mundial.

A principios de los años 80 fundó, con otros, la asociación "Qualité de la Science Française" ("QSF") para luchar contra la utilización, cada vez mayor, de criterios no científicos para la selección del profesorado, lo que desembocaba en un gran número de fichajes locales de calidad discutible. Al conseguir que fueran elegidos representantes de la misma en las distintas instancias universitarias, esta asociación contribuyó a sanear la situación por medio de la reforma del sistema de accceso al profesorado que siguó a todo ello.

Hacia 1981, consecuencia de la elección del Presidente Mitterrand, se encargó a Schwartz un informe sobre la Universidad Francesa (en el marco de la "Comission du Bilan"). De entre las numerosas recomendaciones que surgieron de tal informe, una de ellas, la creación de un Comité Nacional de Evaluación de las universidades, se llevó inmediatamente a efecto. Así, Schwartz se convirtió en 1985 en el primer Presidente del CNE, cuya creación él mismo había recomendado. La comunidad universitaria se tomó muy en serio este Comité que, desde entonces es, sin duda alguna, una institución bien asentada.



Si fuera necesario resumir Laurent Schwartz con una sóla palabra es "rigor" la que viene a la mente. Rigor matemático de un gran matemático, siempre buscando mayor generalidad para sus resultados y perfeccionando sin descanso la redacción de los mismos; Rigor moral y honestidad intelectual llevada al extremo, de un ciudadano del mundo, internacionalista y anticolonialista intransigente. Pero la palabra rigor no describe la gran calidad humana y la generosidad que emanaba de su persona, ya que era también, y fundamentalmente, un hombre de corazón.

Para terminar, querría sencillamente citar una frase [4], del actual presidente de la sociedad matemática de Francia, Michel Waldschmidt:

"Pocos matemáticos conquistan su puesto en el imaginario colectivo nacional. Laurent Schwartz es uno de ellos".

REFERENCIAS

[1] L. SCHWARTZ, *Un mathématicien aux prises avec le siècle*, Ed. Odile Jacob, Paris, 1997.

[2] L. SCHWARTZ, *Notice sur les travaux scientifiques de Laurent Schwartz*, Math. Analysis and applications. (2 Volumes en l'honneur de Laurent Schwartz). Advances in Math. Suppl. Studies, vol. 7A (1981), 1–25.

[3] F. TREVES, G. PISIER ET M. YOR, Laurent Schwartz (1915-2002), *Notices American Mathematical Society*, **50** (2003) 9, 1071–1084.

[4] COLETTE ANNÉ, JEAN-PIERRE BOURGUIGNON Y CLAUDE VITERBO (EDS.), *Laurent Schwartz (1915 - 2002)*, Suplemento al número 98 de *Gazette des mathématiciens*, Société Mathématique de France, 2004, 212 pp.

[5] J. LÜTZEN, *The prehistory of the theory of distributions*, Springer-Verlag, New York-Berlin, 1982.

[6] R.F. STREATER Y A.S. WIGHTMAN, *PCT, spin and statistics, and all that*, (Corrected third printing of the 1978 edition). Princeton University Press, Princeton, NJ, 2000. x + 207 pp.

[7] J. GLIMM AND A. JAFFE, *Quantum Physics*, 2nd Ed., Springer-Verlag, New-York, 1987.

[8] L. SCHWARTZ, *Méthodes mathématiques pour les sciences physiques*, Hermann, 392 pp., Paris 1961.

[9] L. SCHWARTZ, *Semi-martingales sur les variétés et martingales conformes sur les variétés analytiques complexes*, Springer lecture Notes 780, 132pp. Springer-Verlag, Heidelberg, 1980.

[10] L. SCHWARTZ, *Les semi-martingales formelles*, Séminaire de Probabilités XV. Springer lecture Notes 850, 413-489, Springer-Verlag, Heidelberg, 1981.

[11] L. SCHWARTZ, *Semi-martingales banachiques: le théorème des trois opérateurs*, Séminaire de Probabilités, XXVIII, 1–20, Lecture Notes in Math. 1583. Springer, Berlin, 1994.

Gilles Pisier
Texas A&M University
College Station
TX 77843, U.S.A.
Université Paris VI
Equipe d'Analyse, Case 186, 75252
Paris Cedex 05, Francia
Correo electrónico: `pisier@math.tamu.edu`

Texto traducido por María Pilar Alfaro
Universidad de Zaragoza