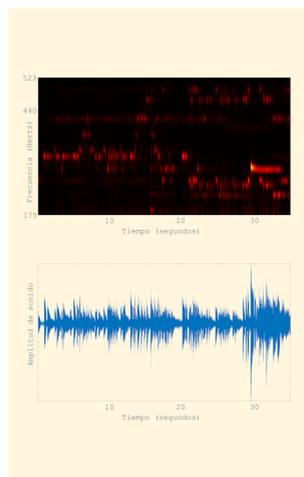


## ACERCA DE LA PORTADA:

Continuamos en este número las portadas dedicadas a las matemáticas por las que Y. Meyer, I. Daubechies, T. Tao y E. Candès recibieron en 2020 el Premio Princesa de Asturias de Investigación Científica y Técnica. Como en la portada anterior, agradecemos a Davide Barbieri y Eugenio Hernández (Universidad Autónoma de Madrid) que nos hayan proporcionado las imágenes, que corresponden al espectrograma (arriba) con ventana de 0.12 segundos y selección de frecuencias entre 180 Hz y 520 Hz —aproximadamente entre las notas F3 y C5 (el fa de la pequeña octava y el do de la octava segunda)— y a la grabación (abajo) de la amplitud de onda de presión longitudinal del aire, que es lo que recibimos como sonido, tomadas del inicio del *adagio* del *Concierto de Aranjuez* de Joaquín Rodrigo, en la versión que con la guitarra de Narciso Yepes publicó Deutsche Grammophon en 1986.

Davide y Eugenio han obtenido el espectrograma mediante la transformada de Gabor que, según nos explican, es una transformada de Fourier con ventana: se selecciona un fragmento de la señal (en este caso de 0.12 segundos), se multiplica por una función gaussiana —lo que da más peso al centro del fragmento—, se hace la transformada de Fourier y se toma el módulo. Esto se repite para otro fragmento de la misma longitud separado del primero por un tiempo menor que la longitud de la ventana, de manera que haya superposiciones y que la parte donde la gaussiana es grande pueda cubrir bien toda la señal. Así se obtienen las frecuencias «instantáneas». Si se tomase una ventana de tamaño menor se tendrían menos puntos de la señal para hacer la transformada de Fourier, y la resolución en frecuencia sería peor. Por otro lado, con ventanas más grandes, se tendrían más puntos y se podrían discriminar más frecuencias, pero no se sabría bien en qué instante de tiempo aparecen. Esta limitación es el *principio de incertidumbre*.

En el espectrograma de la portada, con una ventana de 0.12 segundos, se pueden ver más o menos bien los cambios rápidos de notas que hace la guitarra, por ejemplo alrededor del segundo 10. Las notas aparecen «gorditas», en parte por la pérdida de resolución debida al principio de incertidumbre y en parte por variaciones en la vibración del propio instrumento, que hacen que difieran de una oscilación sinusoidal perfecta tanto en pequeñas irregularidades de frecuencia, por lo que el espectrograma muestra microvibraciones —muchas veces es el músico quien busca este efecto con el instrumento—, como en una forma diferente de la oscilación debida al timbre del instrumento, que se refleja en frecuencias que son múltiplos de la principal (armónicos). En la imagen esto se aprecia bien entre el segundo 20 y el 30, donde se desdobra el espectrograma y aparecen frecuencias alrededor de 230 Hz y de 460 Hz.



REDACCIÓN DE LA GACETA

LA GACETA de la Real Sociedad Matemática Española,  
publicación cuatrimestral de la RSME.

© Real Sociedad Matemática Española, 2021

ISSN: 1138-8927

Depósito Legal: M-13573-1998

Impresión: Coria Gráfica S.L., Sevilla